This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at http://books.google.com/

Math. 428.

Math. 428.

UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK GENT

OPTICE:

SIVE DE

Reflexionibus, Refractionibus, Inflexionibus & Coloribus

LUCIS

LIBRI TRES.

Authore ISAACO NEWTON, Equite Aurato.

Latine reddidit *Samuel Clarke*, A. M.
Reverendo admodum Patri ac D^no^ JOANNI *MOORE* Epiſcopo NORVICENSI a Sacris Domeſticis.

Accedunt Tractatus duo ejuſdem AUTHORIS de Speciebus & Magnitudine Figurarum Curvilinearum, Latine ſcripti.

LONDINI:
Impenſis SAM. SMITH & BENJ. WALFORD, Regiæ Societatis Typograph. ad Inſignia Principis in Cœmeterio D. Pauli.
MDCCVI.

Præfatio Interpretis.

IN rerum Naturæ inveſtigatione, non fictis Hypotheſibus, non levibus Conjecturis, ſed vel calculo Mathematico, vel claris certiſq; Experimentis, omnino innitendum eſſe ei, qui maximis erroribus implicari & in ſumma rerum naturalium ignoratione verſari nolit; convenit jam fere inter eruditos omnes, peritioreſq; Philoſophos.

Atq; hac demum Naturam ſpeculandi ratione, quam longe, non ultra opinionem modo, ſed ultra hominum etiam doctiſſimorum ſpem, proferri poſſint Scientiæ fines; edocuit Illuſtriſſimus Author noſter, Vir & fide & moribus antiquis, & ſumma modeſtia, atq; in utroq; philoſophandi genere, tum calculis Mathematicis ponendis, tum Experimentis capiendis, longe omnium quicunq; fuerint & perſpicacitate ingenii & judicii firmitate princeps.

Superioris generis immenſum exemplum eſt Liber ille nunquam ſatis laudandus, qui inſcribitur *Philoſophiæ Naturalis Principia Mathematica*; In quo Celeberrimus Author, cum ex Phænomenis Motuum inveſtigaſſet Vires Naturæ, deinde ex iſtis Viribus demonſtravit Phænomena reliqua; Et cum ex phænomenis cæleſtibus, per Propoſitiones Mathematice demonſtratas, derivaſſet vires Gravitatis, quibus corpora ad Solem & Planetas ſingulos tendunt; deinde ex iſtis viribus, per Propoſitiones itidem Mathematicas, deduxit Motus Planetarum, Cometarum, & Lunæ. Atq; ita Aſtronomiam tandem tradidit, non jam amplius in conjecturis nixam, ſed omnibus ſuis numeris perfectam plane & abſolutam Scientiam.

Poſterioris generis exemplum eſt hic Tractatus; In quo nova ac miranda Luminis phænomena aperiuntur, Refractionum inæquabilitas, Radiorum in eandem Superficiem iiſdem Angulis incidentium alternæ Reflexionis ac Tranſmiſſus Vices, variæ radiorum prope corporum objectorum Extrema parvo intervallo tranſeuntium Inflexiones, & ſui ſingulorum Colores connati & immutabiles, clariſſimis Experimentis, ſine ulla omnino hypotheſi, comprobantur ſimul & explicantur luculentiſſime.

Quare nihil hic opus eſt ut Lectorem moneam, Luminis Proprietates, ejuſq; Motuum Leges, ſibi in hoc pulcherrimo Opere explicatum iri, ſtupendas plane ac inauditas, perq; omnia retro ſecula reconditas atq; abditas; eaſdem tamen jam dehinc ita apertas futuras, ita manifeſtas, ut nemo poſthac, hujuſmodi rerum intelligens, dubitare poſſit, quin intimam Lucis Colorumque naturam tam perſpectam habeat, tam ſibi hic ante oculos poſitam & penitus patefactam cernat, quam quod in rerum natura uſpiam eſt exploratiſſimum.

Verum, quoniam Illuſtriſſimo Authori viſum eſt, librum hunc Sermone Anglico ſcriptum emittere, & in Præfatione ſua cavere, nequis, ſe inſciente, eum in alium ſermonem converteret; Id hic certior faciendus eſt Lector, hanc Verſionem & Authoris juſſu incœptam, & eodem approbante abſolutam; & quæcunq; in orationis contextu, majoris perſpicuitatis gratia, aliquantulum immutata ſint, paucula quidem illa, ſed quæcunq; ſint, ea omnia vel juſſu Authoris vel ejuſdem permiſſu eſſe immutata.

S. C.

Authoris Monitio ad Lectorem.

Pars aliqua hujus Tractatus de Lumine, ſcripta fuit Anno 1675, rogatu Amicorum quorundam e Societate Regali; ad cujus Societatis Scribam tum miſſa fuit, & in Conventu ipſorum perlecta: Pars autem ejus reliqua, poſt Annos circiter duodecim addita eſt, ad Theoriam perficiendam atq; abſolvendam; Exceptis Tertio Libro, & Propoſitione ultima Secundi, quæ poſtea ex Chartulis diſperſis ſunt collecta. Ne controverſiis me de hoc Argumento implicari paterer, diſtuli uſq; adhuc hunc Tractatum in lucem emittere; & diſtuliſſem uſque, niſi me moviſſet tandem Amicorum Importunitas. Siquæ aliæ chartæ ſuper hac Materia, erepſerunt injuſſu meo; imperfectæ ſunt eæ, & forſitan ante ſcriptæ, quam omnia Experimenta hoc in Libro memorata cepiſſem, mihiq; ipſi, quæ eſſent Refractionis Leges Colorumq; componendorum Ratio, ſatis comprobaſſem. Edidi jam [Anglice] quæ mihi de hoc Argumento viſum eſt emittere; & nolim ea, me inſciente, in alium ſermonem converti.

Coronas Colorum, quæ circum Solem & Lunam nonnunquam videntur, conatus ſum quadantenus Explicare; Verum, inopia plurium Obſervationum, Materiam illam aliis penitius explorandam relinquo. Argumentum Tertii quoq; Libri imperfectum dimiſi; quia nec omnia ceperim Experimenta, quæ, cum hæc agerem, mecum ſtatueram capere; nec, quæ ceperam, omnia iteraverim, donec de ſingulis

lis ipſorum Circumſtantiis poſſem mihi ipſi facere ſatis. In his Chartis edendis, illud ſolummodo mihi inſtitutum fuit; ut quæ Ipſe Experiendo comperiſſem, communicarem; quæq; adhuc reſtant, Aliis penitius exploranda commendarem.

In Literis ad D. Leibnitzium *Anno* 1676 *datis, & a* D. Walliſio *editis, feci mentionem Methodi, qua generalia quædam inveniſſem Theoremata, de quadrandis Figuris Curvilineis, conferendiſve eis cum Sectionibus Conicis, aliiſve Figuris Simpliciſſimis omnium quibuſcum comparari queant. Et ante hos aliquot Annos, Chartas quaſdam Manuſcriptas, iſtiuſmodi Theoremata complectentes, utendas tradidi. E quibus quoniam nonnulla poſtea tranſcripta offenderam; oblata hac occaſione, eas in publicum emiſi; cum* Introductione *præfixa, &* Scholio *de ejus Methodi Natura ſubjuncto. Adjeciq; alium parvum Tractatum de Curvilineis Figuris Secundi Generis, qui itidem ante multos annos ſcriptus fuit, & cum Amicis quibuſdam communicatus, qui mihi Authores porro fuerunt ut eum in lucem ederem.*

I. N.

Errata, Corrigenda, & Addenda.

Pag.	*Lin.*	
9.	3.	PRo, ſeorſum; *lege*, æquales.
	4.	*poſt*, proportionem; *lege*, ſeorſum.
12.	21.	*dele*, rotunditatis; & *lin.* 22, *pro*, partes, *lege*, defectum rotunditatis.
15.	21.	*poſt*, eam; *adde*, & Priſma.
16.	31.	*poſt*, HE; *adde*, & linea tranſverſa F G plano feneſtræ perpendicularis eſt.
17.	16.	*pro*, a tergo ad inſiſtendum conſpiſſatam; *lege*, lineis nigris diſtinctam.
19.	16.	*pro*, quavis proportione; *lege*, quovis angulo.
24.	16.	*lege*, denique.
25.	29.	*poſt*, dimenſus ſum; *adde*, dempta penumbra quadam, cujus latitudo quadrantem unciæ vix ſuperabat, ut ſupra dictum eſt.
28.	11.	*lege*, rubeus exterior & intenſior.
36.	3.	*lege*, paralleli.
	27.	*poſt*, pergebat; *adde*, ea.
47	1.	*pro*, ad majori P; *lege*, ad P majori
56.	4.	*pro*, ad 72; *lege*, ut 72.
57.	26.	*lege*, 65 vel 70.
63.	ult.	*lege*, ad lineam 2 p P.
64.	1.	*lege*, ad lineam p P.
70.	16.	*lege*, $10\frac{1}{3}$.
	penult.	*dele*, hujus Partis.
71.	28.	*pro*, ſaturatiſſimus; *lege*, extremus qui ſenſu percipi poſſit, ſive a flavo maxime diſtans.
	30.	*pro*, nubiluſq; *lege*, & obſcurus.
72.	13,14.	*pro*, fuſciori; *lege*, obſcuriori.
	15.	*pro*, fuſcum; *lege*, obſcurum.
	23.	*pro*, nubiliq; *lege*, & tenebricoſi.
73.	23.	*pro*, ſaturatiſſimum; *lege*, extimum ſive a flavo maxime diſtantem.
80.	31.	*poſt*, aureum; *dele*, Hi; *& adde*, Aureum voco, non modo flavum auri colorem, ſed maxime citrinum illum qui paulo magis ad rubeum accedit, eſtq; medius inter flavum & rubeum, utriuſq; ex æquo particeps, & uno ſui extremo ad rubeſcentem auri flavedinem, altero ad flaveſcentem rubedinem vergit; qualis eſt Malorum aureorum color. Hi colores aureus & flavus

81. 1. *pro*, nubiluſque; *lege*, & tenebricoſus.
2. *pro*, fuſcior languidiorque; *lege*, languidior.
28. *pro*, nubilo; *lege*, tenebricoſo.

83. *poſt lin.* 12. *adde*; Cæterum ſtellas fixas, ob immenſam diſtantiam, inſtar punctorum eſſe, niſi quatenus earum lumen refractione dilatatur, inde conſtat; quod, ubi Lunam ſubeunt, eclipſin paſſuræ, lumen earum non gradatim (ut fit in Planetis,) ſed totum ſimul evaneſcit, &, finita eclipſi, totum ſimul in conſpectum redit; aut certe intra Spatium unius duorumve minutorum ſecundorum; refractione ſcilicet in Atmoſphæra Lunæ, tempus luminis & evaneſcentis & in conſpectum denuo redeuntis, aliquantulum protrahente.

14. *poſt*, poſſit; *pro*, omnino eſſe 250 partibus minorem diametro, quam aperturam Vitri; *lege*, latitudinem habere omnino 250 partibus minorem latitudine aperturæ Vitri objectivi.

92. *poſt lin. ult.* *adde*; Veruntamen ſi id omne demum, quod quis expectare aut ſibi proponere queat, Arte poſſet effici; nihilominus certi eſſent limites, ultra quos Teleſcopia nullo modo perfici poſſent. Etenim Aer perpetuo tremit; uti videre eſt ex motu tremulo umbrarum de turribus altis projectarum, & ex ſtellarum fixarum ſcintillatione. At Stellæ iſtæ non ſcintillant, cum aſpiciuntur per Teleſcopia, quæ latas habent aperturas. Etenim Luminis particulæ, quæ per diverſas partes aperturæ tranſeunt, tremunt ſingulæ ſeorſum; & contrariis tremoribus incidunt uno eodemq; tempore in diverſa puncta in fundo Oculi; celerioribus utiq; Motibus, & confuſioribus, quam ut ſeparatim ſenſu percipi poſſint. Quæ quidem omnia puncta, conſtituunt unum latum punctum lucidum, compoſitum utiq; ex multis illis punctis lucidis trementibus, motu celerrimo & vibrationibus breviſſimis inter ſe confuſe & inſenſibiliter permixtis; efficiuntq; ut ſtella juſto latior videatur, itemq; ſine ullo Totius tremore, qui quidem Senſu percipi poſſit. Teleſcopia longa efficere poterunt, ut Objecta videantur lucidiora & ampliora; at nullo modo ita comparari, ut confuſioni iſti, quæ ex Aeris tremoribus oritur, remedium afferre queant. Remedium unicum eſt Aer ſereniſſimus, qualis fortean in ſummis Montium altiſſimorum verticibus reperiatur.

95. 5. *lege*, aqua ſalſa vel oleo claro.

100. 5. *poſt*, coloribus; *lege*, per differentias quam minimas ab uno extremo ad alterum extremum pergentibus, & ſerie continuata in ſe invicem perpetuo deſinentibus: Adeo ut totidem eſſe viderentur colores, quot eſſent radiorum inter ſe refrangibilitate differentium genera: qui tamen omnes ſub ſpeciebus & nominibus colorum ſeptem principalium prædictorum comprehendi poſſint, tanquam eorum gradus innumeri.

Errata, Corrigenda, & Addenda.

106. 20. *poſt*, expertus ſum; *adde*, ſatis accurate.
107. 2. *poſt*, idemque Medium rarius; *adde*, nempe Aerem tenuiſſimum.
3. *poſt*, Proportione; *adde*; Exiſtimaveram primo, quum Anguli Incidentiæ ex Aere in alia Media eſſent 90 graduum quam proxime, *Cotangentes* Angulorum Refractionis fuiſſe *in data ratione:* Poſtea autem, quum Experimentum jam memoratum cepiſſem, Theorema illud cum hoc jam expoſito commutavi.
109. 6. *poſt*, evaneſcant; *adde*, in album vel ſubalbidum converſi.
124. 30. *poſt*, luminoſiorem; *adde*, & pleniorem.
125. 23. *poſt*, minuſve; *adde*, plenus.
penult. *lege*, rum.
149. 14. *pro*, ſplendidiſſimis; *lege*, pleniſſimis.
21. *lege*; Cæruleum Cyprium autem, rubeo quidem ſaturo, ſed obſcuro tamen & tenebricoſo.
26. *lege*; Cinnabaris autem, cæruleo quidem ſaturo, ſed obſcuro tamen & tenebris offuſo.
170. 22. *pro*, *deg: lege*, *grad:*
171. 20. *poſt*, nimirum; *adde*, a ſinuum majori, hoc eſt,
172. 5. *pro*, æquiparaverit diametro amplius $\frac{2}{5}$ & prope $\frac{1}{2}$; *lege*, ejus diameter major eſſet duabus quintis partibus & minor ſemiſſe.
174. 9. *poſt*, Reflexio illa; *adde*, aut ex Vacuo, aut
176. 15. *poſt*, contractionem; *adde*, totam.
179. 9. *pro*, parviores; *lege*, minores.
13. *pro*, parviores; *lege*, exiguæ.
182. 8. *pro*, inter; *lege*, intra.
184. 3. *pro*, *deg: lege*, *grad.*
21. *poſt*, perpendiculum; *adde*, Et cum hiſce Menſuris bene convenit, ſiquidem recte applicetur, Regula per *ſeptimam Obſervationem* inventa; nempe, craſſitudinem lamellæ Aquæ, qua unus idemq; color in diverſis Oculi obliquitatibus exhibeatur, proportionalem eſſe *Secanti* Anguli cujuſdam, cujus Sinus ſit prima ex 106 Arithmeticis mediis proportionalibus inter Sinus Incidentiæ & Refractionis; incipiendo a Sinuum minori, hoc eſt, a Sinu Refractionis, quando Refractio fit ex Aere in Aquam; alioquin, a Sinu Incidentiæ.
186. 5. *poſt*, fornaceo; *adde*, fuſum.
15. *dele*, atq; deſinere.
16. *pro*, medii tenuioris; *lege*, lamellæ
ult. *poſt*, quod; *adde*, omnes ſimul.
196. 30. *lege*, ut in ejus Micrographia memoratur.
200. 19. *poſt*, albitudinem; *adde*, uniformem &
201. 2. *pro*, factus; *lege*, facta.
13. *poſt*, parte; *adde*, circulorum,
203. 26. *lege*, ſolummodo.
208. 14. *poſt*, obliquitas; *adde*, Incidentiæ.

Errata, Corrigenda, & Addenda.

212. 3. *lege*, Reſina terebinthina nondum exiccata, & Aqua pluvia, ſimul agitatæ.

7. *poſt*, terebinthino; *adde*, Olivo,

15. *lege*, minora quam certæ cujuſdam &

219. 10. *pro*, ætheris, *lege*, cæli ſereni.

220. 21. *pro*, &; *lege*, vel.

223. 3. *poſt*, majora; *adde*, in latitudinem

20. *poſt*, particulas; *adde*, coarctati &

228. 30. *lege*; ut Aurum plus habeat meatuum inter partes ſuas ſolidas, quam partium ſolidarum quibus meatus interjacent; & conſequenter ſpatium vacuum in meatibus Aquæ, ſpatium partibus ſolidis occupatum amplius quadragies ſuperet.

229. 6. *poſt*, reperiat; *adde*, Magnes virtutem ſuam, ſine ulla diminutione aut alteratione, integram tranſmittit per Corpora omnia frigida & non magnetica, ut Aurum, Argentum, Vitrum, Aquam. Vis gravitans Solis, (ſiquis eam quidem mechanice explicare velit,) tranſmittitur integra per ingentia Planetarum corpora; ita ut Vi æquabili, ad ipſa uſq; Centra, in omnes eorum partes agat; pro quantitate ſcilicet materiæ, in quaq; parte. Et Radii Luminis, ſive ſint illi exigua corpuſcula, ſive Motus ſolummodo vel Preſſus propagatus, moventur in lineis rectis; radiuſque, cum ſemel, cujuſvis rei oppoſitu, de via deflectatur, nunquam iterum, niſi forte caſu aliquo, in eandem lineam rectam reverti poterit: Attamen Lumen per corpora pellucida in lineis rectis ad longa uſq; intervalla tranſmittitur. Qui fieri queat, ut corpora ſatis habeant meatuum ad hos effectus obtinendos, difficile quidem eſt conceptu; at nequaquam impoſſibile. Etenim, ut ſupra expoſitum eſt, Colores corporum oriuntur ex eo, quod particulæ ipſorum certis ſint magnitudinibus. Jam ſi particulas iſtas ita diſpoſitas concipiamus, ut inter eas tantum intervallorum ſive meatuum interjaceat, quantum ſint ipſæ particulæ; ipſaſq; porro ita ex aliis multo minoribus particulis compoſitas eſſe, ut minores illæ particulæ habeant & ipſæ interjectum ſibi meatuum tantum, quantum ſunt ipſæ particulæ; haſq; ipſas ſimiliter, ita ex aliis multo adhuc minoribus particulis compoſitas eſſe, ut illæ adhuc minores particulæ habeant & ipſæ interjectum ſibi meatuum tantum, quantum ſunt ipſæ particulæ; & ſic deinceps, donec ad ſolidas demum particulas deveniatur, quæ nullos omnino habeant in ſe meatus: Sintq; in aliquo Corpore tres, puta, hujuſmodi particularum gradus; quorum ultimus ſit earum, quæ minimæ ſint & plane ſolidæ: Utiq; id corpus *ſepties* tantum habebit meatuum, quam quantum partium ſolidarum. Quod ſi quatuor hujuſmodi fuerint particularum gradus, quorum ulti-

mus

mus ſit minimarum & plane ſolidarum; jam corpus *decies & quinquies* tantum habebit meatuum, quam quantum partium ſolidarum. Si quinq; fuerint particularum gradus; corpus *tricies & ſemel* tantum habebit meatuum, quam quantum partium ſolidarum. Si ſex gradus; corpus *ſexagies & ter* tantum habebit meatuum, quam quantum partium ſolidarum: Et ſic deinceps. Quin etiam aliæ adhuc eſſe poſſunt in admiranda corporum fabricatione rationes, nobis prorſus ignotæ; quibus effici queat, ut multo etiam adhuc plus meatuum in corporibus ineſſe poſſit.

230. 11. *lege*, quaſi infinite parvus.
234. 19 & 27. *lege*, perinde
236. 25. *lege*, Roemerus.
242. 24. *lege*, ex *ſeptima & decima nona Obſervatione.*
247. 31. *pro*, exinde; *lege*, ampliata illa Radii reflexi latitudine.
248. 19. *pro*, tenebras; *lege*, colorem leucophæum.
249. 24. *pro*, 2^{2}_{16}; *lege*, 2^{1}_{16}.
254. 15. *poſt*, eos; *dele*, multo.
255. 18. *poſt*, &; *adde*, radii.
258. 32. *lege*, in 7ma & 19na.
259. 4. *lege*; ut Secans certi cujuſdam Anguli, ad Radium; ejus nimirum Anguli, cujus Sinus ſit
264. 22. *lege*, ambiente nonnunquam.
275. 21. 26. 29. 276. 2. } *dele*, Adamante.
277. 6, 9 & 12. *poſt*, Umbræ; *adde*, ſitarum.
279. 13. *poſt*, quidem; *adde*, latitudinis.
284. 24. *pro*, exinde; *lege*, ubi longius aberant a concurſu ſuo, latitudine erant paulo minori, &
291. 12. *pro*, parviores; *lege*, contractiores.
293. 17. *lege*, Inflectunt.
28. *poſt*, ſinuoſo; *adde*, inſtar anguillæ.
294. 23. *poſt*, efficitur? *Adde*; & Annon Corpora omnia, quæ partibus abundant terreſtribus, & præſertim ſulphuroſis, Lumen emittunt, quotieſcunq; partes iſtæ ſatis ſint agitatæ; ſive id Calore fiat, ſive attritu, ſive percuſſu, ſive putreſcendo, ſive motu aliquo vitali, ſive alia quavis de cauſa? ut *Aqua marina*, ſæviente procella; *Argentum vivum*, in Vacuo agitatum; *Felis dorſum*, vel *Equi collum*, manu oblique in loco tenebricoſo affrictum; *Ligna*, *Carnes & Piſces*, dum putreſcunt; *Vapores* ex Aquis putridis, qui *Ignes Fatui* vulgo appellantur; *Metæ fæni ſegetiſve* ſubhumidæ fermenteſcentes; *Phoſphorus Bononienſis*, radiis Luminis agitatus; *Phoſphorus vulgaris*, Corporis cujuſvis

 juſvis

juſvis attritu, vel acidis Aeris particulis, agitatus; *Adamantes* aliqui, feriendo, premendo, vel fricando; *Chalybis ſtrigmenta*, Silice decuſſa; *Ferrum* ictibus malleorum *calefactum*, donec Sulphur ſibi injectum accendat; *Axes Curruum*, motu rapidiore incenſi; Et *certi Liquores* inter ſe permixti, quorum particulæ cum impetu concurrunt; ut *Oleum Vitrioli* a *Nitro* pari pondere diſtillatum, dein dupla portione mixtum cum *Oleo Caryophyllorum*.

296. 5. *pro*, exploſioque; *lege*, quo exploſio.
Lineam ultimam Dele.

297. 6, *poſt*, emiſerint; *adde*, Etenim ſi Aqua in Vaſe aliquo pellucido tepefiat; & Aer deinde e Vaſe exhauriatur; Aqua iſta in *Vacuo* ebulliet nihilo minus vehementer, quam ſi in Vaſe igni impoſito calorem multo majorem in *aperto Aere* concepiſſet. Nam Atmoſphæræ incumbentis pondus, vapores deprimit; impeditq; quominus Aqua ebulliat, donec calorem contraxerit multo majorem, quam quo ad ejuſdem in *Vacuo* ebullitionem excitandam opus ſit. Item, mixtura Stanni & Plumbi, ferro candenti in *Vacuo* impoſita, Fumum emittit, atq; etiam Flammam: Eadem autem mixtura, in *aperto Aere*, propter Atmoſphæræ incumbentis pondus, ne Fumum quidem, qui Viſu percipi poſſit, emittit. Similiter fieri poteſt, ut ingens Amoſphæræ, quæ globo Solis incumbit, pondus, efficiat ne corpora ibi in Vapores & fumos abire queant, niſi ope Caloris longe majoris, quam qui eadem in Terræ noſtræ Superficie facillime in vapores & fumos ſolveret; idemq; illud ingens pondus, vapores & exhalationes, ſimul ac e Sole aſcendunt, ſtatim iterum condenſet; efficiatque, ut in Solis globum continuo recidant, caloremq; ipſius Actione ſua eodem modo adaugeant, quo Aer in Terra noſtra calorem ignis culinarii auget; itemq; prohibeant, ne ingens ille globus imminuatur, niſi forte Luminis emiſſione.

298. 10. *poſt*, Colores; *adde*, ſi juxta ſe invicem poſiti, ſimul inſpiciantur.

IN hac Latina Editione, relecto Libro, quædam immutavi, præſertim perſpicuitatis gratia; & nonnulla Addidi, quæ maximam partem in his Corrigendis & Addendis habentur. Et Quærendorum *inſuper numerum in fine Libri adauxi.*

I. N.

ERRATA

IN

Enumeratione Curvarum.

Pag.	*Lin.*	
10.	1.	*lege* circa.
18.	21.	*lege* Parabolam.

IN

Quadratura Curvarum.

Pag.	*Lin.*	
8.	19.	*pro* $-2xxy\dot{y}$, *lege* $-2xy\dot{y}$.
9.	14.	*dele* $-2xy\dot{y}$.
13.	penult.	*pro* $\frac{t}{-1}gB$, *lege* $\frac{-t}{-1}gB$.
15.	9.	*pro* $z - \frac{5}{2} +$, *lege* $z^{-\frac{5}{2}} +$.
22.	ult.	*lege* $+\frac{2ag}{f}z^{\theta+\eta}R^{\lambda}-\theta aA$.
31.	2.	*lege* $-36effz^{2\eta}$.
32.	1.	*lege*, Sectionis.

OPTICES

LIBER PRIMUS.

PARS I.

IN hoc Libro conſcribendo, non mihi id inſtitutum fuit, ut poſitis certis Hypotheſibus, notas Luminis Proprietates exinde explicarem; ſed ut abditas nec antea obſervatas ejus Proprietates ſimpliciter proponerem, & propoſitas Ratione duntaxat Experimentiſq; comprobarem; deinde, quid ex iiſdem conſequatur, oſtenderem. Quem in Finem, Definitiones & Axiomata ſubjecta præmittere ſtatui.

DEFINITIONES.

DEFIN. I.

P*Er Radios Luminis, minimas ipſius Partes intelligo, eaſq; tam in eiſdem lineis ſucceſſivas, quam contemporaneas in diverſis.* Liquet enim Lumen ex partibus conſtare, tum ſucceſſivis, tum contemporaneis: Quippe in uno eodemq; loco id Luminis quod uno momento advenit, intercipere licet; & quod momento proxime ſequenti advenit, permittere ut tranſeat: Item uno eodemq; tempore Lumen in quolibet loco intercipere licet, &

quovis alio in loco permittere ut tranſeat. Ea enim Luminis pars, quæ intercipitur, non poteſt eadem eſſe atq; iſta quam tranſire permittas. Minimum Lumen, aut minima Luminis pars, quæ ſola ſine reliquo Lumine vel intercipi poſſit, vel ſola propagari; aut quæ agere vel pati quicquam poſſit, quod reliquum Lumen eodem tempore non agat vel patiatur: hæc eſt, quam appello Radium Luminis. Atq; in Experimentis capiendis, Radius etiam dicitur, Luminis pars quælibet ſenſibilis in directum propagata.

DEFIN. II.

Refrangibilitas radiorum Luminis, eſt diſpoſitio ea, qua ita comparati ſunt, ut in tranſeundo ex uno Corpore tranſlucido, ſive Medio, in aliud, refringantur ſeu de via deflectantur. Et major minorve Radiorum Refrangibilitas, eſt Diſpoſitio ea qua apti ſunt, ut in paribus incidentiis ſuper unum idemq; Medium, magis minuſve de via detorqueantur. Mathematici plerunq; ſecum ita fingunt; radios Luminis eſſe lineas a corpore Lucido ad corpus illuminatum pertingentes; horumq; radiorum Refractionem, eſſe Linearum iſtarum Flexionem aut Fractionem in tranſeundo ex uno Medio in aliud. Atq; hoc quidem de Radiis & Refractionibus dici poſſit; ſi Lumen uno momento propagetur. Verum cum ex temporum Eclipſium Jovis Satellitum Æquationibus, id colligi videatur, Lumen ſpatio temporis propagari; adeo ut e Sole in Terram ſeptem circiter minutorum ſpatio deferatur; Radios ac Refractiones ita laxe definire malui, ut quicquid de Luminis propagatione ſtatuatur, hæ tamen Definitiones in utramq; partem veræ ac certæ ſint.

D E-

DEFIN. III.

Reflexibilitas Radiorum, eſt Diſpoſitio ea, qua ita comparati ſunt, ut in quodcunq; Medium inciderint, ab ejuſdem ſuperficie in idem rurſus unde profecti ſunt Medium reflectantur. Et radii magis minuſve reflexibiles ſunt, qui facilius aut difficilius reflectuntur. Exempli gratia; cum Lumen e Vitro in Aerem tranſeat, & pro eo ut ad communem Vitri Aeriſq; ſuperficiem magis magiſq; inclinetur, ex toto tandem ab iſta ſuperficie reflecti incipiat: quæ radiorum genera vel paribus incidentiis majori copia reflectuntur, vel radios paulatim inclinando citius ex toto reflectuntur; ea maxime reflexibilia ſunt.

DEFIN. IV.

Angulus Incidentiæ, eſt Angulus, qui linea ab incidente radio deſcripta, & linea ad reflectentem aut refringentem ſuperficiem perpendiculari, in puncto Incidentiæ continetur.

DEFIN. V.

Angulus Reflexionis aut Refractionis, eſt Angulus, qui linea a reflexo aut refracto radio deſcripta, & linea ad reflectentem aut refringentem ſuperficiem perpendiculari, in puncto Incidentiæ continetur.

DEFIN. VI.

Sinus Incidentiæ, Reflexionis & Refractionis, ſunt ſinus Angulorum Incidentiæ, Reflexionis & Refractionis.

DEFIN. VII.

Lumen cujus omnes Radii ſunt æque Refrangibiles, id ego Simplex, Homogeneum, & Similare appello: Cujus autem Radiorum alii magis quam alii Refrangibiles ſunt, id ego Compoſitum, Heterogeneum, & Diſſimilare appello. Prius Lumen ideo Homogeneum appello, non quod id plane & omnimode Homogeneum eſſe, affirmare velim; ſed quod Radii qui pari ſunt refrangibilitate, iidem in iſtis ſaltem omnibus, de quibus in hoc libro diſſerendum erit, Proprietatibus inter ſe conveniunt.

DEFIN. VIII.

Colores Homogenei Luminis, appello Primarios, Homogeneos & Simplices: Luminum autem Heterogeneorum Colores, Heterogeneos & Compoſitos. Hi enim ex Luminum Homogeneorum coloribus ſemper compoſiti ſunt; ut ex iis quæ infra dicenda ſunt, apparebit.

AXIOMATA.

AX. I.

ANguli Incidentiæ, Reflexionis & Refractionis, in uno eodemq; Plano ſiti ſunt.

AX. II.

Angulus Reflexionis, æqualis eſt Angulo Incidentiæ.

AX.

AX. III.

Si radius refractus directo ad punctum Incidentiæ revertatur; in eam ipſam lineam, quam radius Incidens ante deſcripſerat, refringetur.

AX. IV.

Refractio e rariori Medio in denſius, fit verſus perpendicularem; hoc eſt, ita ut Angulus Refractionis ſit Angulo Incidentiæ minor.

AX. V.

Sinus Incidentiæ eſt ad Sinum Refractionis in data Ratione, vel accurate vel quam proxime.

Quare ſi in una radii incidentis inclinatione, cognita ſit iſta proportio; cognita erit etiam in omnibus. Unde Refractio in omnibus Incidentiæ caſibus ſuper unum idemq; corpus Refringens, determinari poteſt. Exempli gratia; ſi Refractio fiat ex Aere in Aquam, Sinus incidentiæ Luminis rubri, ad Sinum Refractionis ejuſdem Luminis, eſt ut 4 ad 3. Si refractio fiat ex Aere in Vitrum, Sinus erunt inter ſe ut 17 & 11. In Lumine aliorum Colorum, aliæ ſunt Sinuum Proportiones: Sed ea differentia adeo parva eſt, ut raro ejus ullam rationem haberi ſit neceſſe.

Sit igitur R S aquæ ſtagnantis ſuperficies, & C punctum Incidentiæ, ubi radius ab A in linea A C per aerem delapſus, reflectitur aut refringitur. Jam ut inveniam quo iſte radius, poſtquam reflexus aut refractus fuerit, *Fig. 1.*

fuerit, ſit perrecturus; erigo ſuper aquæ ſuperficiem e puncto Incidentiæ perpendicularem C P, eamq; deorſum produco ad Q. Tum ex Axiomate primo concludo, radium, poſtquam reflexus aut refractus fuerit, alicubi in Plano Anguli Incidentiæ A C P producto reperiri debere. Super perpendicularem C P igitur, demitto ſinum Incidentiæ A D: Et ſi radius reflexus, quis ſit, quæratur; produco A D ad B, ita ut D B ſit æqualis iſti A D; & duco C B: Quæ linea C B, erit radius reflexus: Angulus enim Reflexionis B C P ejuſq; Sinus B D, æquales ſunt Angulo & Sinui Incidentiæ; uti, ex ſecundo Axiomate, fieri debet. Sin autem radius refractus, quis ſit, quæratur; produco A D ad H, ita ut D H ad A D eam proportionem habeat, quam habet Sinus Refractionis ad Sinum Incidentiæ, hoc eſt, Rationem 3 ad 4. Tum Centro C, in Plano A C P, & radio C A, deſcripto Circulo A B E; duco parallelam Perpendiculari C P Q lineam H E, quæ ſecet circumferentiam in E: Et ducta C E, iſta linea C E erit radius refractus. Si enim demittatur E F perpendicularis ad lineam P Q; iſta linea E F, quoniam Angulus Refractionis eſt E C Q, erit Sinus Refractionis Radii C E. Qui ſinus E F, æqualis eſt ipſi D H; & conſequenter eam proportionem habet ad Sinum Incidentiæ A D, quam habent 3 ad 4.

Eodem modo ſi per Priſma vitreum (hoc eſt, vitrum duobus æqualibus & parallelis Triangulis ab extremitatibus ſuis terminatum, tribuſq; planis & bene politis compactum lateribus, quæ tribus parallelis lineis a ternis angulis unius extremi ad ternos angulos alterius extremi pertingentibus interjunguntur,) ſi, inquam, Luminis per hujuſmodi Priſma tranſmiſſi Refractio

quæ-

quæratur: Sit A C B Planum, quo Priſma ea ſui parte, *Fig.* 2. qua lumen tranſmittitur, ſecetur tranſverſum per iſtas lineas parallelas quibus ternæ ipſius facies interjunguntur: Sitq; D E radius incidens in primam faciem Priſmatis A C, ubi Lumen in vitrum ingreditur: Tum Poſito quod Sinus Incidentiæ ad Sinum Refractionis eam proportionem habeat, quam habent 17 ad 11; inveni E F primum radium refractum. Qui porro radius quum ſit ipſe Radius Incidens in ſecundam faciem vitri B C, ubi Lumen egreditur; iterum refractus radius F G ſimili ratione invenietur, ponendo Sinum Incidentiæ ad Sinum Refractionis eam habere rationem, quæ eſt 11 ad 17. Si enim Sinus Incidentiæ ex Aere in Vitrum, ſit ad Sinum Refractionis, ut 17 ad 11; liquet Sinum Incidentiæ e Vitro in Aerem fore e contrario ad Sinum Refractionis, ut 11 ad 17; uti ex tertio Axiomate patet.

Simili fere ratione, ſi A C B D ſit Vitrum ex utraq; *Fig.* 3. parte Sphærice convexum (quod vulgo Lens appellatur, quale eſt Vitrum Uſtorium, aut Conſpicillum vulgare, aut vitrum Objectivum Conſpicilli tubulati,) & quæratur quomodo Lumen e puncto lucido Q in hoc Vitrum incidens, refringi debeat: Sit Q M radius incidens in quodvis punctum M primæ ſuperficiei Sphæricæ A C B; & erigendo lineam vitro perpendicularem in puncto M, inveni primum refractum radium M N, ex proportione Sinuum 17 ad 11. Idem radius e vitro egreſſurus incidat in N; tumq; inveni ſecundum radium refractum N *q*, ex proportione Sinuum 11 ad 17. Qua eadem ratione inveniri quoq; poteſt Refractio, cum Lens ex altera parte convexa, ex altera plana ſit vel concava; aut cum ex utraq; parte ſit concava.

A X. VI.

Radii Homogenei ex diverſis cujuſvis Objecti punctis fluentes, & in Planam aut Sphæricam ſuperficiem reflectentem aut refringentem, ad perpendiculum aut fere ad perpendiculum incidentes; divergent deinceps a totidem aliis punctis, aut paralleli evadent totidem aliis lineis, aut convergent verſus totidem alia puncta, accurate aut ſaltem ſine errore ſenſibili. Hocq; idem eveniet, ſi radii a duabus, tribus, pluribuſve Planis Sphæriciſve ſuperficiebus ſucceſſive reflectantur vel refringantur.

Punctum, a quo Radii divergunt, vel ad quod convergunt, appellari poteſt ipſorum *Focus*. Et, ſi Focus incidentium radiorum datus ſit, Focus radiorum reflexorum aut refractorum inveniri poterit, computando binorum quorumvis radiorum refractionem, ſicuti ſupra traditum eſt; vel etiam facilius, hoc modo.

Fig. 4. *Caſ.* 1. Sit A C B Planum reflectens aut refringens, & Q Focus Incidentium Radiorum, & Q *q* C linea Plano iſti perpendicularis. Jam ſi hæc linea perpendicularis producatur ad *q*, ita ut *q* C fiat æqualis Q C; punctum *q* erit Focus radiorum reflexorum. Vel, ſi *q* C capiatur ab iiſdem partibus Plani, ac ipſa Q C; habeatq; eandem Proportionem ad Q C, quam habet Sinus Incidentiæ ad Sinum Refractionis; punctum *q* erit Focus radiorum refractorum.

Fig. 5. *Caſ.* 2. Sit A C B Superficies reflectens cujuſvis Sphæræ, cujus Centrum ſit E. Biſeca quemvis ipſius Radium (puta E C) in T. Et, ſi in iſto Radio, ab iiſdem partibus puncti T, ſumantur puncta Q & *q*, ita ut T Q, T E, & T *q* ſint continue proportionales; & punctum Q ſit Focus radiorum incidentium; punctum *q* erit Focus reflexorum.

Caſ.

Caſ. 3. Sit A C B Superficies refringens cujuſvis Sphæræ, cujus Centrum ſit E. In quovis ipſius Radio E C in utramq; partem producto, capiantur ~~ſeorſum~~ aequales E *T* & C *t* ita, ut ad iſtum Radium eam proportionem ſeorſim habeant, quam habet Sinuum Incidentiæ & Refractionis is qui minor fuerit, ad differentiam ipſorum Sinuum. Tum ſi in eadem linea inveniantur duo quævis puncta Q & *q*, ita ut T Q ſit ad E T, ut E *t* ad *t q*; (ſumendo *t q* in contrarias partes a puncto *t*, ac T Q a puncto T;) & punctum Q ſit Focus radiorum incidentium; punctum *q* erit Focus refractorum. *Fig.* 6.

Porro, eodem modo Focus Radiorum bis vel ſæpius reflexorum aut refractorum, inveniri poterit.

Caſ. 4. Sit A C B D Lens refringens, Sphærice convexa aut concava, aut plana utravis ſuperficie; ſitq; C D Axis ipſius; (hoc eſt, linea quæ utramq; ejus ſuperficiem ad perpendiculum ſecet, & per Centra Sphærarum tranſeat;) inq; hoc Axi ſint F & *f* radiorum refractorum Foci ratione ſupra expoſita inventi, cum radii Incidentes ex utraq; parte Lentis ſint Axi eidem paralleli; & diametro F *f* biſecto in E deſcribatur Circulus. Finge jam quodvis punctum Q Focum eſſe radiorum incidentium. Duc Q E, quæ ſecet circulum prædictum in punctis T & *t*; in eaq; ſume *t q*, quæ eam proportionem habeat ad *t* E, quam habet ipſa *t* E ſive T E ad T Q. Sit *t q* a contrariis partibus puncti *t*, ac T Q a puncto T; & *q* erit radiorum refractorum Focus, ſine errore ſenſibili; modo punctum Q non tanto intervallo ab Axe diſtet, nec Lens ipſa adeo lata ſit, ut radiorum nonnulli in ſuperficies refringentes nimio plus obliqui incidant. *Fig.* 7.

Simili opere, cum dati ſint duo Foci, inveniri poſ-

ſunt Superficies reflectentes aut refringentes; eoq; pacto forma Lentis exprimi, quæ efficiat ut radii ad quemvis locum, vel a quovis loco dato, fluant.

Itaq; hujus Axiomatis ſumma hæc eſt. Si radii in aliquam Planam aut Sphæricam Superficiem ſive Lentem incidant, &, antequam in iſtam Superficiem incidant, fluant a dato puncto vel ad datum punctum Q; hi radii, poſtquam reflexi vel refracti fuerint, fluent a puncto *q*, vel ad punctum *q*, quod ratione ſupra expoſita definitum fuerit. Et, ſi Radii incidentes fluant a diverſis punctis, vel ad diverſa puncta, Q; radii reflexi vel refracti fluent a totidem punctis, vel ad totidem puncta, *q*, quæ eadem ratione inveniri potuerint. Utrum a puncto *q*, an contra ad iſtud punctum, radii hi reflexi & refracti fluant; ex ipſo puncti iſtius ſitu, facile dignoſcitur. Si enim iſtud punctum ſitum ſit ab iiſdem partibus Superficei ſive Lentis reflectentis aut refringentis, ac punctum ipſum Q; & radii incidentes fluant a puncto Q: Radii reflexi, ad *q*; & refracti, a *q*, fluent. Sin autem radii incidentes fluant ad punctum Q: radii reflexi a *q*; & refracti, ad *q*, fluent. Quod ſi iſtud punctum *q* ſitum ſit a contrariis partibus ejuſdem Superficiei; omnia tunc contra, ac dicta ſunt, evenient.

A X. VII.

Quocunq; in loco radii ex omnibus cujuſvis Objecti punctis fluentes, in totidem alia puncta, poſtquam Reflexione aut Refractione coacti fuerint, iterum conveniunt; Eo in loco imaginem iſtius Objecti, ſuper quovis corpore albo in quod inciderint, depingent.

Exempli

Exempli gratia: Si P R ſit Corpus foris objectum; *Fig.* 3.
& A B Lens, ad cubiculi tenebricoſi feneſtram, operculi foramini infixa, qua radii a quovis objecti iſtius puncto Q fluentes ita cogantur, ut in puncto *q* iterum conveniant; & chartæ albæ plagula in *q*, ad excipiendum Lumen immiſſum, collocetur: Objecti P R Imago, juſta ſpecie ac forma, colorumq; ipſorum conveniente reſponſu, in chartam depicta conſpicietur. Ut enim Lumen quod fluit a puncto Q, pergit ad punctum *q*; Ita Lumen quod fluit ab aliis Objecti punctis P & R, ad totidem alia puncta *p* & *r*, eis in imagine reſpondentia, perget; uti, ex ſexto Axiomate, liquet. Atq; hoc pacto unumquodq; Objecti punctum, ſuum in imagine punctum illuminabit; adeoq; imago depingetur, qua debet Forma atque Colore; & plane omni ratione, niſi quod inverſa appareat, Objecti ipſius ſimillima. Atq; hæc porro eſt Cauſa Experimenti iſtius etiam in vulgus noti, quo rerum foris objectarum Imagines in Cubiculo tenebricoſo ſuper Parietem aut Chartæ albæ plagulam depictas excipere ſolent.

Eodem modo, cum quodvis Objectum P Q R oculis *Fig.* 8.
intuemur; Lumen, quod ex diverſis Objecti punctis fluit, ita refringitur a pellucidis oculi tunicis atq; humoribus, (hoc eſt, ab exteriori tunica E F G, quæ *Cornea* appellatur; & a cryſtallino humore A B, qui eſt ultra pupillam *m k*;) ut id coactum in fundo oculi in totidem aliis punctis iterum conveniat, ibiq; objecti imaginem in pellicula illa, quæ *Tunica Retina* appellatur, quaq; oculi fundum obtectum eſt, depingat. Anatomici enim, cum exteriorem illam & craſſiorem pelliculam, quæ *Dura Mater* appellatur, oculi fundo detraxerint; tranſpicientes per tunicas tenuiores, rerum obj

 jectarum

jectarum imagines in eis pulchre depictas videre poſſunt. Quæ quidem imagines, per Nervorum Opticorum Fibras in Cerebrum Motu propagatæ, Viſus cauſa ſunt. Pro eo enim, ut hæ imagines magis minuſve diſtinctæ ſunt, ipſum Objectum magis minuſve diſtincte Viſu percipitur. Si oculus aliquo forte Colore ita imbutus ſit, (quomodo evenit cum quis Ictero laborat,) ut imagines in fundo oculi iſto Colore tinctæ ſint; omnia corpora objecta tum iſto colore itidem videntur infecta. Si oculi humores progrediente ætate deficientes ita imminuantur, ut tunica Cornea & Humoris Cryſtallini integumentum ſe in planiorem ſuperficiem contrahant; Lumen minus æquo refringetur, eaq; de cauſa non conveniet in fundo oculi, ſed in loco aliquo ulteriori; & proinde imago in fundo oculi paulo confuſius depingetur; quæ imago pro eo ut magis minuſve confuſa fuerit, ipſum itidem Objectum videbitur confuſum. Hæc Cauſa eſt, quamobrem Senibus plerunq; Viſus deficiat: Atq; hinc etiam apparet, quomodo conſpicilla ipſis multum adjumento ſint ad diſtincte Videndum. Iſta enim Vitra convexa, oculi ~~rotunditatis~~ jam in compreſſiorem figuram ſe contrahentis ~~partes~~ defectum rotunditatis explent; & Refractionem augendo, efficiunt ut radii citius ſolito convergentes, diſtincte in fundo oculi conveniant; modo vitrum, pro ratione compreſſioris oculi figuræ, apta factum ſit proportione convexum. Jam vero Myopes, quorum Oculi nimium globoſi ſunt, ideoq; non niſi propius admota cernunt, omnia contra quam diximus experiuntur. In horum enim oculis, cum Refractio nimia ſit, Radii ita convergunt, ut intra Oculum prius conveniant, quam fundum ejus attigerint: Ac proinde Imago in fundo Oculi depicta, & conſequenter Viſio

ipſa

ipſa, non erit diſtincta; niſi vel Objectum adeo prope ad oculum admoveatur, ut Locus, quo radii coituri convergunt, jam remotior factus, in fundum oculi incidat; vel nimiæ oculi rotunditati ſubventum ſit, refractioneſq; minuantur, adhibendo Vitrum apta proportione concavum; vel ipſa tandem ætate oculus compreſſior factus, aptam figuram ſortiatur. Myopes enim provectiori ætate corpora remotius objecta diſtinctius cernere incipiunt, ideoq; viſum habere durabiliorem creduntur.

A X. VIII.

Objectum, quod interveniente Reflexione aut Refractione aſpiciatur, eo ſemper in Loco ſitum videtur, unde Radii poſt ultimam Reflexionem aut Refractionem divergunt, quo tempore in Oculum Spectatoris incidunt.

Si Objectum A interveniente Speculi *m n* reflexione *Fig.* 9.
inſpiciatur; videbitur id, non proprio in loco A, ſed poſt Speculum eo in loco *a*, unde radii quilibet, A B, A C, A D, qui ex uno eodemq; Objecti puncto fluxerant, divergunt jam, (poſtquam reflexi fuerunt in punctis B, C, D,) in tranſitu ſuo a Vitro ad puncta E, F, G, ubi in Oculos Spectatoris incidunt. Hi enim radii talem omnino imaginem in Oculorum fundo depingunt, qualem iidem ab Objecto in loco *a* revera collocato fluentes, ſine interpoſitu ſpeculi, depinxiſſent: Omniſq; in Univerſum Viſio, iſtius Imaginis Situi atq; Figuræ congruenter, ſemper efficitur.

Similiter, Objectum D per Priſma inſpectum, non *Fig.* 2.
ſuo in loco D videtur: ſed alio transfertur in locum aliquem *d*, qui in ultimo refracto radio F G, retro ab F ad *d* ducto, ſitus ſit.

Simili-

Fig. 10. Simili quoq; ratione Objectum Q, per Lentem A B inſpectum, eo in loco *q* collocatum videtur, unde radii, in tranſitu ſuo a Lente ad Oculum, divergunt. Obſervandum eſt autem, Objecti imaginem *q*, tanto majorem aut minorem, quam ipſum Objectum Q, videri; quanto diſtantia imaginis *q* a Lente A B, major minorve eſt quam diſtantia Objecti ipſius Q ab eadem Lente. Quod ſi Objectum per bina pluravε hujuſmodi Vitra convexa aut concava inſpectum fuerit; unumquodq; Vitrum novam Imaginem effinget; Objectumq; eo in loco eaq; magnitudine videbitur, quæ erant ultimæ Imaginis Locus atq; Magnitudo. Ex hac Obſervatione pendet tota Microſcopiorum Teleſcopiorumq; Theoriæ explicatio. Etenim in hoc fere poſita eſt ea univerſa Theoria, ut exponatur talium Vitrorum conficiendorum ratio, quæ ultimam Objecti imaginem tam diſtinctam tamq; magnam tamq; luminoſam repræſentent, quam poſſit commode exhiberi.

In his Axiomatibus eorumq; explicatu, quicquid antehac de rebus ad Opticen pertinentibus traditum fuerit, breviter atq; ſummatim videor mihi expoſuiſſe. De quibus enim inter omnes fere convenit, ea, in his quæ infra dicenda ſunt explicandis, tanquam Principia adhibere mihi licere exiſtimabo. Atq; hæc quidem ſufficiant, quæ loco Introductionis dicta ſint in eorum Lectorum gratiam, qui cum ſint acri quidem & perſpicaci ingenio, nondum tamen in Studio Optices verſati fuerint. Melius tamen atq; facilius hæc, quæ ſequuntur, intelligent & cogitatione aſſequentur ii, qui antea in his rebus aliquid operæ atq; Studii poſuerint, & Vitra tractare aſſueti fuerint.

PRO-

PROPOSITIONES.

PROP. I. THEOR. I.

Lumina, quæ Colore differunt, ea itidem Refrangibilitatis gradibus inter ſe differunt.

Probatio ab Experimentis deſumpta.

Exper. 1. CHartam accepi nigram, oblongam, rigidam, lateribus inter ſe parallelis definitam; eamq; linea tranſverſa, ad perpendiculum ab uno latere ad alterum ducta, mediam in duas æquales partes diſpertivi. Harum partium alteram colore rubeo infeci; alteram cæruleo, ſive indico, ad violaceum accedente. Charta ipſa nigerrima erat, coloreſq; largi ac ſaturi, atq; inſuper craſſe illiti; ut Phænomenon evidentius ac notabilius exhiberetur. Chartam iſtam duobus coloribus hoc modo diſcretam, per Priſma inſpexi ex vitro ſolido conflatum; cujus eæ binæ facies, per quas Lumen ad oculum tranſmitteretur, planæ erant ac perpolitæ, angulumq; circiter ſexaginta graduum inter ſe continebant: Quem quidem Angulum, Refringentem Priſmatis Angulum appello. Dum Chartam hoc modo intuerer, eam ita ante feneſtram collocavi, ut chartæ latera eſſent Priſmati parallela; eaq; latera, atq; ipſum inſuper Priſma, Horizonti parallela; & linea tranſverſa, Feneſtræ Plano perpendicularis; Lumen etiam a feneſtra in chartam incidens, & charta ipſa, Angulum inter ſe continerent ei æqualem, quem eadem charta, & lumen jam inde ad oculum reflexum, inter ſe itidem con-

continebant. Ultra Priſma, paries cubiculi ſubter feneſtram panno nigro obtectus erat, atq; ipſe inſuper pannus tenebris undiq; circumſeptus; nequid Luminis inde reflecteretur, quod prope chartæ extremitates ad oculum tranſiens, ſeſe Lumini a charta reflexo immiſceret, eoq; pacto experimentum interturbaret. His ita diſpoſitis; quæ obſervabam, hujuſmodi erant. Si Angulus Refringens Priſmatis ſurſum convertatur, ita ut charta refractione altius attolli videatur; dimidia ejus pars illa, quæ erit colore cæruleo infecta, altius videbitur refringendo attolli, quam illa quæ erit rubea. E contrario autem, ſi Priſmatis Angulus Refringens deorſum convertatur, ita ut Charta refringendo deorſum ferri videatur; tum cærulea ejus pars aliquanto inferius demitti videbitur, quam rubea. Quamobrem in utroq; horum Caſuum, id Luminis, quod a cærulea chartæ parte per Priſma ad oculum fluit, majorem in eiſdem Circumſtantiis Refractionem patitur, quam id quod fluit a parte rubea; & conſequenter, magis refrangibile eſt.

Fig. 11. *Illuſtratio*. In Schemate undecimo, M N exhibet Feneſtram; & D E Chartam, lateribus D J & H E inter ſe parallelis definitam, & linea tranſverſa F G diſpertitam in binas partes æquales, quarum altera D G colore cæruleo ſaturo, altera F E colore rubeo ſaturo infecta ſit. B A C *c a b* repræſentat Priſma, cujus Facies refringentes A B *b a* & A C *c a* interjunguntur in commiſſura refringentis Anguli A *a*. Hæc angulata acies A *a* ſurſum ſpectans, parallela eſt & Horizonti & ſimul extremitatibus chartæ inter ſe parallelis D J & H E.# Porro *d e* eſt chartæ Imago refractione ea, quæ fit ſurſum verſus, ita repræſentata, ut pars cærulea D G

et linea transversa FG plano fenestrae perpendicularis est

altius

altius ſublata ſit ad *d g*, quam pars rubea F E ad *f e*; ac proinde majorem paſſa ſit Refractionem. Quod ſi Acies refringentis Anguli deorſum converſa ſit; jam chartæ imago deorſum refringetur, puta ad $\delta\varepsilon$; & pars cærulea refringendo inferius demittetur ad $\delta\gamma$, quam pars rubea ad $\varphi\varepsilon$.

Exper. 2. Chartæ ante memoratæ, cujus dimidiæ partes colore rubeo & cæruleo ſeorſum infectæ erant, quæq; papyri conglutinatæ ſpiſſitudine erat ad rigiditatem, tenue ſerici nigerrimi filum ſæpius circumvolvebam; ita ut ſingula fila ſuper charta colorata, tanquam totidem lineæ nigræ ſuperinductæ, aut longæ tenueſq; umbræ in eadem projectæ, conſpicerentur. Licuerat lineas nigras calamo ducere; ſed fila ſerica tenuiora erant, & diſtinctiori termino definita. Chartam hoc modo coloribus inductam, & lineis nigris distinctam ~~ad inſiſtendum a tergo conſpiſſatam~~, ad parietem admovi, Situq; ad Horizontem perpendiculari ita collocavi, ut Colorum alter ad dextram eſſet poſitus, alter ad ſiniſtram. Ante chartam, in Colorum confiniis, ab inferiori parte, & parvo admodum interjecto intervallo, candelam appoſui; quæ Lumen quam clariſſimum chartæ affunderet: Noctu enim capiebatur Experimentum. Flamma Candelæ ad inferiorem chartæ marginem altitudine pertingebat, vel paulo ſupra eam ferebatur. His ita diſpoſitis; ex adverſo Chartæ, ſex pedum & unius duarumve unciarum intervallo, erexi ſuper Tabulato Lentem Vitream Uncias $4\frac{1}{4}$ latam, quæ radios e diverſis chartæ partibus fluentes ita colligeret, ut ii ad totidem alia puncta ex altera parte, eodem ſex pedum & unius duarumve unciarum intervallo, ultra Lentem convergerent; eoq; pacto chartæ coloratæ imaginem ſuper charta alba ibi collocata depingerent; eodem modo quo Lens in feneſtræ fora-

mine infixa, corporum foris objectorum Imagines in cubiculo tenebricoſo chartæ albæ plagula exceptas depingit. Chartam iſtam albam, Situ & ad Horizontem & ad radios ſibi a Lente incidentes parallelo erectam, ultro citroque, modo Lentem verſus, modo a Lente, movebam; ut quibus in Locis cærulearum rubearumq; chartæ coloratæ partium Imagines maxime diſtinctas ſe exhiberent, invenirem. Loca iſta facile dignoſcebam, ex imaginibus linearum nigrarum, quæ erant ipſa fila ſerica in chartam, ut dixi, convoluta. Etenim Imagines ſubtilium iſtarum tenuiſſimarumq; linearum, (quæ ſummo ſuo nigrore ad umbrarum in Coloribus projectarum ſimilitudinem accedebant,) confuſæ erant & vix diſcerni potuerunt; niſi quo tempore Colores, ex utraq; parte cujuſq; lineæ, terminis maxime diſtinctis definiebantur. Contemplatus igitur, qua potui ſumma accuratione, quibus in locis rubearum cærulearumq; chartæ coloratæ partium Imagines quam maxime diſtinctæ apparerent; obſervavi id ita ſe habere, ut quo in loco rubea chartæ pars videbatur diſtincta, eo in loco pars cærulea ſemper confuſa videretur, adeo ut lineæ nigræ ei inductæ vix diſcerni potuerint; E contrario autem, quo in loco cærulea chartæ pars maxime diſtincta videbatur, eo in loco pars rubea ſemper videretur confuſa, adeo ut lineæ nigræ ipſi inductæ jam vix diſcerni potuerint: Quodq; inter ea duo loca, in quibus hæ duæ imagines ſeorſum diſtinctæ videbantur, ſpatii interjaceret; id ſeſqui-unciæ intervallum eſſet. Etenim quo tempore rubea chartæ coloratæ pars maxime diſtinctam ſui imaginem exhibebat; charta alba, qua hæ imagines excipiebantur, & Lens, ſeſqui-unciæ intervallo longius inter ſe diſtabant, quam quo tempore partis cæruleæ imago maxime diſtincta videbatur. Cum itaq; utriuſq; Incidentia in Lentem plane

plane eadem eſſet; Color cæruleus a Lente plus refringebatur, quam rubeus; adeo ut ſeſqui-unciæ intervallo propius a Lente, quam Color rubeus, convergeret; & conſequenter magis ſit Refrangibilis.

Illuſtratio. In Schemate duodecimo, D E exhibet *Fig.* 12. chartam coloratam; D G partem ejus cæruleam; F E partem rubeam; M N Lentem; H I chartam albam eo in loco poſitam, ubi partis rubeæ imago, una cum ſuis lineis nigris, diſtincta videbatur; & *b i* eandem chartam eo in loco poſitam, ubi partis cæruleæ imago videbatur diſtincta. Locus *b i* ſeſqui-unciæ intervallo propius, quam locus H I, a Lente M N diſtabat.

Scholium. Idem erit hujuſce Experimenti Eventus, utcunq; quædam Circumſtantiæ varientur. Exempli gratia: In primo Experimento, ſi Priſma & Charta ad Horizontem quovis ~~proportione~~ angulo inclinentur; & in utroq; Experimento, ſi lineæ coloratæ ſuper charta nigerrima ductæ ſint; exitus Experimenti nihil immutabitur. Verum enimvero, in hiſce Experimentis deſcribendis, eas volui adhibere Circumſtantias, quibus vel ipſum Phænomenon clarius atq; evidentius exhiberi poſſet, vel *quibus* Tiro rem facilius experiretur, vel tandem quibus ſolis ut ipſe uſus fuerim acciderit. Atq; hoc idem ſæpius in ſequentibus Experimentis deſcribendis feci: De quibus omnibus hoc in loco Lectorem ſemel monuiſſe, ſatis ſit. Obſervandum eſt autem, ex hiſce Experimentis non id continuo effici, ut illud omne Lumen, quod e charta cærulea fluit, magis refrangibile putandum ſit, quam id omne quod fluat e rubea: Utrumq; enim iſtorum Luminum ex radiis diverſe refrangibilibus compoſitum eſt; Adeo ut in iſto rubeo Lumine nonnulli ſint radii nihilo minus refrangibiles quam radii in cæruleo, & in iſto cæruleo Lumine nonnulli ſint radii nihilo magis

 re-

refrangibiles quam radii in rubeo: Sed iſtiuſmodi radii, ad totius Luminis rationem, perpauci ſunt; & id efficiunt, ut Experimenti ſucceſſus minuatur, nequaquam autem ut penitus impediatur. Quum enim Colores rubeus & cæruleus dilutiores & languidiores eſſent; Imagines ante dictæ, minus quam ſeſqui-unciæ intervallo, inter ſe diſtabant: Quum autem hi Colores largiores & ſaturatiores eſſent; eæ imagines, uti inferius exponetur, majori intervallo inter ſe diſtabant. Atq; hæc quidem ſufficiant, quæ ad hanc Propoſitionem comprobandam, in Corporum naturalium coloribus capta ſint Experimenta. In illis enim Coloribus, qui Priſmatum Refractione ſeſe exhibent, Veritas hujuſce Propoſitionis, ex iis quæ in Sequenti Propoſitione enarranda ſunt experimentis, uberius apparebit.

PROP. II. THEOR. II.

Lumen Solis conſtat ex radiis diverſe Refrangibilibus.

Probatio ab experimentis deſumpta.

Exper. 3. IN Cubiculo valde tenebricoſo, ad rotundum feneſtræ operculi foramen, quod erat circiter quarta aut tertia Unciæ parte latum, Priſma vitreum admovi; quo Solis Luminis radius, per id foramen in cubiculum tranſmiſſus, ſurſum verſus ad oppoſitum Parietem refringeretur, ibiq; coloratam Solis imaginem exhiberet. Priſmatis Axis (hoc eſt, Linea per medium Priſma ab uno extremo ad alterum, Situ ad Anguli Refringentis aciem parallelo, tranſiens,) erat in his & ſequentibus Experimentis ad Radios incidentes perpendicularis. Circa hunc Axem lente converſo Priſmate;

mate; Lumen refractum, ſive coloratam Solis imaginem in Pariete depictam, primo deſcendere, deinde aſcendere obſervabam. Inter deſcenſum & aſcenſum iſtum, cum Imago Conſiſtere & morari videretur, Priſma cohibui, eoq; in poſitu fixum retinui, ne moveretur amplius. Etenim in ea Priſmatis poſitione, Luminis Refractiones quæ fierent in duobus Anguli refringentis lateribus, hoc eſt, ad ingreſſum & egreſſum Luminis, æquales erant inter ſe. Similiter, in aliis Experimentis, quotieſcunq; id agerem, ut Refractiones in utraq; Priſmatis facie inter ſe eſſent æquales; notavi Locum ubi Solis imago Lumine refracto depicta, inter duos contrarios motus ſuos, in communi progreſſus & regreſſus ſui confinio, conſiſtere atq; morari videretur: Et cum in iſtum locum incideret Imago, Priſma cohibui fixumq; retinui. Atq; in hac quidem poſitione, quippe omnium convenientiſſima, intelligendum eſt Priſmata omnia in ſequentibus experimentis eſſe collocata; niſi ubi alia aliqua poſitio nominatim deſcribetur. Priſmate igitur hac in poſitione collocato; Lumen refractum chartæ albæ plagula, ad perpendiculum radiis objecta, in oppoſito Cubiculi pariete excepi; Solariſq; Imaginis in Chartam eo Lumine depictæ Figura atq; Menſuræ, quæ eſſent, adnotavi. Imago oblonga erat; non tamen Ovalis; ſed duabus rectis interq; ſe parallelis lineis a Lateribus, & duobus ſemicirculis ab extremitatibus, terminata. A lateribus definiebatur terminis ſatis quidem diſtinctis: Ab extremitatibus autem, finibus valde confuſis & minime diſtinctis; Lumine iſtis in locis deficiente paulatim, & evaneſcente. Latitudo Imaginis ea erat, quæ Solis diametro reſponderet; utpote Uncias $2\frac{1}{8}$ complectens, incluſa penumbra. Quippe Imago, intervallo octodecim pedum cum dimidio, a Priſmate diſtabat: Quo quidem inter-

intervallo interjecto, prædicta Imaginis latitudo, (ſubducta foraminis in operculo feneſtræ diametro, hoc eſt, $\frac{1}{4}$ Unciæ,) ſubtendebat Angulum ad Priſma circiter dimidii Gradus, qui eſt Solis apparens diameter. At Longitudo Imaginis erat Unciarum circiter $10\frac{1}{4}$; laterumq; rectilineorum longitudo, circiter octo Unciarum; & Angulus Refringens Priſmatis, quo Imago tanta longitudine exhibita eſt, erat 64 graduum. Quum iſte Angulus minor eſſet, Longitudo Imaginis itidem minor erat, latitudo autem eadem quæ prius. Si Priſma circa Axem ſuum eam in partem convertebatur, quæ efficeret ut radii e ſecunda refringente Priſmatis facie obliquius, quam ante, emergerent; Imago continuo unam duaſve uncias, aut plus eo, ſe in Longitudinem amplius extendebat. Sin Priſma in contrarias partes convertebatur, ita ut radii jam in primam refringentem faciem obliquius inciderent; Imago ſtatim Uncia una atq; altera in Brevitatem ſe contrahebat. Quocirca in hoc Experimento capiendo, qua potui ſumma accuratione id mihi agendum exiſtimavi, ut ratione ſupra expoſita Priſma eo in ſitu diligenter mihi collocatum foret, quo radiorum e Priſmate emergentium Refractiones ſimul pares eſſent, ac fuerant in Priſma incidentium. In Priſmate, quo uſus ſum, erant quidem Venulæ aliquæ ſe ab una extremitate ad alteram per Vitrum diffundentes; quibus radiorum nonnulli quoquoverſus quidem irregulariter diſpergebantur: Verum in Imagine colorata in longitudidem extendenda, nihil quicquam effecerunt hæ venæ. Etenim idem Experimentum in aliis Priſmatibus cepi; eundemq; ſemper exitum habebat. Et ſpecialiter, quum Priſmate uterer hujuſmodi Venis perquam immuni, & cujus Angulus Refringens eſſet graduum $62\frac{1}{2}$; Inveni longitudinem Imaginis, intervallo Pedum $18\frac{1}{2}$ a Priſmate,

mate, eſſe Unciarum 9¼ aut 10; Foraminis autem in feneſtræ operculo latitudo erat, ut prius, ¼ Unciæ. Porro, quoniam in Priſmate apte recteq; collocando proclive eſt errare; experimentum ter, quater, ſæpius repetebam; Imaginiſq; Longitudinem ſemper eam, quam dixi, inveniebam. Quum alio Priſmate, ex Vitro adhuc pellucidiori politiorique, uterer; quod venis itidem immune videretur, cujuſq; Angulus Refringens eſſet graduum 63½; Imaginis Longitudo, eodem intervallo Pedum 18⅓ a Priſmate, erat iterum Unciarum circiter 10 aut 10⅛. Ultra hos Fines, ſpatio circiter ¼ aut ⅓ Unciæ, ab utraq; Imaginis extremitate, Lumen e nubibus proveniens colore rubeo & violaceo nonnihil tinctum videbatur; Verum id Coloris adeo languidum erat ac dilutum, ut a radiis quibuſdam ipſius Imaginis, quos forte inæqualitates quædam vel in ipſo Vitro, vel in Faciebus ejus, irregulariter diſperſerint quoquoverſus, ortum id vel omnino, vel ſaltem maxima ex parte, ſuſpicatus ſim: Ideoq; hoſce Colores, in menſurarum ſupra expoſitarum rationem, non ſum complexus. Ad hæc, varia foraminis, in operculo feneſtræ, magnitudo; varia Priſmatis, qua parte Lumen tranſmitteretur, craſſitudo; variæ inſuper Priſmatis ad Horizontem inclinationes; Longitudinem imaginis nihil quicquam ad Senſum immutabant. Neq; vero diverſa ipſa, ex qua Priſmata conſtarent, materia, quicquam immutabatur iſta Longitudo. Nam quum Vaſe ex politis Vitri lamellis in formam Priſmatis, concluſa intus aqua, conglutinatis uterer; ſimilis plane erat Experimenti Exitus, ſecundum proportionem Refractionis. Obſervandum *eſt præterea*, Radios a Priſmate ad uſq; Imaginem, ſemper rectis in lineis progreſſos; ac proinde, ſimul ut primum e Priſmate exierant, eam omnem inter ſe Inclinationem

tionem habuiſſe, unde Imaginis Longitudo oriebatur; hoc eſt, Inclinationem quæ eſſet graduum amplius duorum cum dimidio. Et tamen, ſecundum Optices Leges vulgo receptas, omnino nullo modo fieri potuit, ut hi radii tantum inter ſe Inclinationis haberent. Sit enim *Fig.* 13. E G, feneſtræ operculum; F, foramen per quod Solis luminis radius in cubiculum tenebricoſum immittebatur; & A B C Planities triangula animo concepta, qua Priſma ea ſui parte, per quam Luminis pars media permeat, tranſverſum ſecetur. Vel, ſi ita potius videtur, ſit A B C ipſum Priſma, extremitate ſua propiori directo ad Spectatoris oculum obverſa; X Y, Sol; M N Charta, qua Solis imago colorata excipiatur; & P T Imago ipſa, lateribus ad *u* & *w* rectilineis interq; ſe parallelis, extremitatibus autem P & T in ſemicirculos deſinentibus. Sint deniq; Y K H P & X L I T duo Radii: Quorum prior, ab inferiori parte Solis ad ſuperiorem partem Imaginis proficiſcens, interjecto Priſmate refringitur in punctis K & H; poſterior autem a ſuperiori parte Solis ad inferiorem partem Imaginis proficiſcens, refringitur in punctis L & I. Jam quoniam poſuimus, Refractiones ex utraq; parte Priſmatis inter ſe eſſe æquales: hoc eſt, Refractionem quæ eſt ad K, ei eſſe æqualem quæ eſt ad I; & Refractionem ad L, ei æqualem quæ eſt ad H: ita ut Refractiones radiorum ad K & L incidentium ſimul ſumptæ, Refractionibus radiorum ad H & I emergentium ſimul ſumptis æquales ſint: ſequitur, æqualia æqualibus adjungendo, fore ut Refractiones itidem ad K & H ſimul ſumptæ, æquales ſint Refractionibus ad I & L ſimul ſumptis; ac proinde, ut iſti duo radii, cum ſint æque refracti, eandem inter ſe poſt, ac ante, quam refracti fuerint, Inclinationem habere debeant; hoc eſt, Inclinationem, quæ, pro Solis diametri longitudine, ſit dimidii

dimidii gradus: Etenim ea erat Radiorum, ante Refringendum, ad ſe invicem Inclinatio. Itaque, his ita poſitis, Longitudo Imaginis P T, ex Legibus Optices vulgo receptis, ſubtendere deberet Angulum ad Priſma, qui eſſet dimidii gradus: Quæ quidem Longitudo, æqualis foret ipſi Latitudini *u w*; Et conſequenter Imago plane rotunda eſſet. Atq; hæc quidem prorſus ita ſe haberent, ſi bini iſti radii X L I T & Y K H P, reliquiq; omnes ex quibus Imago P *w* T *u* conſtat, æque eſſent Refrangibiles. Cum igitur e contrario Experientia evincatur, Imaginem iſtam non rotundam eſſe, ſed Latitudinem ipſius circiter quinq; partibus Longitudine ſuperari: omnino radii, qui majori Refractione ad ſuperiorem Imaginis Extremitatem P mittuntur, magis, quam ii qui ad inferius ejuſdem extremum T progrediuntur, Refrangibiles ſint neceſſe eſt; Niſi ea forte ſit Refractionis hujuſce inæqualitas, quæ caſu poſſit accidere.

Imago iſta P T ſic erat colorata, ut extremitas ipſius ea, quæ minime refringeretur, T, rubea eſſet; extremitas autem altera P, quæ maxime refringeretur, violacea; parteſq; mediæ ex ordine, flavæ, virides, & cæruleæ. Quo quidem amplius firmatur id, quod erat prima Propoſitione comprobandum; nempe, Quæ Lumina Colore differant, ea itidem Refrangibilitate inter ſe differre. Longitudinem Imaginis in Experimentis ante dictis, ab uſq; extremo & languidiſſimo Colore rubeo ex una parte, ad extremum & languidiſſimum colorem cæruleum ex altera parte, dimenſus ſum. dempta penumbra quadam, cujus Latitudo quadrantem unciae vix superabat, ut supra dictum est.

Exper. 4. In radio Solis per feneſtræ operculi foramen in Cubiculum tranſmiſſo, interjecto aliquot Pedum a foramine intervallo, Priſma in manu ea poſitione tenui, qua Axis ipſius ad perpendiculum iſti radio objectus eſſet.

D Per

Per Priſma ita collocatum, inſpexi foramen: Converſoq; hac illac circa Axem ſuum Priſmate, ut foraminis Imago vicibus aſcendere & deſcendere videretur; cum inter duos hoſce contrarios motus conſiſtere atq; morari Imaginem obſervarem, Priſma fixum retinebam, ut Refractiones ex utraq; parte Anguli Refringentis, (quomodo in prioribus Experimentis factum eſt,) inter ſe eſſent æquales. Per Priſma hoc in Situ fixum, foramen attentius inſpiciens, obſervabam Longitudinem refractæ ipſius Imaginis, multis partibus ſuperare Latitudinem ſuam; partemq; illius eam, quæ maxime refracta eſſet, violaceam videri; quæ minime, rubeam; parteſq; medias ex ordine, cæruleas, virides, & flavas. Idem plane eveniebat, quum per Priſma e lumine Solis remotum, foramen ſplendore nubium ſolummodo illuminatum inſpicerem. Et tamen, ſi Refractio ſecundum Unam certam (uti vulgo exiſtimatur) Sinuum Incidentiæ & Refractionis Proportionem, regulariter efficeretur; Refractam iſtam Foraminis Imaginem, omnino rotundam apparere oportuiſſet.

Ex his itaq; duobus Experimentis apparet, in ſimilibus plane Incidentiis notabilem eſſe Refractionum inæqualitatem. Verum Unde tandem hæc oriatur inæqualitas; utrum ex eo, quod Radiorum Incidentium alii Magis refringantur, alii Minus; idq; certa aliqua ac conſtanti ratione; an vero Caſu hæc omnia eveniant; an ex eo denique, quod unus idemq; radius Refractione conturbetur, diſcutiatur, dilatetur, & diffiſſus quodammodo in multos divergentes radios diffundatur; in qua ſententia erat *Grimaldus*: Hoc quidem ex Experimentis ante dictis nondum conſtat; Ex iſtis autem quæ ſequuntur, ſatis apparebit.

Exper.

Exper. 5. Cum igitur ita mecum cogitarem; ſi Solis Imago, qualem in Tertio ſupra Experimento deſcripſi, in ſpeciem iſtam oblongam producta eſſet, vel Dilatatione cujuſq; radii, vel alia quavis Refractionum inæqualitate tali, quæ poſſet caſu accidere; fore neceſſario, ut eadem oblonga Imago iterum refracta in latus, jam ſecunda iſta dilatatione radiorum, aut quæcunq; fuiſſet fortuita illa Refractionum jam in Latus factarum inæqualitas, in Latitudinem æque, atq; ante in Longitudinem, extenderetur: Cum hæc, inquam, mecum cogitarem; ſuccurrit ut experirer, quis eſſet futurus ſecundæ hujuſmodi Refractionis effectus. Hunc itaque in finem, omnibus eodem modo atq; in Tertio Experimento diſpoſitis, Priſma alterum proxime poſt primum *Situ Tranſverſo* appoſui, quod Solis Luminis radium, ſibi e primo Priſmate incidentem, denuo refringeret. A primo Priſmate hic radius refringebatur ſurſum verſus; a ſecundo, in Latus. Eventus autem Experimenti is erat, ut ſecundi Priſmatis Refractione Latitudo Imaginis nihil plane augeretur; ſuperior autem ipſius pars, quæ in primo Priſmate maximam paſſa eſſet Refractionem, coloremq; violaceum & cæruleum exhibuiſſet, eadem in ſecundo Priſmate majorem iterum Refractionem pateretur, quam inferior ejus pars quæ rubea atq; flava viſa fuerat: Hocq; ſine ulla Dilatatione Imaginis, in Latitudinem.

Illuſtratio. Sit S, Sol; F, Foramen in feneſtra; *Fig.* 14.
A B C, Priſma primum; D H, Priſma ſecundum; Y, rotunda Imago Solis, directo Luminis radio, cum nullum interpoſitum ſit Priſma, in parietem projecta; P T, oblonga Solis Imago, quam radius per primum ſolum Priſma tranſmiſſus, antequam Priſma ſecundum apponatur, exhibeat; *p t* autem, Imago ea, quæ tranſverſis

amborum Priſmatum Refractionibus effićta ſit. Jam ſi Radii, qui ad diverſa rotundæ Imaginis Y puncta tendunt, dilatati Refractione primi Priſmatis ita diffunderentur, ut deinceps non in ſingulis lineis ad ſingula puncta proficiſcerentur, ſed ſinguli radii diffiſſi atque diſcuſſi, jam e radiis linearibus in totidem Superficies radiorum a puncto Refractionis divergentium, & in eadem cum Incidentiæ & Refractionis Angulis planitie jacentium, commutati eſſent; adeo ut in iſtis planitiebus, ad totidem Lineas fere ab uno extremo Imaginis P T ad alterum protenſas, ſinguli ferrentur; eaq; Cauſa eſſet, quamobrem Imago oblonga fiat: Si hæc, inquam, ita ſe haberent; Utiq; iidem Radii, eorumq; ſingulæ partes, ad diverſa Imaginis P T puncta tendentes, iterum jam tranſverſa Priſmatis ſecundi Refractione dilatari deberent, atq; in Latus diffundi; adeo ut Imaginem quadratam, qualis ad $\pi\tau$ depicta eſt, exhibituri eſſent. Quod ut melius atq; facilius intelligatur; diſtingue Imaginem P T in quinque æquales partes, P Q K, Q K R L, L R S M, M S U N, N U T. Et qua irregularitate Lumen rotundum Y, refractione primi Priſmatis dilatatum, producatur in Imaginem oblongam P T: eadem ratione Lumen P Q K, quod ſpatio tum Longitudine tum Latitudine ſimili plane, atq; ipſum Y, continetur; refractione ſecundi Priſmatis dilatari debebit, & in Imaginem oblongam $\pi q k p$ produci: Lumen K Q R L itidem, in imaginem oblongam $k q r l$; & Lumina L R S M, M S U N, N U T, in totidem alias imagines oblongas, $l r s m$, $m s u n$, $n u \tau$, producantur oportebit: Quæ quidem omnes imagines oblongæ, imaginem quadratam $\pi\tau$ conficerent. Atq; hæc quidem ita ſe haberent neceſſario; ſi ſinguli radii Refractione dilatati, in totidem triangulas radiorum a puncto Refractionis divergentium

gentium Superficies diffunderentur. Etenim ſecunda Refractione Radii in unam partem æque diffunderentur neceſſe eſt, ac prima Refractione erant diffuſi in alteram; eoq; pacto Imago Refractione ſecunda in Latitudinem æque dilataretur, ac prima dilatata erat in Longitudinem. Hocq; idem omnino accidere deberet, ſiquo Caſu fortuito radiorum alii magis, alii minus, refringerentur. Verum enimvero Res ipſa longe aliter ſe habet. Nam Priſmatis ſecundi Refractione Imago P T, non latior facta eſt, ſed obliqua ſolummodo; quomodo ad *p t* depicta eſt; Superiori ipſius Extremo P refractione longius tranſlato, quam inferiori extremo T. Itaq; id Luminis, quod ad Imaginis Superius Extremum P ferebatur, in ſecundo Priſmate (poſitis æqualibus Incidentiis) magis Refringebatur, quam id quod ferebatur ad Inferius Extremum T: Hoc eſt; Radii qui erant colore cæruleo & violaceo, plus Refringebantur, quam qui rubeo erant & flavo; Ac proinde magis Refrangibiles erant. Iſtud idem Lumen, Refractione prioris Priſmatis, longius, quam reliquum Lumen, a loco Y, quo ante Refringendum tendebat, tranſlatum fuerat. Quare *id tam* in Primo Priſmate, quam in Secundo, majorem ſubierat Refractionem; Et conſequenter plus, quam Reliquum Lumen, Refrangibile erat, etiam ante quam in primum Priſma incideret.

Aliquando poſt ſecundum Priſma, tertium appoſui, vel etiam quartum; quibus Imago ſæpius refringeretur in Latus. Verum horum omnium Experimentorum is Unus erat Exitus, ut qui Radii in primo Priſmate plus *quam* reliqui Refringebantur, iidem in reliquis Priſmatibus plus itidem Refringerentur: idq; ſine ulla Imaginis Dilatatione in Latus. Quamobrem iſti Radii, eo quod certa ac conſtanti ratione plus quam reliqui Refrin-

fringantur, merito appellari poſſunt *Magis Refrangibiles.*

Fig. 15. Sed ut hoc Experimentum quo ſpectet, clarius appareat; concipiendum eſt radios, qui ſint æque Refrangibiles, eos omnes in Circulum unum incidere, qui Solis globo reſpondeat. Id enim jam ante in tertio Experimento probavimus. Circulum autem cum dico, non id hic ita intelligendum velim, ac ſi circulum perfectum & Geometricum dicerem: Sed figuram quamlibet orbicam intelligo, cujus longitudo ac latitudo ſint inter ſe æquales, quæq; ad Senſum poſſit Circulus videri. Sit igitur A G Circulus, quem Radii maxime Refrangibiles, quotquot e toto Solis globo fluunt, unum univerſi, ſi ſoli eſſent, illuminarent & in oppoſito pariete depingerent: Similiter E L, Circulus quem univerſi Radii minime Refrangibiles, ſi & ipſi itidem ſoli eſſent, eodem modo illuminarent: Deniq; B H, C I, D K, Circuli quos totidem media radiorum genera ſuper parietem Ordine depingerent, ſi ſuo ſingula ordine, interceptis reliquis omnibus, e Sole propagarentur. Finge porro alios innumeros circulos interjectos, quos alia innumera media Radiorum genera ſuo ſingula ordine in Pariete depingerent, ſi ſeorſum e Sole ſingula ordine emitterentur. Et, quoniam revera hæc omnia Radiorum genera e Sole Simul emittuntur, liquebit neceſſum fore, ut ea omnia uno eodemq; tempore emiſſa, innumeros circulos inter ſe æquales illuminent atq; depingant; ex quibus Univerſis, in ordinem continuum pro ſua cujuſq; Refrangibilitate collocatis, Imago iſta oblonga P T, quam ante in tertio Experimento deſcripſimus, compoſita ſit.

Fig. 14. & 15. Quod ſi jam ita comparata eſſet rotunda illa Solis Imago Y, quæ a radio Luminis nondum refracto depingitur; ut vel dilatatione aliqua Radiorum ſingulorum, vel alia

qua-

quavis fortuita in priori Priſmate Refractionis inæqualitate, produceretur in oblongam iſtam Imaginem P T: Utiq; eadem ratione, ſinguli iſtius Imaginis Circuli A G, B *H*, C I, *&c*, tranſverſa ſecundi Priſmatis Refractione radios iterum dilatante aut quovis alio modo (ut prius) diſpergente, deberent ſimiliter protendi & in figuram oblongam immutari: Quo pacto Imago P T jam in Latitudinem æque extenderetur, ac Imago Y Refractione primi Priſmatis producta erat ante in Longitudinem: Et conſequenter Refractionibus amborum Priſmatum, omnino effingi deberet Imago quadrata, qualem ante deſcripſi, *p π t τ*. Cum igitur e contrario, Latitudo Imaginis P T non augeatur Refractione ea quæ fit in Latus; Liquet radios ea refractione non diffindi, nec dilatari, nec ulla alia ratione, quæ poſſit Caſu accidere, diſpergi; ſed unumquemq; Circulum regulari & uniformi Refractione, integrum alio transferri; exempli gratia, Circulum A G Refractione maxima transferri ad *a g*; Circulum B H, refractione minori, ad *b h*; Circulum C I, refractione adhuc minori, ad *c i*; & reliquos ſimili proportione: Atq; hoc pacto novam Imaginem *p t*, ad priorem P T aliquantum inclinatam, ex circulis ſimiliter in recta linea ordine diſpoſitis componi: Quos quidem circulos, eadem eſſe magnitudine, atq; primos, neceſſe eſt; quia latitudines omnium Imaginum, Y, P T, & *p t*, quando æqualibus intervallis a Priſmatibus diſtant, ſunt inter ſe æquales.

Obſervabam præterea, ex latitudine foraminis F, per quod Lumen in Cubiculum tenebricoſum tranſmittitur, Penumbram oriri in Circuitu Imaginis Y; eamque Penumbram, in rectilineis Imaginum P T & *p t* lateribus, uſq; manere. Collocavi igitur in iſto foramine Lentem, ſive Vitrum Objectivum Teleſcopii; quod Solis Imaginem

nem diſtincte ſine ulla Penumbra in Y projiceret. Ex quo effectum eſt, ut ea etiam Penumbra, quæ rectilineis Imaginum oblongarum P T & *p t* lateribus adhæſerat, penitus ſublata fuerit; eaq; latera tam diſtinctis terminis definita apparerent, quam ipſe primæ Imaginis Y Circuitus. Atq; hæc quidem ita ſe habebunt, ſi Vitrum, ex quo Priſmata conſtant, Venulis ſit immune; Priſmatumq; facies accurate planæ ſint, & perpolitæ; ſine raſuris iſtis undatim curvis, quæ innumeræ ex parvis foraminibus ab arena reſtantibus, & ſtanni uſti politura detritis aliquantulum ac complanatis, oriri ſolent. Quinimo, ſi Vitrum politum ſolummodo, & Venulis immune; facies autem Priſmatum non accurate planæ ſint, ſed, ut fit, convexæ aliquantulum aut concavæ; nihilo tamen minus fieri poteſt, ut tres iſtæ Imagines Y, P T, & *p t*, Penumbris careant: At non in æqualibus a Priſmatibus diſtantiis. Jam vero ex eo, quod nullæ Penumbræ apparerent, hoc certo certius colligebam; Circulorum ante dictorum unumquemque, admodum regulari aliqua, uniformi, & certa ac conſtanti Ratione refractum fuiſſe. Nam ſi fortuita ulla Refractionis fuiſſet inæqualitas; utiq; nullo modo fieri potuiſſet, ut lineæ rectæ A E & G L, quas ſinguli Imaginis P T Circuli tangunt, transferrentur ea Refractione in lineas *a e* & *g l*, quæ ipſæ uſq; diſtinctæ & rectæ æque forent, ac fuerant priores A E & G L: ſed omnino in iſtis lineis e loco in locum tranſlatis, Penumbra quædam aut Curvatura undulata, aut alia aliqua manifeſta Perturbatio, neceſſario oriretur; contra quam Experientia compertum eſt. Quamcunq; Penumbram aut Perturbationem tranſverſa Priſmatis ſecundi Refractio forte in Circulis, ex quibus Imago compoſita eſt, effecerit; ea omnis Penumbra aut Perturbatio, in lineis rectis *a e*

&

& *g l*, quas iſti Circuli tangunt, conſpiceretur neceſſe eſt. Quamobrem, cum in iſtis lineis rectis nulla ſit hujuſmodi Penumbra aut Perturbatio; utiq; nec in ipſis Circulis ulla eſt. Cum intervallum, quo iſtæ Tangentes inter ſe diſtant, hoc eſt, Latitudo Imaginis, Refractionibus non augeatur; Conſequens eſt, neq; Circulorum diametros auctas eſſe. Cum iſtæ Tangentes, adhuc lineæ rectæ ſint; utiq; ſinguli Circuli qui a priori Priſmate magis minuſve refracti fuerint, iidem accurate eadem proportione magis minuſve refracti ſunt a ſecundo. Deniq; cum hæc omnia adhuc eodem modo eveniant, ſi uſq; tertio vel etiam quarto adjecto Priſmate, radii iterum atq; iterum refringantur in Latus; Liquet radios unius ejuſdemq; Circuli, univerſos inter ſe Homogeneos *eſſe*; eorumq; Refrangibilitatem ſemper unius modi eſſe, ſuiq; plane conſimilem; Radios autem diverſorum Circulorum, Refrangibilitate inter ſe differre; idque certa aliqua ac conſtanti Proportione. Quod erat mihi comprobandum.

Reſtat adhuc unum alterumve hujus Experimenti adjunctum, quo id adhuc clarius certiuſq; effici poſſit. *Fig.* 16. Collocetur ſecundum Priſma D H, non proxime poſt primum, ſed interjecto aliquo intervallo; puta in medio Spatii, quod primum Priſma & Parietem, quo oblonga Imago P T excipiatur, interjacet: Adeo ut Lumen e primo Priſmate incidat in ſecundum jam oblonga facta imago $\pi\ \tau$, huic ſecundo Priſmati parallela; indeq; refringatur in Latus, ut imaginem oblongam *p t* ſuper Parietem depingat. His enim ita diſpoſitis, invenies, *ut* prius, Imaginem *p t* Inclinatam aliquantum ad eam *Imaginem* P T, quam primum ſolum Priſma, ſublato *ſecundo*, exhibet: Etenim cæruleæ ipſorum extremitates P & *p* longius inter ſe diſtabunt, quam extremitates

tates rubeæ T & *t*: Et conſequenter, qui radii maximam in primo Priſmate refractionem paſſi, ad cæruleum extremum π Imaginis π τ proficiſcuntur; eoſdem iterum in ſecundo Priſmate, plus quam reliquos, refractos obſervabis.

Fig. 17. Rem eandem iterum hoc modo expertus ſum: Per duo parva rotunda foramina F & φ in feneſtræ operculo pertuſa, Lumen Solis in cubiculum tenebricoſum immiſi; appoſitiſq; ad bina iſta foramina Priſmatibus ſingulis A B C & α β γ inter ſe parallelis, binos Luminis radios in oppoſitum Cubiculi parietem ita refringendo projeci, ut binæ coloratæ Imagines P T & M N in parietem depictæ, interjunctis in directum extremitatibus, in una eademq; linea recta jacerent; extremo rubeo T unius Imaginis, & extremo cæruleo M alterius, ſe inter ſe contingentibus. Cum enim bini iſti refracti radii, adpoſito in tranſverſum tertio Priſmate D H, iterum refringerentur in Latus; imagineſq; eo pacto in aliam partem parietis transferrentur; puta Imago P T ad *p t*, & Imago M N ad *m n*: Hæ Imagines jam alio tranſlatæ *p t* & *m n*, non amplius interjunctis in directum extremitatibus in una eademque, ut prius, linea recta jacebant; ſed disjunctæ erant, & inter ſe factæ parallelæ: Quippe cæruleum extremum *m* Imaginis *m n*, majori Refractione longius transferebatur e loco ſuo M T; quam rubeum extremum *t* alterius Imaginis *p t*, ab eodem loco M T. Ex quo efficitur, ut hæc Propoſitio nullam amplius dubitationem habeat, aut diſputandi locum. Porro idem erit Experimenti Exitus, ſive tertium Priſma D H proxime poſt bina priora, ſive majori interjecto intervallo, collocetur; ut Lux in binis prioribus Priſmatibus refracta, in Tertium incidat vel alba & circularis, vel colorata & oblonga.

Exper.

Exper. 6. Cum in duabus tabulis ligneis tenuioribus, foramina rotunda ¼ Unciæ lata incidiſſem; inq; feneſtræ operculo foramen feciſſem multo amplius, per quod *largior* Solis Luminis radius in Cubiculum tenebricoſum tranſmitteretur: In iſto radio, poſt feneſtræ operculum, Priſma collocavi; quo Lumen in parietem oppoſitum refringeretur: Et proxime poſt iſtud Priſma, tabularum alteram ita erectam ſtatui, ut Luminis refracti pars media per foramen ipſius tranſmitteretur; reliquum autem Lumen ex utraq; parte foraminis interciperetur. Tum, interjecto circiter duodecim pedum intervallo, tabulam alteram ita erexi, ut pars media ejus refracti Luminis, quod per tabulæ prioris foramen tranſmiſſum, in parietem oppoſitum incideret, jam per foramen hujus ſecundæ tabulæ itidem tranſmitteretur; reliquum autem Lumen ex utraq; parte foraminis interceptum, ſuper hac ſecunda tabula coloratam Solis Imaginem depictam exhiberet. Et proxime poſt hanc ſecundam tabulam Priſma alterum collocavi, quo Lumen per hujus foramen tranſmiſſum iterum refringeretur. Deinde ad feneſtram reverſus, Priſmate priori circa Axem ſuum lente *hac illac* converſo efficiebam, ut Imago in tabula ſecunda depicta ſurſum deorſum ſuper ligno moveretur, quo ſingulæ ipſius partes per tabulæ iſtius foramen ex ordine tranſmiſſæ, in Priſma poſterius inciderent. Quod dum fieret, notavi loca ea in oppoſito pariete, ad quæ id Lumen, poſtquam in ſecundo Priſmate refractum eſſet, ferretur. Et ex Locorum iſtorum differentia, rem ita ſe habere comperi, ut qui radii a primo Priſmate maxime *refracti* ad cæruleam Imaginis extremitatem ferebantur, *iidem iterum* a ſecundo Priſmate plus, quam id Luminis *quod* ad rubeam ejuſdem imaginis extremitatem ferretur, *refringerentur*. Qua quidem Obſervatione tam

prima Propoſitio, quam ſecunda, comprobatur. Hocq; idem contigit, ſive Axes duorum Priſmatum inter ſe eſſent parallelæ, ſive tum ad ſe invicem tum ad Horizontem quovis dato Angulo inclinarentur.

Fig. 18. *Illuſtratio.* Sit F Foramen majuſculum in feneſtræ operculo, per quod Solis Lumen tranſmittatur ad primum Priſma A B C: Incidatq; refractum Lumen, in mediam partem tabulæ D E; iſtiuſq; luminis pars media, in foramen G. Lumen per id foramen tranſmiſſum, incidat deinceps in mediam partem ſecundæ tabulæ *d e*, ibiq; oblongam coloratam Solis imaginem talem, qualem in tertio ſupra Experimento deſcripſimus, depingat. Iſta imago, converſo lente hac illac circa Axem ſuum Priſmate ABC, movebitur ſurſum deorſum ſuper tabula *d e*; eoq; pacto fieri poterit, ut ſingulæ ipſius partes per tabulæ illius ſecundæ foramen *g* ordine tranſmittantur. Interea aliud Priſma *a b c* poſt iſtud foramen *g* collocandum eſt; quo Lumen per id foramen tranſmiſſum, denuo refringatur. His ita diſpoſitis, notavi in oppoſito pariete loca M & N, in quæ Lumen refractum incideret: Eaq; obſervatione rem ita ſe habere comperi, ut dum binæ tabulæ & Priſma ſecundum fixa immotaq; manerent, iſta loca, converſo circa Axem ſuum primo Priſmate, aſſiduo mutarentur. Etenim cum pars inferior ejus Luminis, quod in ſecundam tabulam *d e* incidebat, tranſmitteretur per foramen *g*; pergebat ea ad inferiorem in pariete locum M: Cum autem ſuperior pars ejuſdem Luminis, per foramen *g* tranſmitteretur; pergebat ad ſuperiorem in pariete locum N: Cumq; media aliqua pars ejuſdem Luminis per idem foramen tranſmitteretur; pergebat ad locum aliquem in pariete medium inter M & N. Quoniam foraminum in tabulis poſitio nihil mutabatur; utiq; Radi-

orum

orum in ſecundum Priſma Incidentia, in hiſce omnibus caſibus una atq; eadem fuit. Attamen una eademque cum eſſet omnium Incidentia; alii Radiorum magis refringebantur, alii minus. Quiq; in priori Priſmate majori Refractione longius e via detorti fuerant; iidem in hoc ſecundo Priſmate iterum magis Refracti ſunt: Ac proinde, quum certa ac conſtanti ratione plus, quam reliqui, refringantur; merito appellari poſſunt *Magis Refrangibiles*.

Exper. 7. Ad bina foramina in feneſtræ operculo, parvo intervallo inter ſe diſtantia, Priſmata ſingula appoſui; quibus duæ oblongæ & coloratæ Solis Imagines in oppoſito pariete (quomodo in tertio ſupra Experimento factum eſt) depingerentur. Tum ante Parietem, parvo ſpatio interjecto, chartam longam & exilem, lateribus rectis interq; ſe parallelis, collocavi: Et tum Priſmata tum chartam ita diſpoſui, ut color rubeus unius Imaginis directo in unam partem dimidiam chartæ incideret, & color violaceus alterius Imaginis directo in alteram partem dimidiam ejuſdem Chartæ: Adeo ut Charta iſta bicolor videretur, rubea & violacea; ſimili fere ratione, ac charta illa in Experimentis primo & ſecundo, quam colore rubeo atq; indico infeceram. Deinde Parietem, qui poſt Chartam erat, panno nigerrimo obtexi; nequid Luminis inde reflecteretur, quo Experimentum poſſet interturbari. Quibus ita diſpoſitis; Chartam per tertium Priſma ipſi parallelum inſpiciens, obſervabam dimidiam ipſius partem eam, quæ erat Lumine violaceo illuſtrata, abruptam majori Refractione, & quaſi reliqua charta abſciſſam videri; Præſertim cum eam e longinquo inſpicerem. Cum enim nimis e propinquo inſpiciebam; chartæ dimidia non jam penitus inter ſe disjuncta videbantur, ſed angulo uno cohærentia;

tia; ut faciebat charta bicolor in primo Experimento. Quod idem tum quoq; accidebat, cum forte charta uterer nimium lata.

Fig. 19. Interdum, Chartæ loco, filo albo uſus ſum: Idque, cum per Priſma inſpiceretur, in duo fila inter ſe parallela diviſum videbatur: Quomodo in Schemate 19no depictum eſt; ubi D G repræſentat filum illuminatum lumine violaceo a D ad E, & lumine rubeo ab F ad G; *d e* autem, & *f g*, ſunt fili dimidia per Priſma refractione inſpecta. Si alterum fili dimidium colore rubeo perpetuo illuminetur, alterum autem Coloribus omnibus ex ordine: (quod facile fieri poteſt, efficiendo ut, Priſmatum altero manente immoto, alterum circa Axem ſuum convertatur:) jam filum per Priſma ita ſe inſpiciendum exhibebit, ut dimidium ipſius id, quod erat omnibus ex ordine Coloribus illuminandum, quum colore rubeo illuminatum ſit, in eadem linea recta cum altero ejuſdem dimidio, eiq; in directum appoſitum videatur; quum autem colore aureo illuminatum ſit, tum ſeparari aliquantillum; quum colore flavo illuminatum ſit, ſeparari paulo longius; quum colore viridi, adhuc longius; quum cæruleo, adhuc longius; quum indico, etiam adhuc longius; quum violaceo ſaturo, longiſſime omnium. Ex quo clariſſime apparet, Lumina variorum Colorum varia eſſe Refrangibilitate: Idq; eo ordine, ut Color rubeus omnium minime Refrangibilis ſit, reliqui autem colores, aureus, flavus, viridis, cæruleus, indicus, violaceus, gradatim & ex ordine magis magiſq; Refrangibiles. Quo quidem tam prima Propoſitio, quam ſecunda, comprobatur.

Fig. 17. Porro, coloratas imagines P T & M N, refractionibus binorum Priſmatum in cubiculo tenebricoſo depictas, ita diſpoſui, ut interjunctis extremitatibus, quomodo in quinto

quinto ſupra Experimento expoſitum eſt, in directum in eadem linea recta jacerent: Tumq; eas per tertium Priſma Longitudini ipſarum parallelum inſpiciens, obſervabam eas non jam amplius in linea recta inter ſe continentes, ſed plane diſruptas videri; quomodo ad *p t* & *m n* depictæ ſunt: Quippe violaceum extremum *m* Imaginis *m n*, majori Refractione longius e loco ſuo priori M T tranſlatum eſt, quam rubeum extremum *t* alterius Imaginis *p t*.

Alio tempore, duas iſtas Imagines P T & M N ita diſpoſui, ut, rubeo utriuſq; extremo in alterius extremum cæruleum incidente, contrario colorum ſuorum ordine in unum ambæ conjungerentur; quomodo in oblonga figura P T M N depictæ ſunt. Tumq; eas per Priſma D H longitudini ipſarum parallelum inſpiciens, obſervabam eas non jam amplius in unum conjunctas, ut cum nudis oculis aſpicerentur, videri; ſed tanquam duas inter ſe diverſas imagines *p t* & *m n*, in formam Crucis decuſſatæ tranſverſas jacere. Ex quo apparet Colorem rubeum unius Imaginis & violaceum alterius, qui ad P N & M T in unum conjuncti fuerant, diſtractos jam majori Refractione coloris violacei ad *p* & *m* quam rubei ad *n* & *t*, differre inter ſe Refrangibilitate. *Fig.* 20.

Illuminabam etiam circulum chartaceum album, Luminibus amborum Priſmatum intermixtis. Cumq; is colore rubeo unius Imaginis, & violaceo alterius, ita eſſet illuminatus, ut ex Colorum iſtorum admixtione totus purpureus videretur; inſpiciebam eum per tertium Priſma, primum parvo, dein majori, intervallo interjecto. Et pro eo, ut a charta longius diſcedebam, Imago ipſius per *Priſma* inſpecta, inæquali duorum Colorum intermixtorum Refractione paulatim diſtrahebatur; tandemq; in duas diſtinctas Imagines plane diviſa eſt, al-

teram

teram rubeam, cæruleam alteram; quarum ea, quæ erat cærulea, longius, quam rubea, ab ipſa charta diſtabat; & conſequenter majorem paſſa fuerat Refractionem. Cum porro Priſmatum in feneſtra poſitorum illud, quo Lumen violaceum in chartam projectum fuerat, ſublatum eſſet; Imago violacea e conſpectu ſe continuo ſubripuit: E contrario, cum alterum Priſma ſublatum eſſet, Imago rubea evanuit. Ex quo apparet duas haſce Imagines nihil aliud fuiſſe, quam Lumina binorum Priſmatum ſuper chartam purpuream primo intermixta, deinde autem inæqualibus ſuis Refractionibus in tertio Priſmate, per quod Charta inſpiceretur, iterum ſeparata. Illud etiam notatu erat digniſſimum: Si Priſmatum, quæ erant ad feneſtram, alterutrum, puta id quo Lumen violaceum in chartam projectum erat, ita circa Axem ſuum converteretur, ut colores ſinguli, Violaceus, Indicus, Cæruleus, Viridis, Flavus, Aureus & Rubeus, ab iſto Priſmate in Chartam ex ordine projicerentur; Imago violacea colorem ſuum congruenter immutabat, ſeq; in Colorem Indicum, Cæruleum, Viridem, Flavum & Rubeum ordine convertebat; & pro eo ut Colorem ſuum mutabat, appropinquabat paulatim ad Imaginem rubeam ab altero Priſmate projectam; donec, quum ipſa tandem rubea itidem evaderet, ambæ in unum plane conjungebantur.

Adhæc, duos circulos chartaceos, parvo admodum intervallo inter ſe diſtantes, ita collocavi, ut in unum eorum, Lumen ex uno Priſmate rubeum; & in alterum, Lumen ex altero Priſmate cæruleum, incideret. Circuli iſti, diametro Uncias ſingulas continebant: Et poſt eos, paries nigro panno obtectus erat; nequid Luminis inde reflecteretur, quo Experimentum poſſet interturbari. Circulos hoc modo illuminatos per Priſma inſpexi ita collo-

collocatum, ut Refractio fieret verſus eam partem, ubi circulus rubeus eſſet poſitus. Et pedetentim retrocedens, circulos iſtos pro eo, ac ipſe gradum referrem, ad ſe invicem paulatim appropinquare, tandemque in unum plane coire videbam: Cumq; deinceps adhuc longius recederem, illi in partes contrarias, ac prius, diſtrahebantur; quippe circulus violaceus majori Refractione rubeum prætervectus, etiam ulterius ferebatur.

Exper. 8. Tempore æſtivo, cum Lumen Solis fortiſſimum eſſe ſolet, Priſma ad feneſtræ operculi foramen, ſicuti in tertio ante Experimento feceram, collocavi; ita tamen, ut Axis Priſmatis parallelus eſſet Axi Terræ: Et ad oppoſitum Parietem, in Refracto Solis Lumine, Librum apertum ſtatui. Tum intervallo ſex pedum duarumq; unciarum a Libro, Lentem ſupra memoratam erexi; qua Lumen a Libro reflexum, ſimili iterum ſex pedum duarumque unciarum intervallo ultra Lentem in unum colligeretur; ibiq; Libri Imaginem ſuper chartæ albæ plagula ſic, quomodo fere in ſecundo ſupra Experimento factum eſt, depingeret. Quibus ita diſpoſitis; Lenteq; ac Libro, ne loco moverentur, fixis; notavi accurate quo in loco chartæ albæ plagula tum eſſet poſita, cum literæ in Libro impreſſæ, rubeo intenſiſſimo Solaris Imaginis in librum incidentis lumine illuſtratæ, ſui Imagines ſuper charta iſta quam diſtinctiſſime depictas exhiberent. Deinde expectans, donec Motu Solis, & conſequenter Motu Imaginis libro exceptæ, Colores omnes a rubeo illo ad uſq; medium cæruleum ſuper literas eaſdem tranſirent: Cum literas iſtas colore cæruleo viderem illuminatas; notavi iterum quo in loco charta alba jam poſita eſſet, quum Literæ cæruleo Lumine illuſtratæ, ſui imagines ſuper eandem

F quam

quam diſtinctiſſimas depingerent: Invenique Chartam jam Unciarum circiter $2\frac{1}{2}$ aut $2\frac{3}{4}$ intervallo, propius, quam ante, a Lente abeſſe. Quare eo intervallo, quod eſt Unciarum $2\frac{1}{2}$ aut $2\frac{3}{4}$, Lumen id, quod erat violaceum Imaginis Extremum, citius propter majorem Refractionem, quam id quod erat rubeum ejuſdem Extremum, coactum & in unum collectum eſt. Verum in hoc Experimento capiendo, id præcipue mihi agendum duxi, ut cubiculum quam poſſet maxime tenebricoſum eſſet factum. Si enim adventitii ullius Luminis admixtione, Colores iſti languidiores dilutioreſq; fiant; jam minori intervallo inter ſe diſtabunt Foci ante dicti. In ſecundo Experimento, ubi Colores ii adhibebantur, qui erant Corporum Naturalium; horum Focorum intervallum, propter Colorum iſtorum imperfectionem, ſeſqui-unciam non excedebat. In hocce autem Experimento, ubi Colores Priſmatis adhibebam, qui manifeſto largiores, clariores, & ſaturatiores ſunt, quam Colores corporum Naturalium; id intervallum, erat Unciarum $2\frac{3}{4}$. Quod ſi adhuc largiores vividioreſq; Colores adhiberi poſſent; nihil dubito, quin id intervallum multo adhuc majus eſſet futurum. Etenim coloratum Priſmatis Lumen, cum propter Circulorum ſupra in ſecundo Experimenti quinti Schemate deſcriptorum permixtionem, tum propter Luminis Nubium prope Solem clariorum ſe plerunq; intrudentis acceſſionem, radioſq; inſuper fortuitis facierum Priſmatis inæqualitatibus undiq; diſperſos & coloribus ſeſe intermiſcentes; propter has, inquam, cauſas, coloratum Priſmatis Lumen adeo erat compoſitum, ut Colorum iſtorum fuſcorum nubilorumque, Indici & Violacei, Imagines ſuper charta depictæ, debiliores minuſq; diſtinctæ fuerint, quam ut ſatis accurate obſervari poſſent.

Ex-

Exper. 9. Priſma, cujus bini Anguli ad Baſim æquales inter ſe ſemirectiq; eſſent, tertius autem rectus; collocavi in Solis Luminis radio per feneſtræ operculi foramen, ſicuti in tertio ſupra Experimento dictum eſt, in Cubiculum tenebricoſum tranſmiſſo. Converſoq; lente circa Axem ſuum Priſmate, donec id omne Lumen, quod initio per alterum Angulorum ejus tranſmiſſum in eoq; Refractum fuerat, mox a Baſi, qua uſq; adhuc e vitro exierat, Reflecti cæperit; Obſervabam radios, qui maxime Refracti fuiſſent, eoſdem citius quam reliquos Reflecti. Quocirca mecum ita reputabam; Radiorum Reflexi Luminis, qui maxime eſſent Refrangibiles, eos omnium primos totali Reflexione copioſiores in iſto Lumine quam reliquos adeſſe; reliquos autem deinceps, totali itidem Reflexione, æque, ac hos, copioſos Reflecti. Ut hoc, utrum ita ſe haberet, necne, Experirer; Lumen Reflexum per aliud deinceps Priſma ita trajeci, ut in eo Refractum, incideret deinde in chartæ albæ plagulam poſt id Priſma interjecto aliquo intervallo collocatam, ibique, ut ſolet, colores Refractione depingeret. Tum converſo circa Axem ſuum, uti ſupra dictum eſt, priori Priſmate; Rem ita ſe habere comperi, ut cum Radii illi, qui in iſto priori Priſmate maxime Refracti fuiſſent, cæruleiq; & violacei viſi eſſent, ex toto Reflecti cæperint; lumen ſuper charta cæruleum & violaceum, quod itidem in ſecundo Priſmate maxime Refractum fuerat, manifeſto plus augeri videretur, quam rubeum & flavum quod minus Refractum fuerat: Et deinde, cum reliquum Lumen, quod erat viride, flavum, & rubeum, cæperit in primo Priſmate in totum Reflecti; lumen itidem eorundem colorum ſuper charta, acceſſionem ſibi faceret non minorem, quam ante ſibi feciſſent cæruleum & violaceum. Ex quo apparet,

Radium iſtum Luminis, Baſi Priſmatis reflexum, quum primo Radiorum maxime Refrangibilium, & deinde eorum qui fuerint minus Refrangibiles acceſſione auctus ſit, utiq; Compoſitum eſſe ex Radiis diverſe Refrangibilibus. Tale autem omne Reflexum Lumen, quin ejuſdem plane naturæ ſit ac id quod directo e Sole fluxerat antequam in Baſin Priſmatis incideret, nemo eſt qui dubitet: Quippe in eo fere Omnes conveniunt, Lumen iſtiuſmodi Reflexionibus nullam omnino Modificationum ſuarum Proprietatumve ſubire Immutationem. Refractionum, quæ in faciebus prioris Priſmatis fieri potuiſſent, nullam hic mentionem habeo; Quia Radii in priorem faciem ad perpendiculum ingreſſi, & ad perpendiculum itidem egreſſi e ſecunda, non fuerunt Refracti. Cum igitur Solis Lumen Incidens, ejuſdem plane generis ejuſdemq; naturæ ſit, ac Lumen e Priſmate poſt Reflexionem Emergens; Lumenq; Emergens, e radiis diverſe Refrangibilibus manifeſto compoſitum ſit; Utiq; efficitur, ut Lumen Incidens ſimiliter Compoſitum fuerit.

Fig. 21. *Illuſtratio.* In Schemate 21^{mo,} A B C eſt primum Priſma; B C, ejus Baſis; B & C, Anguli ad Baſim inter ſe æquales, graduum quadragenum quinum; A, Rectangulus ejuſdem Vertex; F M Radius Solis, per foramen F tertia Unciæ parte latum, in Cubiculum tenebricoſum tranſmiſſus; M, Punctum Incidentiæ ipſius in Baſim Priſmatis; M G, Radius minus Refractus; M H, Radius magis Refractus; M N, Radius Luminis a Baſi Reflexus; V X Y alterum Priſma, quo Lumen inter tranſeundum Refringitur; N *t*, Luminis hujuſce pars minus Refracta; & N *p*, ejuſdem pars magis Refracta. Quum primum Priſma A B C convertitur circa Axem ſuum eam in partem, quam denotat ordo literarum A B C; Radii M H magis magiſq; oblique ex iſto Priſmate

mate emergunt, donec, poſtquam qua potuerint ſumma Obliquitate emerſerunt, Reflectuntur tandem ad N; indeque ad *p* pergentes, adjungunt ſe ad radios N *p*. Deinde, continuando Priſmatis primi Motum, Radii *M* G itidem Reflectuntur ad N; & acceſſionem adferunt ad Radios N *t*. Quare Lumen M N recipit in ſui Compoſitionem, primo radios maxime Refrangibiles, deinde eos etiam qui ſint minus Refrangibiles. Nihilo tamen minus, poſtquam ita Compoſitum ſit, adhuc ejuſdem plane naturæ eſt ac directa Solis Lux F M; Quippe in qua Reflexio Baſis Specularis B C, nullam effecerit mutationem.

Exper. 10. Bina Priſmata, Forma atq; Magnitudine conſimilia, ita colligavi, ut, Axibus Lateribuſque inter ſe ex oppoſito parallelis, Parallelopipedon conficerent. Id Parallelopipedon, in radio Solis per parvum feneſtræ operculi foramen in Cubiculum tenebricoſum tranſmiſſo, interjecto aliquo intervallo, ea poſitione collocavi, qua Priſmatum Axes Radiis Incidentibus objecti eſſent ad perpendiculum; Radiiq; incidentes in primam faciem unius Priſmatis, & tranſmiſſi per binas contiguas facies amborum Priſmatum, emergerent tandem ex ultima facie poſterioris Priſmatis. Hæc ultima facies, cum parallela eſſet primæ faciei prioris Priſmatis, effecit ut Lumen Emergens atq; Incidens inter ſe eſſent parallela. Tum, poſt bina iſta Priſmata, tertium collocavi; quo Lumen e prioribus Emergens refringeretur; eaque demum Refractione Colores, uti fieri ſolet, in oppoſito Pariete, vel ſuper chartæ albæ plagula modico ultra id *Priſma* intervallo ad excipiendum Lumen refractum *collocata*, depingerentur. His ita diſpoſitis, Parallelopipedon lente circa Axem ſuum convertebam. Cumque contiguæ binorum Priſmatum facies, radios ſibi inciden-

tes

tes jam adeo oblique exciperent, ut Radii iſti in totum Reflecti cæperint: Radii, qui in tertio Priſmate maxime Refracti fuerant, chartamq; colore violaceo & cæruleo infecerant; iidem jam omnium primi Reflexione totali e Lumine tranſmiſſo tollebantur; dum reliqui adhuc tranſmitterentur, coloreſque, ut antea, Viridem, Flavum, Aureum & Rubeum, in charta depictos exhiberent: Poſtea autem, continuato binorum Priſmatum inter ſe colligatorum Motu, reliqui itidem Radii Reflexione totali, pro ſua cujuſq; Refrangibilitate, ordine tollebantur. Itaq; Lumen, quod e binis Priſmatibus emerſit, Compoſitum erat ex Radiis diverſe Refrangibilibus: Quippe e quo Radii magis Refrangibiles, manentibus adhuc iis qui minus Refrangibiles ſint, tolli potuerint. Jam vero id Lumen, cum per parallelas ſolummodo binorum Priſmatum facies trajectum fuerit; ſiquam ex unius ſuperficiei Refractione mutationem id ſubjiſſe fingas; at illam omnem quæcunq; eſt impreſſionem, jam ex contraria alterius ſuperficiei Refractione depoſuerit oportet; eoq; pacto in priſtinum ſuum ſtatum reſtitutum eſſe neceſſe eſt; ejuſdemq; omnino naturæ, ac antequam in iſta Priſmata incideret, jam eſſe factum. Sequitur igitur, id Lumen, etiam antea, æque ac poſt, quam in Priſmata incideret, ex Radiis diverſe Refrangibilibus Compoſitum fuiſſe.

Fig. 22. *Illuſtratio.* In Schemate 22do A B C & B C D ſunt bina Priſmata, in Parallelopipedi formam colligata; Lateribus B C & C B contiguis; Lateribus autem A B & C D inter ſe parallelis. Et H I K eſt Tertium Priſma, quo Solis Lumen in Cubiculum tenebricoſum per foramen F immiſſum, & deinceps per binorum Priſmatum facies A B, B C, C B & C D trajectum, refringitur demum in O ad Chartam albam P T, ſuper qua partim

ad

ad majori P Refractione, partim ad T minori Refractione, & partim ad R aliaq; media loca Refractionibus intermediis fertur. Jam Convertendo Parallelopipedon A C B D circa Axem ſuum eam in partem, quam denotat ordo Literarum A, C, D, B: efficietur ut quum Facies contiguæ B C & C B, Radios F M, ſibi in M incidentes ſatis jam oblique excipiant; evaneſcant continuo e Lumine Refracto O P T, primo Radii maxime Refracti O P, (reliquis O R & O T adhuc, ut prius, manentibus;) deinde Radii O R reliquiq; mediocriter Refracti, & poſtremo Radii minime omnium Refracti O T. Etenim cum Facies B C Radios ſibi incidentes ſatis jam oblique excipiat; Radii iſti inde ex toto Reflecti incipient ad N; idq; ea Lege, ut Radii maxime Refrangibiles omnium primi in totum Reflectantur, (quomodo in Superiori ante Experimento expoſitum eſt,) & conſequenter primi ad P evaneſcant neceſſe ſit; Reliqui autem, quo ordine in totum reflectuntur ad N, eodem ordine ad R & T evaneſcant. Itaq; Radii qui in Priſmate O maxime Refringuntur, tolli poſſunt e Lumine M O, dum reliqui adhuc ſuperſunt: Ac proinde id Lumen M O, Compoſitum eſt ex Radiis diverſe Refrangibilibus. Et quoniam Facies A B & C D inter ſe parallelæ ſunt; & conſequenter æqualibus & contrarias in partes factis Refractionibus ſuos ipſarum invicem Effectus, quicunq; ii fuerint, deſtruant retexantq; neceſſe eſt: utiq; Lumen Incidens F M neceſſario ejuſdem generis ejuſdemq; naturæ erit, ac Lumen Emergens M O; & proinde ipſum itidem ex Radiis Compoſitum erit diverſe Refrangibilibus. Duo iſta Lumina F M & M O, antequam Radii maxime Refrangibiles e Lumine Emergente M O ſeparentur, tum Colore tum reliquis omnibus, quantum ego quidem obſervare potuerim, Proprietatibus inter ſe

plane

plane conveniunt. Merito igitur ejuſdem eſſe generis ejuſdemq; naturæ exiſtimentur: & proinde Ambo conſimili ratione ſunt Compoſita. Verum ſimul ac primum Radii maxime *R*efrangibiles ex toto Reflecti cæperint, eoq; pacto a Lumine Emergente M O ſeparari; Id Lumen continuo Colorem ſuum immutat; albumq; cum eſſet, jam dilutius fit primo & ſubflavum, deinde aureum, poſtea rubeum ſaturatius, & poſtremo penitus evaneſcit. Nam poſtquam *R*adii maxime *R*efrangibiles, qui Chartam ad P Colore purpureo infecerant, e Lumine M O totali *R*eflexione ſublati ſunt; reliqui Colores ſuper charta ad R & T, permixti in Lumine M O, conficiunt jam in iſto *R*adio colorem ſubflavum. Cum porro *R*adii cærulei & ex parte etiam virides, qui ſuper charta inter P & R viſi fuerant, ſublati ſunt; reliqui inter R & T, (hoc eſt, flavi, aurei, rubei, & viridium nonnulli,) permixti in Lumine M O, conficiunt jam in iſto *R*adio Colorem aureum. Cum denique, reliquis omnibus *R*eflexione e Lumine M O ſublatis, radii minime *R*efrangibiles, qui ad T colore rubeo ſaturatiori apparuerant, ſoli ſuperſunt; horum radiorum jam idem plane Color eſt in Lumine M O, qui fuerat eorundem ſuper charta in T: Quippe *R*efractio Priſmatis H I K id ſolummodo effecerit, ut *R*adii diverſe *R*efrangibiles a ſe invicem ſepararentur, nequaquam autem ut Colores ipſorum ullo modo mutarentur; id quod infra uberius comprobabitur. Quibus omnibus Obſervationibus tam prima Propoſitio, quam ſecunda, confirmatur.

Fig. 22. *Scholium.* Si hoc & ſuperius Experimentum in unum conjungantur, adhibendo quartum Priſma V X Y, quo *R*adius *R*eflexus M N refringatur ad *t p*; clarius adhuc ſequetur id, quod erat inferendum. Etenim hoc pacto id

id Luminis N *p*, quod in quarto Priſmate plus quam reliquum Lumen refringitur, clarius & illuſtrius tum efficietur, cum Lumen O P, quod in tertio Priſmate H I K itidem maxime Refractum eſt, vaneſcet ad P. Poſtea autem, cum Lumen minus Refractum O T vaneſcet ad T, Lumen minus Refractum N *t* ſimiliter augebitur; dum Lumini magis Refracto, quod eſt ad *p*, nulla amplius adferatur acceſſio. Et ſicut Radius trajectus M O, inter vaneſcendum ſemper eum Colorem habet, qui ex Colorum in Chartam P T incidentium permixtione oriri debeat: ita Radius Reflexus M N, ſemper eum Colorem habebit, qui oriri debeat ex illorum Colorum permixtione, qui incidant in chartam *p t*. Quando enim Radii maxime Refrangibiles e lumine trajecto M O totali Reflexione ſublati ſunt, indeq; illud Lumen Coloris aurei evadit: nimia radiorum iſtorum exinde in Lumine Reflexo admixta proportio efficit, non modo ut Colores Violaceus, Indicus, & Cæruleus, qui ſunt ad *p*, denſiores clarioreſq; fiant; verum etiam ut Radius M N, amiſſo colore illo ſubflavo, qui eſt Solis Luminis color, alborem jam induat ad cæruleum accedentem: Qui tamen idem Radius ſubflavum ſuum Colorem iterum recuperet, ſimul ut reliquum Luminis Tranſmiſſi M O T itidem Reflectatur.

Quoniam igitur in hac tanta Experimentorum varietate: Sive Lumen adhibeatur Reflexum; idque vel a Corporibus Naturalibus, ut in Experimentis primo & ſecundo; vel Specularibus, ut in nono: Sive Lumen adhibeatur Refractum; idq; vel antequam Radii inæqualiter Refracti divergendo a ſe invicem ſeparentur, amiſſaq; ea qua erant Univerſi albitudine, ſuum jam Singuli colorem exhibeant, ut in quinto Experimento; vel poſtquam a ſe invicem ſepa-

rati ſunt coloratiq; videntur, ut in ſexto, ſeptimo, & octavo: Sive Lumen adhibeatur Trajectum per Superficies inter ſe parallelas, quæ ſuos ipſarum Effectus, quicunq; ii ſint, invicem retexant; ut in Experimento decimo: Quoniam, inquam, in hiſce omnibus Experimentis, ſemper inveniuntur Radii, qui in iiſdem Incidentiis ſuper unum idemq; Medium inæqualiter Refringantur; idq; ſine ulla Diffiſſione aut Dilatatione Radiorum ſingulorum, ullave Refractionum inæqualitate tali, quæ poſſit Caſu accidere; ut in Experimentis quinto & ſexto probavimus: Et quoniam Radii, qui inter ſe Refrangibilitate differunt, ſecerni invicem & ſegregari poſſunt; idq; vel Refractione, ut in tertio Experimento; vel Reflexione, ut in decimo; Tumq; varia ſeorſum Radiorum genera, iiſdem poſitis Incidentiis, inæqualiter Refringuntur; quiq; ante Separandum plus cæteris Refringebantur Radii, iidem plus etiam poſtea Refringuntur, ut in ſexto & ſequentibus Experimentis; Et, ſi Solis Lumen per tria plurave Priſmata ſibi invicem in tranſverſum poſita ex ordine Refringatur, qui radii in Primo Priſmate plus quam reliqui refracti fuerint, iidem in cæteris quoq; omnibus Priſmatibus conſimili proportione plus quam reliqui iterum refringentur; ut ex quinto Experimento liquet: Ex his, inquam, omnibus abunde apparet, Solis Lumen Heterogeneam eſſe Radiorum mixturam, quorum alii magis, alii minus Refrangibiles ſint; idq; certa aliqua ac conſtanti ratione: Quod erat mihi comprobandum.

PROP. III. THEOR. III.

Lumen Solis conſtat ex Radiis, qui Reflexibilitate inter ſe differunt: Et qui Radii magis Refrangibiles ſunt, iidem quoq; ſunt magis Reflexibiles.

Liquet

Liquet hoc ex nono decimoq; Experimentis. In nono enim Experimento, cum Priſma circa Axem ſuum uſq; eo converſum eſſet, donec Radii intra Priſma, qui in tranſeundo e Priſmate in Aerem adhuc a Baſi ejus Refracti fuiſſent, jam in iſtam Baſim adeo oblique inciderent, ut in totum inde Reflecti cæperint; ii radii omnium primi in totum Reflectebantur, qui ante, iiſdem poſitis omnium Incidentiis, maxime fuerant Refracti. Hocq; idem accidit in Reflexione Radiorum a communi binorum Priſmatum Baſi, in decimo ſupra Experimento memorata.

PROP. IV. PROB. I.

Separare a ſe invicem Heterogeneos Luminis Compoſiti Radios.

Radii Heterogenei a ſe invicem quadantenus ſeparati ſunt, Refractione Priſmatis in tertio Experimento: Et in quinto Experimento, auferendo Penumbram a rectilineis coloratæ imaginis lateribus, ea ſeparatio, in iſtis ipſis rectilineis Lateribus ſive Marginibus Imaginis, perfecta fit. Verum in omni parte Imaginis inter iſta rectilinea latera, innumeri illi Circuli in quinto ſupra Experimento deſcripti, quorum ſinguli ſingulis Radiorum generibus illuminati ſunt, ſe inter ſe omni ex parte commiſcendo efficiunt, ut Lumen ſatis admodum Compoſitum ſit. Quod ſi jam Circulorum illorum Diametri, Centrorum Situ atq; Intervallis nihil mutatis, diminui poſſent; Utique Permixtio ipſorum inter ſe, & conſequenter Radiorum Heterogeneorum mixtura, conſimili proportione diminueretur. Sint enim, in Schemate 23°, AG, BH, CI, DK, EL, & FM, Circuli, *Fig.* 23.

 quos

quos totidem Radiorum genera ex uno eodemq; Solis globo fluentia, uti in Tertio ſupra Experimento dictum eſt, ſingula ſingulos illuminant: Ex quibus omnibus, aliiſq; innumeris intermediis ordine continuo inter duo Rectilinea & Parallela oblongæ Solis imaginis P T latera diſpoſitis Circulis, Imago iſta, quomodo in quinto ſupra Experimento expoſuimus, Compoſita eſt. Sintq; *a g*, *b h*, *c i*, *d k*, *e l*, & *f m*, totidem minores Circuli, ordine conſimili inter duas parallelas lineas rectas *a f* & *g m* diſpoſiti; ſimilibus Centrorum ſuorum intervallis; ſimilibuſque, ac majores Circuli, Radiorum generibus illuminati: hoc eſt, ſit circulus *a g* eodem genere radiorum, ac Circulus A G ſibi ordine reſpondens, illuminatus; item circulus *b h* eodem genere radiorum, ac Circulus B H; & ſimiliter ſinguli circuli *c i*, *d k*, *e l* & *f m* comparate, iiſdem generibus radiorum, ac Circuli C I, D K, E L, & F M. Jam in Schemate P T ex Circulis majoribus conſtante, terni iſtorum Circulorum, A G, B H, C I, adeo in ſe invicem diffuſi permiſcentur, ut tria Radiorum genera quibus Circuli iſti illuminati ſunt, una cum aliis innumeris Radiorum intermediorum generibus, inter ſe ad Q R in medio Circuli B H penitus commixta ſint: Et conſimilis fere per totam Schematis P T Longitudinem invenitur Permixtio Radiorum. Atqui in Schemate *p t* ex circulis minoribus conſtante, terni minores circuli *a g*, *b h*, *c i*, ternis illis majoribus ordine reſpondentes, non in ſe invicem diffunduntur; neq; ulla ſui parte in ſe commixta habent ne bina quidem ex tribus illis radiorum generibus, quibus hi circuli illuminantur, quæq; in altero Schemate P T inter ſe omnia penitus intermixta ſunt ad B H.

Qui igitur Rem hoc modo conſideraverit, is facile intelliget, Radiorum Permixtionem eadem proportione di-

diminui, ac Diametros Circulorum. Si, eiſdem manentibus Centrorum intervallis, Diametri Circulorum tribus tantis minores fiant, quam fuerant antea; permixtio Radiorum, itidem tribus tantis minor fiet: Si Circulorum diametri, decies tanto minores fiant; utiq; radiorum permixtio itidem decies tanto minor evadet: Et ſimiliter, in alia omni proportione. Hoc eſt, mixtura Radiorum in majori Schemate P T, ad mixturam eorum in minori *p t*, eam proportionem habebit, quam habet Latitudo majoris Schematis ad Latitudinem minoris. Etenim Latitudines horum Schematum, æquales ſunt Diametris Circulorum. Ex quo facile Conſequens eſt, permixtionem radiorum in refracta imagine *p t*, ad permixtionem radiorum in directo & integro Solis Lumine, eam proportionem habere, quam habet Latitudo iſtius Imaginis ad Differentiam Longitudinis & Latitudinis ſuæ.

Quare, ut Radiorum Permixtionem diminuere poſſimus, diminuendæ ſunt Diametri Circulorum. Hoc autem ita facere poterimus, ſi Solis Diameter, cui iſti Circuli reſpondent, minor reddi queat; vel (quod eodem recidit) ſi Foris inter Priſma & Solem, magno interjecto intervallo, aliquod opacum Corpus ita ſit collocatum, ut, intercepto reliquo omni Solis Lumine, id duntaxat Luminis, quod è medio Solis globo fluit, per parvum rotundum foramen in iſto opaco Corpore tranſmittatur ad Priſma. Etenim hoc pacto, Circuli A G, B H, cæteriq; eis adjuncti, non jam amplius toti Solis globo reſpondebunt; ſed ei ſolummodo ipſius parti, quæ e Priſmate per id foramen cerni poſſit; hoc eſt, apparenti magnitudini foraminis iſtius e Priſmate ſpectati. Verum, quo hi Circuli magis diſtincte iſti foramini reſpondeant, Lentem inſuper prope Priſma collocatam oportet,

qua

qua foraminis Imago (hoc eſt, unuſquiſq; Circulorum A G, B H, &c,) diſtincte ſuper Chartam P T depingatur; eodem modo ac Lente in feneſtra collocata, Rerum foris objectarum Imagines diſtincte ſuper charta intra Cubiculum depictæ exhiberi ſolent; & quomodo in quinto ſupra Experimento rectilinea oblongæ Solis Imaginis latera diſtincta erant reddita, ac ſine Penumbra. Atq; hoc ſi fiat; jam nihil neceſſe erit ut id foramen longe remotum ſit, ne quidem ultra feneſtram. Quamobrem, loco illius foraminis, foramine in ipſo feneſtræ operculo, quomodo jam infra exponetur, uſus ſum.

Exper 11. In Solis Radio per parvum rotundumque feneſtræ operculi foramen in Cubiculum tenebricoſum immiſſo, Lentem, intervallo circiter decem duodecimve pedum a feneſtra, erexi; qua Foraminis Imago ſuper chartæ albæ plagulam, intervallo ſex, octo, decem, duodecimve Pedum ultra Lentem collocatam, diſtincte depingeretur. Nam pro varia Lentium forma, chartam variis interjectis intervallis, quæ ſingulatim memorare operæ pretium non erit, objiciebam. Deinde, proxime poſt Lentem, Priſma interpoſui; quo Lumen Trajectum Refringeretur vel ſurſum verſus, vel in Latus; eoque pacto Imago rotunda, quam Lens ſola in Chartam projecerat, jam in oblongam Imaginem lateribus inter ſe parallelis definitam, qualem in Tertio ſupra Experimento deſcripſimus, produceretur. Oblongam iſtam Imaginem alia charta, eodem fere, ac prius, interjecto a Priſmate intervallo, excepi. Movebam autem chartam ultro citroq; uſq; eo, donec Charta & Priſma juſto inter ſe ſpatio diſtarent, quo rectilinea Imaginis latera quam maxime diſtincta apparerent. Cum enim hoc accideret; rotundæ Foraminis Imagunculæ, ex quibus iſta *Fig.* 23. Imago eodem modo compoſita erat, ac Imago *p t* ex circulis

culis *a g*, *b h*, *c i*, &c; terminis maxime diſtinctis finiebantur ſine ulla Penumbra: ideoque in ſe invicem quam poſſent minime commiſcebantur; & conſequenter Radiorum Heterogeneorum permixtio jam omnium minima erat. Hoc pacto, ex rotundis foraminis Imaginibus, quales ſunt *a g*, *b h*, *c i*, &c, oblongam Imaginem, *Fig.* 23. & 24. qualis eſt *p t*, formare ſolebam: Et ampliando aut minuendo foramen in feneſtræ operculo, efficiebam ut rotundæ Imagines *a g*, *b h*, *c i*, &c, ex quibus oblonga ea Imago compoſita erat, dilatarentur aut contraherentur, ut mihi libitum eſſet; Indeq; ut Radiorum mixtura in Imagine *p t* tam magna tamve parva eſſet, quam ipſe cuperem.

Illuſtratio. In Schemate 24to. F repræſentat rotundum Foramen in feneſtræ operculo; M N Lentem, qua *Fig.* 24. Imago iſtius Foraminis diſtincte ſuper chartam I depicta exhibetur; A B C Priſma, quo Radii, ſimul ut e Lente emerſerint, refringuntur ab I ad aliam chartam *p t*; ibiq; rotunda Imago I convertitur in oblongam Imaginem *p t*. Ea Imago *p t*, conſtat ex Circulis in una eademq; linea recta Ordine continuo diſpoſitis; quomodo in quinto ſupra Experimento ſatis explicatum eſt. Qui quidem Circuli, æquales ſunt Circulo I; & conſequenter Foramini F magnitudine reſpondent. Quamobrem minuendo id Foramen, hi Circuli, iiſdem adhuc manentibus Centrorum intervallis, in quam libuerit parvitatem Contrahi poterunt. Atque hoc quidem pacto effeci, ut Latitudo Imaginis iſtius *p t*, quadraginta vel etiam ſexaginta interdum aut ſeptuaginta partibus ſuperaretur Longitudine ſua. Exempli gratia: Si Latitudo Foraminis F, ſit $\frac{1}{10}$ Unciæ; & M F, intervallum quo Foramen & Lens inter ſe diſtant, ſit 12 Pedum; & *p* B aut *p* M, diſtantia Imaginis *p t* a Priſmate aut Lente,

ſit

ſit 10 Pedum; & Angulus Refringens Priſmatis, 62 graduum: utiq; Latitudo Imaginis *p t* erit $\frac{1}{12}$ Unciæ, Longitudo autem ejus circiter ſex ipſas Uncias complectetur. Quare Longitudo ejus ad Latitudinem, erit ad 72 ad 1: & conſequenter Lumen hujus Imaginis ſemel & ſeptuagies tanto, quam directum Solis Lumen, minus erit Compoſitum. Hujuſmodi autem Lumen, ſatis quidem Simplex & Homogeneum æſtimari poſſit, ad omnia Experimenta quæ in hoc Libello circa Lumen Simplex verſari videantur. Etenim adeo puſillum eſt quod in hoc Lumine admixtum ſit Radiorum Heterogeneorum, ut ſenſu percipi vix poſſit: Niſi forte in Coloribus Indico & Violaceo; quibus, ut ſunt Colorum fuſciores, perpaululum id quoquoverſus diſperſi Luminis, quod Priſmatis inæqualitatibus irregulariter Refringi ſolet, facile aliquam immutationem adferre queat.

Attamen, loco rotundi foraminis F, melius adhiberi poterit foramen oblongum, forma oblongi Parallelogrammi, cujus Longitudo parallela ſit Priſmati A B C. Si enim hujuſmodi Foramen, longum ſit Uncia una aut duabus; latum autem $\frac{1}{10}$ ſolummodo aut $\frac{1}{20}$ Unciæ, aut etiam minus eo: Lumen Imaginis *p t* æque, vel etiam magis, quam in priori Caſu, Simplex erit; ſimulque Imago Latior multo, & proinde ad Experimenta aptior.

Porro, foraminis hujuſce parallelogrammi loco, adhiberi poterit foramen triangulum, binis lateribus inter ſe æqualibus; cujus Baſis, exempli gratia, ſit circiter $\frac{1}{10}$ Unciæ; altitudo autem, Uncia una aut plus eo. Etenim hoc pacto, ſi Priſmatis Axis ſit parallelus ad Trianguli perpendicularem; Imago *p t* jam compoſita
Fig. 25. erit ex triangulis æquicruris *a g*, *b h*, *c i*, *d k*, *e l*, *f m*, *&c*, aliiſq; innumeris intermediis triangulis, foramini

mini triangulari Forma & Magnitudine reſpondentibus, & inter duas lineas parallelas *a f* & *g m* ordine continuo diſpoſitis. Quæ quidem Triangula a Baſibus ſuis nonnihil inter ſe commixta erunt; a Verticibus autem, nequaquam. Quare Lumen a clariori latere imaginis *a f*, ubi Triangulorum Baſes ſitæ ſunt, erit quidem aliquantum Compoſitum; a latere obſcuriori autem *g m*, plane Simpliciſſimum; & in omni parte imaginis inter iſta latera, pro eo ut a latere obſcuriori *g m* diſtet, magis minuſve Compoſitum. Atq; talem quidem Imaginem *p t*, ubi ſemel comparaveris; varia Experimenta capere licebit, vel in Clariori ac minus Simplici ipſius Lumine a latere *a f*, vel in Obſcuriori ac Simpliciori Lumine a latere *g m*, ut libitum fuerit.

Verum in hujuſmodi Experimentis capiundis, id omnino agendum eſt, ut Cubiculum quam poſſit maxime tenebricoſum fiat; nequid Luminis ſeſe Imaginis *p t* Lumini extrinſecus admiſcens, Compoſitum id reddat: Et præſertim, ſi Experimenta capiunda ſunt in ſimpliciori iſto Lumine, quod eſt a latere *g m*; Quod, cum debilius languidiuſq; ſit, utiq; minorem proportionem habebit ad Lumen extrinſecus adveniens, & proinde admixtione iſtius Luminis magis interturbabitur Compoſitumq; reddetur. Oportet etiam ut Lens ſit bona, qualis in Conſpicillis tubulatis adhiberi ſolet: Inſuper ut Priſma ſit Angulo largiori, puta 70 graduum; beneq; factum, ex Vitro bullis venuliſq; immuni, & Faciebus non, ut fit, convexis aliquantum aut concavis, ſed accurate planis: Item ut ſumma cum cura perpolitum ſit, quomodo Vitra ad Conſpicilla tubulata poliuntur; non autem, uti vulgo fit, ſtanno uſto ſolummodo leviter defrictum; quo, cum foraminum ab arena reſtantium margines detriti ſint, Vitri Facies adhuc innumeris per-

parvis

parvis levibuſq; prominentiis, aliquantillum convexis undatim criſpa manet. Præterea, Priſmatis Acies angulatæ, Lentiſque extremitates, quatenus irregularem aliquam Refractionem efficere poſſint, charta nigra adglutinata obtegi debent. Radiiq; Solaris in Cubiculum tranſmiſſi Lumen id omne, quod ad Experimentum erit inutile, charta nigra aliove aliquo nigro objecto corpore omnino intercipiendum eſt. Alioqui enim Lumen id inutile, quaquaverſus in Cubiculo reflexum, immiſcebit ſeſe Imagini oblongæ, eamq; nonnihil interturbabit. Cæterum ad hæc Experimenta non equidem prorſus neceſſariam eſſe dixerim tantam, quantam in præſenti imperaſſe videar, diligentiam: Quanquam ad id ſane, ut feliciter procedant Experimenta, permultum conferet; ideoq; ſiquis accuratius & curioſius Naturam Speculari velit, is certe tantam diligentiam non ſine fructu uberiori adhibebit. Verum enimvero Priſmata ex Vitro Solida, quæ hujuſmodi Experimentis capiendis ſatis idonea ſint, comparare perdifficile eſt: Quamobrem Ipſe Vaſis ex Speculorum confractorum partibus in Formam Priſmatum, concluſa intus aqua pluvia, compactis, nonnunquam uſus ſum. Et ad augendam Refractionem, aquam interdum *Saccharo Saturni* copioſe imbuebam.

PROP. V. THEOR. IV.

Lumen Homogeneum regulariter, ſine ulla Dilatatione, Diffiſſione, aut Diſcuſſione Radiorum, Refringitur: Et confuſior Objectorum Lumine Heterogeneo per Corpora Refringentia viſorum Aſpectus, oritur ex diverſa Refrangibilitate Radiorum diverſorum Generum.

Prima

Prima pars hujus Propoſitionis jam ante in quinto Experimento ſatis comprobata fuit; & ex his, quæ ſequuntur, Experimentis amplius manifeſta fiet.

Exper. 12. Chartam nigram, in qua foramen rotundum erat diametro circiter quintam aut ſextam Unciæ partem longa, ita collocavi, ut ea Imaginem ex Lumine Homogeneo talem, qualem in præcedente Propoſitione deſcripſimus, ſic exciperet, ut Luminis pars aliqua per foramen ipſius tranſmitteretur. Dein Luminis partem eam, quæ per chartæ foramen tranſmiſſa eſſet, Priſmate poſt iſtam chartam collocato ita refregi, ut deinceps in chartam albam, interjecto duorum triumve pedum intervallo, ad perpendiculum incideret. Quibus ita diſpoſitis, obſervavi Imaginem ſuper charta alba Refractione Luminis illius Homogenei depictam, non jam oblongam eſſe, ut cum (in tertio Experimento) Luminis Solaris Compoſiti Refractione depingeretur; ſed, (quantum oculis quidem judicare potuerim,) longitudine & latitudine inter ſe æqualibus, plane rotundam. Ex quo apparet, hoc Lumen regulariter Refractum eſſe, ſine ulla Dilatatione Radiorum.

Exper. 13. In Lumine Homogeneo Circulum chartaceum, diametro ¼ Unciæ longa, collocavi; & in albo Heterogeneo Solis Lumine nondum refracto, alium circulum chartaceum, eadem magnitudine, ſimiliter poſui, Tum, interjecto aliquot Pedum intervallo, utrumque horum circulorum per Priſma oculis admotum inſpexi. Circulus is, qui Heterogeneo Solis lumine illuminabatur, oblongus valde, ſicuti in quarto Experimento, videbatur; adeo ut Latitudo ejus multis partibus ſuperaretur Longitudine ſua: Circulus autem is, qui Lumine Homogeneo illuminabatur, plane rotundus videbatur, & diſtinctis terminis definitus; ut quum nudis oculis inſpiceretur

ceretur. Quo Experimento utraq; pars hujus Propoſitionis comprobatur.

Exper. 14. Cum Muſcas aliaq; id genus minuta corpora, in Homogeneo Lumine collocata, per Priſma inſpicerem; partes ipſorum videbam tam diſtincte definitas, ac ſi nudis ea oculis aſpexiſſem. Cum autem eadem corpora, in albo Heterogeneo Solis Lumine nondum refracto collocata, per Priſma ſimiliter inſpicerem; valde confuſis terminis definita videbantur; adeo ut minutiores ipſorum partes diſcernere & internoſcere haud potuerim. Similiter cum literulas minutiores libro impreſſas, primo in Lumine Homogeneo, deinde in Heterogeneo collocatas, per Priſma inſpicerem; in poſteriori Lumine tam confuſæ tamq; indiſtinctæ videbantur, ut legi non poſſent; in priori autem adeo diſtinctæ, ut & faciliime legi poſſent, & plane nihilo minus diſtincte cerni, quam ſi nudis oculis aſpicerentur. In utroq; Caſu eaſdem res objectas, eodem Situ poſitas, per idem Priſma, & eodem intervallo interjecto, conſpicatus ſum. Nihil quicquam prorſus inter ſe differebant, niſi quod Lumine diverſo illuminabantur; quod quidem Lumen uno in caſu Simplex erat, in altero Compoſitum. Quare corpora iſta objecta, quamobrem in priori caſu tam diſtincte, in poſteriori tam confuſe cernerentur, nihil aliud plane in cauſa eſſe potuit, præter Luminum ſolummodo differentiam. Quo itidem tota Propoſitio comprobatur.

Porro in tribus hiſce Experimentis, id etiam notatu erat digniſſimum; Homogenei Luminis Colorem, Refractione nihil fuiſſe immutatum.

PROP.

PROP. VI. THEOR. V.

Sinus Incidentiæ cujuſq; Radii ſeorſum, eſt ad Sinum Refractionis ſuæ in data Ratione.

Unumquemque Radium ſeorſum, certa ac Conſtanti aliqua ratione Refrangibilem eſſe; ex iis quæ dicta ſunt, ſatis eſt manifeſtum. Qui Radii in prima Refractione, iiſdem poſitis omnium Incidentiis, maxime Refringuntur; ii in ſequentibus itidem Refractionibus, iiſdem poſitis Incidentiis, iterum maxime Refringuntur: Similiq; ratione Radii minime Refrangibiles, & quicunq; ſunt medio aliquo Refrangibilitatis gradu; uti ex 5to, 6to, 7mo, 8vo, & 9no Experimentis liquet. Porro qui radii in prima Refractione, iiſdem poſitis omnium Incidentiis, æqualiter Refringuntur; ii iterum, iiſdem poſitis Incidentiis, æqualiter & uniformiter Refringuntur: Idq; ſive refringantur antequam a ſe invicem ſeparati fuerint, ut in quinto Experimento; ſive poſtquam ſeparati fuerint, ut in Experimentis 12mo, 13°, & 14to. Itaq; Refractio cujuſq; Radii ſeorſum, fit ad certam aliquam conſtantemq; regulam: Ea autem regula quæ ſit, reſtat ut jam deinceps oſtendamus.

Nuperi de rebus Opticis Scriptores docent, Sinus Incidentiæ ad Sinus Refractionis eſſe in data Proportione; uti in quinto Axiomate expoſitum eſt: Et nonnulli Inſtrumentis ad Refractiones Menſurandas, aut alia aliqua ratione hanc Proportionem Experimentis computantes, aſſeruerunt ſe eam inveniſſe accuratam. Verum dum *illi*, nondum intellecta diverſa Radiorum diverſorum Refrangibilitate, crediderunt radios una eademq; proportione refringi univerſos; Exiſtimandum eſt, eos

men-

menſuras ſuas ad partem mediam ſolummodo Luminis refracti accommodaſſe: Adeo ut ex illorum Menſuris hoc ſolum concludi poſſit; radios, qui ſunt medio Refrangibilitatis gradu; hoc eſt, qui, cum a reliquis ſeparati ſint, virides videntur; eos in data Sinuum proportione refringi. Reliquos autem omnes, itidem ſecundum datas Sinuum Proportiones refringi; id nobis jam reſtat comprobandum. Equidem, rem ita ſe habere debere, admodum eſt credibile & rationi conſentaneum; quandoquidem Natura ſemper eſt ſui ſimilis. Verum Probatio ab Experimentis deſumenda requiritur. Atque talem quidem Probationem ita adferemus, ſi oſtendere poterimus, Sinus Refractionis Radiorum diverſe Refrangibilium eſſe ad ſe invicem in data Proportione, quando Sinus Incidentiæ ſunt inter ſe æquales. Etenim ſi Sinus Refractionis omnium Radiorum, ſint in datis Proportionibus ad Sinum Refractionis alicujus radii, qui ſit medio Refrangibilitatis gradu; Iſq; Sinus ſit in data proportione ad Incidentiæ Sinus inter ſe æquales; Utiq; reliqui iſti Refractionis Sinus, erunt itidem in datis Proportionibus ad Sinus Incidentiæ inter ſe æquales. Jam autem Sinus Refractionis eſſe ad ſe invicem in data proportione, quando Sinus Incidentiæ ſunt inter ſe æquales; ex ſequenti Experimento apparebit.

Fig. 26. *Exper.* 15. Per parvum rotundum foramen in feneſtræ operculo, tranſmittatur in Cubiculum tenebricoſum Radius Solis. Sit S alba & rotunda Solis Imago, directo ſuo Lumine in oppoſitum parietem depicta. Sit P T oblonga & colorata Imago, quæ fiat refringendo Lumen per Priſma in Feneſtra poſitum. Sit deniq; *p t*, vel 2 *p* 2 *t*, vel 3 *p* 3 *t*, oblonga & colorata Imago ea, quæ fiat refringendo iterum idem Lumen in Latus per alterum Priſma proxime poſt primum Situ tranſverſo

col-

collocatum; quomodo in quinto ſupra Experimento explicatum eſt. Hoc eſt, ſit ea Imago, cum Refractio ſecundi Priſmatis minor ſit, *p t*; cum Refractio ejuſdem major ſit, 2 *p* 2 *t*; cum maxima, 3 *p* 3 *t*. Etenim ea erit Refractionum diverſitas, ſi Angulus Refringens ſecundi Priſmatis ſit varia Magnitudine; puta quindecim aut viginti graduum, quum Imago ſit *p t*; triginta aut quadraginta, quum 2 *p* 2 *t*; & ſexaginta, quum 3 *p* 3 *t*. Verum enimvero defectu Priſmatum ex Vitro ſolidorum, quorum Anguli ea ſint qua oporteat Magnitudine; comparari poterunt Vaſa ex politis Vitri lamellis in formam Priſmatum, concluſa intus aqua, conglutinatis. His ita diſpoſitis, obſervabam omnes Solis Imagines coloratas, P T, *p t*, 2 *p* 2 *t*, 3 *p* 3 *t*, convergere quamproxime ad eum ipſum locum S, quo directum Solis Lumen, quando, ſublatis Priſmatibus, albam rotundamq; in pariete Solis Imaginem depingeret, incidebat. Axis Imaginis P T, productus; hoc eſt, linea ita per mediam Imaginem P T ducta, ut rectilineis ipſius lateribus parallela eſſet; tranſibat deinceps per Medium ipſum iſtius albæ ac rotundæ Imaginis S. Cumq; Refractio ſecundi Priſmatis, æqualis eſſet Refractioni prioris; quippe quorum Anguli Refringentes, eſſent circiter ſexagenum graduum; Axis Imaginis 3 *p* 3 *t* iſta Refractione effictæ, ipſe itidem productus tranſibat per medium ejuſdem albæ rotundæq; Imaginis S. Cum autem Refractio ſecundi Priſmatis, minor eſſet Refractione prioris; Axes producti Imaginum *t p* aut 2 *t* 2 *p* iſta Refractione effictarum, interſecabant jam in punctis *m* & *n*, paulo ultra Centrum albæ rotundæq; Imaginis S, Axem productum Imaginis T P. Unde Proportio Lineæ 3 *t* T ad Lineam 3 *p* P, paulo major erat quam lineæ 2 *t* T ad 2 *p* P; hæcq; itidem paulo major, quam lineæ

lineam

t T

lineam

t T ad *p* P. Jam quum Lumen Imaginis P T incidat ſuper parietem ad perpendiculum; lineæ iſtæ 3 *t* T, 3 *p* P, & 2 *t* T, 2 *p* P, & *t* T, *p* P, ſunt *Tangentes* Refractionum. Quare ex hoc Experimento, Proportiones *Tangentium* Refractionum inveniuntur: Unde & Sinuum Proportiones collectæ, æquales reperiuntur; quantum quidem, Imagines intuendo, & Mathematicam quandam ratiocinationem adhibendo, judicare potuerim: Non enim accurate calculum ponebam. Itaque Propoſitio noſtra, quantum ex Experimentis colligitur, in unoquoq; ſeorſum Radio vera eſſe apparet. Veram autem eam eſſe accuratiſſime, etiam Demonſtrari poteſt ex hac Suppoſitione; *Corpora Lumen Refringere, Agendo in Radios ejus in Lineis ad Superficies ſuas Perpendicularibus.* Verum, quo hæc Demonſtratio recte procedat, diſtinguendus eſt Motus cujuſq; Radii in duos Motus, quorum alter Superficiei refringenti perpendicularis ſit, alter eidem parallelus; & de Motu quidem eo qui eſt perpendicularis, ſubjicienda eſt Propoſitio ſequens.

Si quis Motus, aut Corpus motum quodcunque, incidat quavis velocitate in quodvis Latum & Tenue Spatium, duobus Planis Parallelis utrinq; terminatum; inq; tranſitu ſuo per iſtud Spatium, urgeatur perpendiculariter verſus ulterius Planum quavis Vi, quæ, datis diſtantiis ab iſto Plano, ſit datarum Quantitatum: Perpendicularis Velocitas iſtius Motus, aut Corporis, tum cum emerget ex eo Spatio; ſemper æqualis erit Radici Summæ ejuſce, quæ compoſita ſit ex Quadrato Perpendicularis Velocitatis quam habebat iſte Motus, aut Corpus, tum cum incideret in iſtud Spatium; & ex Quadrato Perpendicularis Velocitatis quam idem Motus, aut Corpus, haberet tum, cum emergeret, ſi Perpendicularis ejus Velocitas tum, cum incideret, infinite parva fuiſſet.

Eadem

Eadem autem Propoſitio ſimiliter vera erit de quovis Motu, aut Corpore, perpendiculariter retardato in tranſitu ſuo per iſtud Spatium; ſi loco Summæ binorum Quadratorum, Differentiam ipſorum ſumas. Demonſtrationem facile invenient Mathematici; ideoque, ne Lectorem diſtineam, eam hic non apponam.

Finge jam Radium aliquem obliquiſſime in linea M C *Fig.* 1. incidentem, Refringi ad C a Plano R S in lineam C N: Et, ſi Linea C E, in quam alius quilibet Radius A C refringi debeat, quæ ſit quæratur; ſint M C, A D, *Sinus* Incidentiæ duorum iſtorum Radiorum; & N G, E F, eorundem Sinus Refractionis; & exponantur æquales Radiorum Incidentium Motus, per lineas inter ſe æquales M C & A C: Tum, Motu M C ad Planum Refringens Parallelo exiſtente, diſtinguatur Motus alter A C in duos Motus A D & D C, quorum alter A D parallelus, alter autem D C perpendicularis ſit ad Superficiem Refringentem. Similiter, diſtinguantur Motus Emergentium Radiorum, in binos Motus; quorum ii, qui ſunt perpendiculares, ſint $\frac{MC}{NG}$ C G, & $\frac{AD}{EF}$ C F. Quod ſi Vis Plani Refringentis incipiat agere in Radios vel jam in ipſo Plano, vel certo interjecto intervallo, ex una parte; deſinatque certo interjecto intervallo ex altera parte; & in omnibus locis intra iſtos limites ſitis, agat in Radios in Lineis ſuperficiei iſti Refringenti perpendicularibus; actioneſq; ejus in Radios, in diſtantiis æqualibus a Plano Refringente, æquales ſint; in diſtantiis autem inæqualibus, vel æquales ſint, vel certa qualibet proportione inæquales: utiq; Motus radii is, qui ſit Plano Refringenti Parallelus, nullam omnino ab iſta Vi mutationem patietur; Motus autem is, qui ſit Plano eidem Perpendicularis, mutabitur ſecundum Propoſitionis jam expoſitæ Rationem. Itaq; ſi Perpendicu-

laris Velocitas Radii Emergentis C N, exponatur per $\frac{MC}{NG}$ C G, ut ſupra; Perpendicularis Velocitas alterius cujuſvis radii Emergentis C E, quæ erat $\frac{AD}{EF}$ C F, erit æqualis Radici Summæ Quadratorum C D q + $\frac{MCq}{NGq}$ C G q. Quæ quidem æqualia ſi quadraveris jam, eiſque addas æqualia A D q & M C q—C D q, dividaſque Summas per æqualia C F q + E F q & C G q + N G q, habebis $\frac{ADq}{EFq}$ æquale $\frac{MCq}{NGq}$. Unde A D, Sinus Incidentiæ, ſit ad E F, Sinum Refractionis, ut M C ad N G: hoc eſt, in data Ratione. Et quoniam hæc Demonſtratio Univerſalis eſt; in qua nec quid ſit Lumen, nec quali Vi Refringatur, nec aliud omnino quicquam Poſuerim, præter id ſolum; *Corpus Refringens agere in Radios in Lineis ſuperficiei ſuæ Perpendicularibus:* utiq; Veritatem hujuſce Propoſitionis certiſſimam videtur evincere.

Quare, ſi *Ratio* Sinuum Incidentiæ & Refractionis cujuſvis generis Radiorum in uno aliquo caſu inventa fuerit; utiq; inventa erit in omnibus. Ea autem quæ ſit, methodo in ſequenti Propoſitione tradenda, facile colligi poterit.

PROP. VII. THEOR. VI.

Conſpicilla tubulata quominus omnibus numeris perfecta conſtrui queant, facit diverſa Radiorum Luminis Refrangibilitas.

Conſpicilla tubulata quominus omnibus numeris perfecta conſtrui potuerint, Sphæricæ Vitrorum figuræ vulgo in Cauſa fuiſſe creduntur: Ideoq; id ſibi propoſuerunt Mathematici, ut Vitra in Conicarum Sectionum figu-

figuras tornarent. Verum ut eos in errore hac in parte verſari oſtenderem, Propoſitionem hancce adjeci. Quæ quam vera ſit, ex Menſuris Refractionum diverſorum generum Radiorum apparebit. Eæ autem quæ ſint, hac ratione definio.

In tertio Experimento hujus *Partis*, ubi Angulus Refringens Priſmatis erat graduum 62 ½, dimidium iſtius Anguli, hoc eſt, 31 gradus & 15 minuta, eſt Angulus Incidentiæ Radiorum in Aerem e vitro egredientium; Et Sinus iſtius Anguli, eſt 5188 earum partium, quarum *Radius* complectitur 10000. Cum Axis hujus Priſmatis, Horizonti parallelus eſſet; Refractioq; Radiorum in Priſma Incidentium, Refractioni eorundem e Priſmate exeuntium, æqualis eſſet: obſervabam, ope Quadrantis, Angulum quem Radii mediocriter Refrangibiles (hoc eſt, ii qui ad medium coloratæ Solis Imaginis irent,) cum Horizonte continerent: Ex hoc autem Angulo, & Altitudine Solis eodem tempore obſervata, comperiebam Angulum, quem Radii Emergentes & Incidentes inter ſe continerent, eſſe 44 graduum ac 40 minutorum; Cujus quidem Anguli dimidium, additum Angulo Incidentiæ, qui erat 31 graduum & 15 minutorum, conficit Angulum Refractionis; qui proinde ſit 53 graduum ac 35 minutorum, ejuſq; Sinus 8047. Hi ſunt Sinus Incidentiæ & Refractionis Radiorum mediocriter Refrangibilium; eorumq; Proportio inter ſe, in numeris Integris, eſt ut 20 ad 31. Vitrum, e quo hoc Priſma conſtabat, colore erat ad Viridem deſcendente. Ultimum autem Priſmatum in tertio Experimento memoratorum, e vitro erat admodum pellucido candidoq;. Ejus Angulus Refringens, erat graduum 63 ½. Angulus quem Radii Emergentes & Incidentes inter ſe continebant, 45 grad. 50 min. Sinus dimidii primi

Anguli, 5262. Sinus dimidiæ Summæ Angulorum, 8157. Proportio autem ipſorum inter ſe, erat, ut prius, in numeris Integris, ut 20 ad 31.

Si de Longitudine Imaginis, quæ erat Unciarum circiter 9¼ aut 10, ſubducatur ejuſdem Latitudo, quæ erat Unciarum 2⅛; Reſiduum, quod eſt Unciæ 7¼, erit Longitudo, quam eadem Imago ita eſſet habitura, ſi Solis globus unum ſolummodo Punctum foret. Itaque hæ Unciæ 7¼ ſubtendunt Angulum, quem Radiorum maxime minimeq; Refrangibiles, qui in unis eiſdemque lineis in Priſma inciderant, inter ſe jam, poſtquam emerſerint, continent. Quare iſte Angulus, eſt 2 grad. 0′, 7″. Etenim Intervallum, quo Imago & Priſma, ubi iſte Angulus conſtituitur, inter ſe diſtabant, erat Pedum 18½; Quo interjecto intervallo, Chorda Uncias 7¼ longa ſubtendit Angulum 2 graduum, 0′, 7″. Dimidium autem iſtius Anguli, eſt Angulus quem hi maxime minimeve Refrangibiles Radii Emergentes, continent cum Radiis mediocriter Refrangibilibus Emergentibus: Et Quarta ejuſdem pars, hoc eſt, 30′, 2″, haberi poteſt Angulus, quem iidem Radii cum Radiis illis mediocriter Refrangibilibus Emergentibus contenturi eſſent, ſi intra Vitrum cum eis conjuncti fuiſſent, nec ante Emergendum ullam paſſi fuiſſent Refractionem. Si enim duæ æquales Refractiones; quarum altera ſit Radiorum in Priſma Incidentium, altera Emergentium; conſtituunt dimidium Anguli 2 grad. 0′, 7″: utiq; una iſtarum Refractionum efficiet circiter quartam partem ejuſdem Anguli. Atq; hæc quidem quarta pars, ſi adjiciatur jam ad Angulum Refractionis Radiorum mediocriter Refrangibilium, qui erat 53 grad. 35′; & de eodem ſubducatur; conficiet Angulos Refractionis Radiorum & maxime & minime Refrangibilium, 54 grad.

5′,

5′, 2″; & 53 grad. 4′, 58: Quorum Angulorum Sinus ſunt 8099 & 7995: cum communis Angulus Incidentiæ eſſet 31 grad. 15; ejuſq; Sinus, 5188. Et hi quidem Sinus, in minimis numeris Integris, ſunt inter ſe ut 78 & 77 ad 50.

Jam ſi de Sinibus Refractionis 77 & 78, communem Incidentiæ Sinum 50 ſubducas; Reſidua 27 & 28 oſtendunt, in parvis Refractionibus Refractionem radiorum minime Refrangibilium eſſe ad Refractionem maxime Refrangibilium, ut 27 ad 28 quam proxime; Refractionumq; Differentiam in Radiis minime maximeq; Refrangibilibus, eſſe circiter $27\frac{1}{2}^{am}$ partem totius Refractionis Radiorum mediocriter Refrangibilium.

Unde Optices Periti facile intelligent, Latitudinem minimi rotundi ſpatii, in quod Vitra Objectiva Conſpicillorum Tubulatorum colligere poſſint omnia genera Radiorum inter ſe *Parallelorum*, eſſe circiter $27\frac{1}{2}^{am}$ partem dimidiæ aperturæ Vitri, aut 55^{am} partem totius aperturæ; Focumque Radiorum maxime Refrangibilium, propius a Vitro Objectivo abeſſe, quam Focum minime Refrangibilium, parte circiter $27\frac{1}{2}$ ejus totius intervalli, quo Vitrum Objectivum & Focus Radiorum mediocriter Refrangibilium inter ſe diſtant.

Quod ſi Radii omnium generum, fluentes ex *Uno* quovis puncto lucido in Axe Lentis cujuſvis convexæ ſito, cogantur Refractione iſtius Lentis in puncta non nimium remota a Lente; Focus Radiorum maxime Refrangibilium jam propius a Lente aberit, quam Focus minime Refrangibilium, eo intervallo, quod ſit ad $27\frac{1}{2}^{am}$ partem diſtantiæ Foci Radiorum mediocriter Refrangibilium a Lente, ut diſtantia inter Focum iſtum & punctum lucidum a quo radii fluunt, ad diſtantiam inter id punctum lucidum & Lentem ipſam quamproxime.

Jam

Jam autem ut examinarem, utrum differentia Refra-ctionum, quas Radii maxime minimeq; Refrangibiles ex uno eodemq; puncto fluentes, in Vitris Objectivis Con-ſpicillorum Tubulatorum aliiſq; id genus Vitris patiun-tur, tanta ſit revera, quantam modo deſcripſerim, necne; ſubjectum excogitavi Experimentum.

Exper. 16. Lens, qua in ſecundo & octavo Experi-mentis uſus fueram, intervallo ſex Pedum uniuſq; Unciæ a quovis Objecto collocata, colligebat Imaginem iſtius Objecti, per Radios mediocriter Refrangibiles, eodem interjecto ſex Pedum uniuſq; Unciæ intervallo ex altera parte. Quamobrem, ex Regula antedicta, colligere de-bet eandem Imaginem per Radios minime Refrangi-biles, intervallo Pedum ſex, Unciarumque $3\frac{2}{3}$; per Radios autem maxime Refrangibiles, intervallo Pe-dum quinque Unciarumque $10\frac{1}{3}$: Adeo ut inter duo loca, in quibus Radii minime maximeque Refran-gibiles iſtam Imaginem exhibeant, intervallum ſit Unciarum circiter $5\frac{1}{3}$. Etenim ſecundum illam regulam; quam proportionem habent ſex Pedes & Uncia una, (In-tervallum quo Lens & Corpus lucidum objectum inter ſe diſtant,) ad duodecim Pedes duaſq; Uncias, (quo inter-vallo Corpus lucidum objectum & Focus Radiorum me-diocriter Refrangibilium inter ſe diſtant;) hoc eſt, quam proportionem habet Unum ad Duo; eandem ha-bet pars $27\frac{1}{2}$ ſex Pedum uniuſq; Unciæ, (intervalli quo Lens & iſte Focus inter ſe diſtant,) ad intervallum quo Radiorum maxime minimeq; Refrangibilium Foci inter ſe diſtant: Quod proinde intervallum, ſit Unciarum $5\frac{17}{55}$; hoc eſt, unciarum $5\frac{1}{3}$ quam proxime. Jam ut in-venirem utrum hæc menſura eſſet vera, necne; Experi-menta ſecundum & octavum ~~hujus Partis~~, in Lumine colorato, quod multo, quam id quo tum uſus eram, mi-

nus

nus eſſet Compoſitum, iterabam : Jam enim Radios Heterogeneos a ſe invicem ea ratione, quæ in undecimo Experimento deſcripta eſt, ſeparaveram ; Adeo ut Imago colorata, duodecim circiter aut quindecim partibus Longior facta eſſet quam Latior. Imaginem iſtam Libro literis impreſſo excipiebam : Cumq; Lentem ſupra memoratam, interjecto ſex Pedum uniuſq; Unciæ intervallo, collocaſſem ; quo Literarum illuminatarum Imago, eodem iterum intervallo ex altera parte colligeretur ; obſervabam Imaginem Literarum colore cæruleo illuminatarum, propius a Lente abeſſe, quam Literarum rubeo ſaturo illuminatarum, intervallo circiter Unciarum trium aut $3\frac{1}{4}$: Verum Literarum colore indico & violaceo illuminatarum Imago adeo confuſa minimeq; diſtincta videbatur, ut ex legi non poſſent. Quare Priſma inſpiciens, comperiebam id Venulis ab una Vitri Extremitate ad alteram pertingentibus undiq; criſpum eſſe ; adeo ut Refractio nequaquam regularis eſſe potuerit. Aliud itaq; Priſma, Venulis immune, accepi ; &, Literarum loco, duas treſve lineas nigras inter ſe parallelas & Literarum ductibus paulo grandiores adhibebam : Quibus cum Colores ita ſuperinjeciſſem, ut ab una Imaginis Extremitate ad alteram hæ lineæ per Colores ductæ viderentur ; obſervabam Focum ubi Color indicus, ſive confinium indici & violacei, Linearum nigrarum Imagines maxime diſtinctas exhiberet, intervallo circiter Unciarum 4 aut $4\frac{1}{4}$ propius a Lente abeſſe, quam Focum ubi Color rubeus ~~ſaturatiſſimus~~ Imagines earundem Linearum nigrarum maxime diſtinctas exhibebat. Color violaceus adeo debilis ~~nubiluſq;~~ fuit, ut in eo Linearum Imagines diſtincte diſcernere haud potuerim. Quare, cum Priſma, quo utebar, e vitro eſſet ſubviridi & minus pellucido ; aliud adhuc Priſma accepi, quod eſſet e

vitro

vitro admodum pellucido candidoque. Verum, hoc Priſmate adhibito, longæ jam albæq; Luminis debilioris radiationes ſe ex utraq; imaginis Coloratæ extremitate emittebant: Unde concludebam, necdum omnia recte eſſe comparata. Priſma igitur attentius inſpiciens, duas treſve bullulas in vitro obſervabam, quibus Lumen irregulariter refringebatur. Quocirca eam partem Vitri, in qua hæ bullulæ ineſſent, charta nigra obtegebam; Lumineq; per aliam vitri partem bullulis immunem tranſmiſſo; imago colorata immunis jam ab irregularibus illis radiationibus apparebat; eaq; fere erat, quam optarem. Veruntamen adhuc Color Violaceus adeo obſcurus debiliſq; fuit, ut in eo Linearum Imagines vix, & in ~~fuſciori~~ ipſius parte prope Imaginis extremitatem, omnino haud diſcernere potuerim. Suſpicabar igitur ~~fuſcum~~ hunc debilemq; Colorem, admixtum ſibi habere poſſe aliquid Luminis illius quaquaverſum diſperſi, quod partim bullulis quibuſdam perparvis intra Vitrum latentibus, partim Vitri facierum haud ſatis accurate perpolitarum inæqualitatibus, irregulariter refringeretur & reflecteretur: Quod quidem Lumen, quamvis parvum, tamen ſubalbidum cum eſſet, Senſum ſatis fortiter, ad interturbanda debilis illius ~~nubiliq;~~ Coloris Violacei Phænomena, afficere poſſet. Quamobrem explorabam, quomodo in 12°, 13°, & 14° Experimentis expoſitum eſt, annon hoc Lumen Violaceum conſtaret ex ſenſibili mixtura Radiorum Heterogeneorum. Verum apparebat, non ita ſe id habere. Neq; enim Refractiones ex hoc Violaceo Lumine alium ullum Colorem, qui quidem Senſu percipi poſſet, præter unum violaceum, eliciebant; uti ex albo Lumine omnino elicuiſſent; & conſequenter ex hoc violaceo Lumine ſimiliter elicuiſſent, ſi id ex albo Lumine, ita ut res ſub ſenſum caderet, compoſitum

poſitum fuiſſet. Concludebam itaque, Obſcuritatem ſolummodo hujuſce Coloris, & Luminis ſui Tenuitatem, nimiamq; ab Axe Lentis diſtantiam, in cauſa fuiſſe, quamobrem Linearum imagines in eo diſtincte diſcernere haud potuerim. Quocirca nigras iſtas lineas parallelas, in partes inter ſe æquales dividebam; quo facilius, quibus intervallis Colores in Imagine inter ſe diſtarent, cognoſcerem; Cumq; notaſſem quantis itidem intervallis Foci Colorum eorum, in quibus Linearum imagines diſtincte cernebantur, a Lente diſtarent; in id deinceps inquirebam, utrum differentia horum intervallorum eandem habeat proportionem ad Uncias 5⅓, hoc eſt, ad maximam differentiam intervallorum quibus Foci Colorum extremorum Rubei & Violacei a Lente diſtare debent, ac habet Colorum in Imagine obſervatorum diſtantia inter ſe, ad maximum itidem intervallum (in rectilineis Imaginis lateribus dimenſum) quo Colores extremi rubeus & violaceus in imagine inter ſe diſtant, hoc eſt, ad Longitudinem rectilineorum Imaginis laterum, ſive ſpatium quo Longitudo imaginis exuperat Latitudinem ſuam. Quæ autem obſervaverim, hujuſmodi fuerunt.

Cum obſervarem interq; ſe compararem Colorem rubeum, ~~ſaturatiſſimum~~, qui Senſu percipi poſſet; & Colorem eum, qui in confinibus Viridis & Cærulei poſitus, diſtabat a rubeo, in rectilineis Imaginis lateribus, dimidia parte Longitudinis iſtorum laterum: Focus ubi Confinium coloris viridis & cærulei, Imagines linearum diſtincte ſuper charta exhibebat, propius a Lente diſtabat, quam Focus ubi color rubeus imagines earundem linearum diſtincte exhibebat; intervallo circiter Unciarum 2½ aut 2¾. Menſuræ enim interdum paulo majores erant, interdum paulo minores; raro autem inter ſe differebant amplius ⅓ Unciæ: Etenim difficilli-

mum erat Focos, quo in loco ſiti eſſent, accuratiſſime ſine omni errore definire. Jam vero ſi Colores dimidia longitudine Imaginis inter ſe diſtantes, (in rectilineis nimirum imaginis lateribus dimenſi,) faciunt ut differentia intervallorum, quibus Foci ſui a Lente diſtant, ſit Unciarum $2\frac{1}{2}$ aut $2\frac{3}{4}$; Utiq; Colores tota imaginis longitudine inter ſe diſtantes, facere debebunt ut differentia intervallorum, quibus Foci ſui a Lente diſtent, ſit Unciarum 5 aut $5\frac{1}{2}$.

Verum id hic obſervandum eſt, me non potuiſſe videre colorem rubeum ad uſq; ipſam Imaginis Extremitatem, ſed duntaxat ad Centrum Semicirculi quo iſta Extremitas terminaretur, aut paulo ultra id. Quare Colorem iſtum rubeum comparabam, non cum colore eo qui eſſet accurate in media Imagine, ſive in ipſis confinibus Viridis & Cærulei; ſed cum eo Colore, qui ad cæruleum paulo magis, quam ad viridem accederet. Et quemadmodum computabam totam Colorum Longitudinem non eam eſſe, quæ eſſet tota Imaginis Longitudo; ſed eam duntaxat, quæ eſſet Longitudo rectilineorum ipſius laterum: Ita, Semicircularibus Extremis jam in Integros Circulos abſolutis; quum alteruter e duobus obſervatis Coloribus intra iſtos Circulos caderet, dimetiebar diſtantiam ejuſce Coloris a Semicirculari Imaginis extremitate, &, ſubducto dimidio iſtius diſtantiæ de menſurata duorum Colorum diſtantia inter ſe, reſiduum pro correcta ipſorum diſtantia inter ſe accepi; inq; his Obſervationibus correctam iſtam diſtantiam, pro differentia intervallorum quibus Foci ſui a Lente diſtarent, annotavi. Quemadmodum enim longitudo rectilineorum Imaginis laterum, futura eſſet ipſa Colorum omnium tota longitudo, ſi Circuli, ex quibus (uti ſupra oſtenſum eſt) ea Imago compoſita eſt, in Puncta Phyſica contracti forent: Sic,

Sic, in eo Caſu, correcta illa diſtantia binorum quorumvis obſervatorum Colorum, vera eſſet futura diſtantia ipſorum inter ſe.

Cum igitur porro obſervarem, interq; ſe compararem, Colorem rubeum extremum qui Senſu percipi poſſet, & Cæruleum illum, quorum correcta diſtantia inter ſe eſſet $\frac{7}{12}$ partes longitudinis rectilineorum imaginis laterum : Differentia intervallorum quibus Foci ſui a Lente diſtarent, erat circiter Unciarum $3\frac{1}{4}$. Jam autem ut 7 ad 12, ita $3\frac{1}{4}$ ad $5\frac{4}{7}$.

Cum obſervarem colorem rubeum extremum qui Senſu percipi poſſet, & Indicum illum, quorum correcta diſtantia inter ſe eſſet $\frac{8}{12}$ ſive $\frac{2}{3}$ longitudinis rectilineorum imaginis laterum : Differentia intervallorum *quibus* Foci ſui a Lente diſtarent, erat circiter Unciarum $3\frac{2}{3}$. Ut autem 2 ad 3, ita $3\frac{2}{3}$ ad $5\frac{1}{2}$.

Cum obſervarem colorem rubeum extremum qui Senſu percipi poſſet, & Indicum illum ſaturatiorem, quorum correcta diſtantia inter ſe eſſet $\frac{9}{12}$ ſive $\frac{3}{4}$ longitudinis rectilineorum imaginis laterum : Differentia intervallorum quibus Foci ſui a Lente diſtarent, erat circiter 4 Unciarum. Ut autem 3 ad 4, ita 4 ad $5\frac{1}{3}$.

Cum obſervarem colorem rubeum extremum qui Senſu percipi poſſet, & Violacei partem Indico proximam, quorum correcta diſtantia inter ſe eſſet $\frac{10}{12}$ ſive $\frac{5}{6}$ longitudinis rectilineorum imaginis laterum : Differentia intervallorum quibus Foci ſui a Lente diſtarent, erat circiter Unciarum $4\frac{1}{2}$. Ut autem 5 ad 6, ita $4\frac{1}{2}$ ad $5\frac{2}{5}$. Interdum enim, cum Lens commodiori Situ ita eſſet collocata, ut Axis ejus ad Colorem cæruleum ſpectaret ; cæteraq; omnia commode eſſent comparata ; ſol *etiam* disjectis nubibus clarior colluceret ; ipſeq; oculis *propius* admotis chartam, quæ Linearum imagines

Lente projectas exciperet, attentius intuerer: diſcernere poteram ſatis diſtincte Linearum iſtarum imagines, in Coloris etiam Violacei parte ea, quæ Indico proxima eſſet; nonnunquam etiam ultra medium ipſum coloris violacei. Etenim in his Experimentis capiendis id obſervaveram, Imagines eorum duntaxat colorum diſtinctas apparere, qui vel in Axe Lentis, vel ſaltem non longe extra eum, eſſent poſiti: Adeo ut, cum Color cæruleus vel indicus in eo Axe ſitus eſſet, ipſorum imagines diſtincte diſcernere potuerim; eodem autem tempore color rubeus multo, quam ante, minus diſtinctus videretur. Quocirca id deinceps egi, ut, Colorum Imagine in brevitatem contracta, ambo ejus extrema propius jam ab Axe Lentis diſtarent. Jamq; ejus Longitudo erat Unciarum circiter $2\frac{1}{2}$, Latitudo autem circiter $\frac{1}{5}$ aut $\frac{1}{6}$ unius Unciæ. Porro, loco linearum nigrarum in quas Colores adhuc inciderant, unam jam lineam nigram prioribus latiorem duxi; quo facilius Imaginem ipſius diſcernerem: Eamq; lineam brevibus tranſverſis lineis in partes inter ſe æquales diviſi, quibus Colores obſervati quo intervallo inter ſe diſtarent dimetirer. Quibus ita diſpoſitis, poteram jam nonnunquam diſcernere Lineæ hujuſce Imaginem una cum diviſionibus ſuis, ad uſq; Centrum fere Semicircularis Violaceæ Extremitatis Imaginis. Quæq; jam deinde obſervaverim, hujuſmodi erant.

Cum obſervarem colorem rubeum extremum qui Senſu percipi poſſet, partemq; Violacei eam, quorum correcta diſtantia inter ſe eſſet circiter $\frac{8}{9}$ partes longitudinis rectilineorum imaginis laterum: Differentia intervallorum quibus horum Colorum Foci a Lente diſtarent, erat uno tempore Unciarum $4\frac{2}{3}$, alio tempore $4\frac{3}{4}$, alio $4\frac{7}{8}$. Ut autem 8 ad 9; ita $4\frac{2}{3}$, $4\frac{3}{4}$, $4\frac{7}{8}$, ad $5\frac{1}{4}$, $5\frac{11}{32}$, $5\frac{31}{64}$, reſpective. Cum

Cum obſervarem colorem rubeum extremum, & violaceum itidem extremum, qui Senſu percipi poſſent: (Quorum quidem Colorum correcta diſtantia inter ſe, cum omnia quam potuerint commodiſſime eſſent comparata, Solq; clariſſimus luceret, erat circiter $\frac{11}{12}$ aut $\frac{15}{16}$ partes longitudinis rectilineorum imaginis coloratæ laterum :) Comperiebam differentiam intervallorum quibus Foci ſui a Lente diſtarent, eſſe Unciarum modo $4\frac{3}{4}$, modo $5\frac{1}{4}$, & plerunq; plus minus 5 Unciarum. Ut autem 11 ad 12, aut 15 ad 16 ; ita 5 Unciæ ad $5\frac{1}{2}$ aut $5\frac{1}{3}$.

*A*tq; hac quidem Experimentorum progreſſione adductus ſum ut certo credam, ſi Lumen in ipſis Extremitatibus Imaginis ſatis Forte fuiſſet, quo linearum nigrarum imagines clare ſuper charta apparere potuerint ; futurum utiq; fuiſſe, ut Focus Coloris violacei extremi propius a Lente diſtare compertus eſſet, quam Focus rubei extremi, intervallo Unciarum minimum $5\frac{1}{3}$. Quo & illud etiam amplius confirmatur ; Sinus Incidentiæ & Refractionis omnium generum Radiorum, eandem Proportionem inter ſe in minimis Refractionibus, atq; in maximis, habere.

Totam hujuſce rei experiundæ rationem, quoniam negotium eſt multæ diligentiæ atq; accurationis, ſingulatim enarrare volui ; ut, qui rem eandem poſthac experiundo examinaturi ſint, intelligant quam accurate omnia animo circumſpectare & ſecum ante conſiderare debeant, quo Experimentum hocce ſibi feliciter ſuccedat. Qui nihilominus, ſi negotium ſibi minus forſan ex ſententia ſuccedat, quam mihi ante ſucceſſit ; colligere tamen poterunt ex Proportione quam habet diſtantia Colorum a ſe invicem in Imagine, ad differentiam diſtantiarum Focorum ſuorum a Lente, quis eſſet futurus Exitus accuratioris Experimenti in Coloribus longius inter

ſe

ſe diſtantibus. Veruntamen ſi Lentem latiorem, quam qua Ego uſus ſum, adhibeant; eamq; longo rectoq; bacillo alligent, quo facile rectaq; dirigatur ad eum ſemper colorem, cujus Focus, ubi ſit, requiritur; nullus dubito quin illis etiam melius hæc res ſub manus ſuccedat, quam mihi ipſi ſucceſſit Experienti. Ego enim Axem Lentis ad mediam duntaxat partem Colorum, quam potui proxime, direxi; quo pacto languidæ Colorum Extremitates, quia paulo remotiores eſſent ab Axe, Imagines ſui minus diſtincte ſuper chartam projiciebant, quam ſi Axis Lentis ad ſingulos Colores ordine directus fuiſſet.

Jam ex his quæ dicta ſunt manifeſtum eſt, Radios, qui Refrangibilitate inter ſe differunt, non convenire in unum Focum; ſed ita eſſe comparatos, ut, ſi a Lucido puncto fluant, quod eodem intervallo a Lente diſtet ex una parte, ac Foci ſui ex altera; tum Focus radiorum maxime Refrangibilium propius a Lente abſuturus ſit, quam Focus minime Refrangibilium, amplius decimaquarta parte totius diſtantiæ: ſin a Lucido puncto fluant, quod a Lente tanto ſit intervallo remotum, ut ante Incidendum jam pro Parallelis inter ſe haberi poſſint; tum Focus radiorum maxime Refrangibilium propius a Lente abfuturus ſit, quam Focus minime Refrangibilium, circiter 27ma aut 28va parte totius ſuæ diſtantiæ a Lente. Porro Diameter Circuli in medio duorum iſtorum Focorum intervallo ſiti, quem hi radii tum illuminant, cum ibi in aliquod Planum Axi perpendiculare incidant; (qui quidem Circulus minimus eſt, in quem ii omnes convenire poſſint;) erit circiter 55ta pars diametri aperturæ Vitri. Adeo ut mirum ſit Conſpicilla tubulata res objectas tam diſtincte exhibere poſſe, quam eas revera exhibent. At ſi omnes Radii

Lu-

Luminis ex æquo Refrangibiles eſſent, Error qui ſolummodo ex Sphæricis Vitrorum figuris oriretur, ſexcenties minor eſſet. Si enim Vitrum Objectivum Teleſcopii ſit Plano-convexum, & plana ipſius facies ad rem objectam obvertatur; diameter autem Sphæræ, cujus id Vitrum ſegmentum ſit, appelletur D; item Semidiameter aperturæ Vitri, vocetur S; & Sinus Incidentiæ e Vitro in Aerem, ſit ad Sinum Refractionis, ut I ad R: Radii qui incidunt Paralleli ad Axem Vitri, diffuſi erunt, eo in loco ubi Objecti Imago diſtinctiſſima exhibetur, in parvum Circulum, cujus Diameter erit $\frac{R}{I} \times \frac{S\,cub.}{D\,quad.}$ quamproxime; Ut quidem collegi, computando Errores Radiorum per Methodum Serierum infinitarum, & rejiciendo Terminos quorum Quantitates nullius eſſent momenti. Exempli gratia: Si Sinus Incidentiæ I, ſit ad Sinum Refractionis R, ut 20 ad 31; & D, Diameter Sphæræ ad quam convexa Vitri facies tornata eſt, ſit 100 Pedum ſive 1200 Unciarum; S autem, Semidiameter aperturæ, ſit duarum Unciarum: utiq; Diameter parvi circuli ante dicti, (hoc eſt, $\frac{R \times S\,cub.}{I \times D\,quad.}$) erit $\frac{31 \times 8}{20 \times 1200 \times 1200}$ (ſive $\frac{31}{3600000}$) partes unius Unciæ. Atqui Diameter alterius parvi circuli, per quem nimirum Radii inæquali ſua Refrangibilitate diffuſi ſunt, erit circiter 55ta pars aperturæ Vitri objectivi; quam quidem aperturam jam poſuimus eſſe quatuor Unciarum. Ergo Error qui oritur a Sphærica figura Vitri, ad Errorem qui oritur a diverſa Radiorum Refrangibilitate, eſt ut $\frac{31}{3600000}$ ad $\frac{4}{55}$; hoc eſt, ut 1 ad 8151. Quare cum Error ille adeo parvus ſit in Comparationem, utiq; non eſt conſideratione dignus.

Verum hic quæri poteſt; ſi Errores, qui ex diverſa radiorum Refrangibilitate oriuntur, adeo ſint ingentes; qui

qui ergo fiat, ut res objectæ per Conſpicilla tubulata inſpectæ, tam diſtinctæ appareant, quam eas revera apparere experimur. Reſpondeo, hoc ideo ita ſe habere, quia Radii errantes non uniformiter per totum id rotundum ſpatium diffuſi ſunt; ſed in Centrum infinito, quam in aliam ullam circuli partem, denſius collecti ſunt; a Centro autem ad uſq; Circumferentiam rareſcunt continuo, donec in ipſa tandem Circumferentia infinite rari evadunt; & propter raritatem iſtam minus fortes ſunt, quam ut Senſu percipi poſſint, niſi in ipſo *Fig.* 27. Centro aut propius ab eo. Sit enim A D E iſtiuſmodi Circulus, Centro C & Semidiametro A C deſcriptus; ſitque B F G minor circulus, eodem cum iſto A D E centro deſcriptus, ejuſq; diametrum A C circuitu ſuo interſecans in B: Biſeca autem A C in N. Jam, ut ego quidem calculum poſui, denſitas Luminis in quovis loco B, erit ad denſitatem ejuſdem in N, ut A B ad B C; totumq; Lumen intra circulum minorem B F G, ad totum Lumen intra majorem A E D, erit ut Exceſſus Quadrati A C ſuper Quadratum A B, ad Quadratum ipſius A C. Exempli gratia: Si B C ſit quinta pars iſtius A C; utiq; Lumen in B quadruplo denſius erit, quam in N; & totum Lumen intra minorem circulum, ad totum Lumen intra majorem, erit ut 9 ad 25. Ex quo manifeſtum eſt, Lumen intra minorem circulum Senſum multo fortius afficere debere, quam Lumen illud debilius & in raritatem dilatatum, quod inter Circumferentiam majoris minoriſq; circuli eſt circumcirca diſperſum.

Verum & illud hic inſuper obſervandum eſt, Colorum Priſmate exhibitorum clariſſimos & fulgentiſſimos eſſe Flavum & Aureum. Hi Senſum fortius, quam reliqui ſimul univerſi, afficiunt: Hiſq; proximi ſunt claritate, Colores Rubeus & Viridis. Cæruleus, cum hiſce comparatus

paratus, debilis eſt nubiluſq; color; Indicus autem & Violaceus, multo etiam iſtis fuſcior languidiorque: Adeo ut ii, in Colorum Clariorum comparationem, parvi momenti ſint habendi. Rerum igitur objectarum imagines collocandæ ſunt, non in Foco Radiorum mediocriter Refrangibilium, qui ſunt in confinibus Viridis & Cærulei; ſed in Foco eorum radiorum, qui inter Aureum colorem & Flavum interjacent; eo in loco ubi Color omnium luciditſſimus eſt & fulgentiſſimus, hoc eſt, in colore flavo clariſſimo, ſive eo qui ad aureum propius *quam* viridem accedit. Atq; horum quidem radiorum Refractione, (quorum Sinus Incidentiæ & Refractionis in Vitro ſunt ut 17 & 11,) dimetienda eſt Refractio Vitri & Cryſtalli ad uſus Opticos. Ponamus itaque corporis objecti Imaginem in Foco horum Radiorum: Jamq; omnes Radii Flavi & Aurei collecti erunt intra Circulum, cujus Diameter ſit circiter 250ma pars Diametri aperturæ Vitri. Quod ſi his addideris clariorem partem dimidiam Rubei, (eam ſcilicet quæ aureo proxima eſt,) & clariorem partem dimidiam Viridis; (eam ſcilicet quæ flavo proxima eſt:) jam circiter $\frac{3}{5}$ partes Luminis horum duorum Colorum intra circulum ante *dictum* cadent, & $\frac{2}{5}$ partes extra eum cadent circumcirca; Quæq; luminis hujuſce pars extra circulum cadet, ea per ſpatium fere altero tanto majus, quam quæ intra cadet, diffundetur; ac proinde in toto, tribus fere tantis rarior erit facta. Ex reliqua autem parte dimidia Colorum Rubei & Viridis, (hoc eſt, ex Rubeo nubilo ſaturatiſſimo & Viridi Saligneo,) circiter $\frac{1}{4}$ pars intra circulum prædictum cadet, & $\frac{3}{4}$ extra; Quæq; hujus luminis pars extra circulum cadet, ea per ſpatium circiter quatuor aut quinque partibus majus, quam quæ intra cadet, diffundetur; ac proinde hoc lumen in toto rarius

L

rius erit, idq; circiter viginti quinque partibus, quam totum Lumen intra circulum incluſum; Quinimo, ut verius dicam, Lumen hoc extra circulum, amplius triginta aut quadraginta partibus, quam id quod eſt circulo incluſum, rarius erit; quippe color rubeus extremus in fine coloratæ Imaginis Priſmate effictæ, jam ante tenuis admodum & rarus fuerat; itemq; Viridis ſaligneus rarior aliquanto quam Aureus ac Flavus. Quare horum Colorum Lumen, cum ſit tanto rarius quam id quod intra circulum cadat; utiq; Senſum vix movere poterit: Præſertim cum color rubeus ſaturatior, & viridis ſaligneus, hujuſce Luminis; colores ſint multo, quam reliqui, fuſciores. Eandem autem ob cauſam Colores Cæruleus & Violaceus, cum ſint etiam adhuc multo, quam illi, obſcuriores; multoque etiam magis rarefacti; omnino negligi poterunt. Etenim denſum illud clarumq; Lumen in Circulo incluſum, offundet obſcurabitq; rarum & languidum fuſciorum horum Colorum circumjectorum lumen; efficietq; ut hi Senſu percipi vix queant. Itaque Puncti lucidi Imago, quæ Senſu percipi poſſit, vix excedet magnitudine Circulum, cujus Diameter ſit 250ma pars diametri aperturæ Vitri Objectivi Teleſcopii melioris: Saltem non multo latior eo erit; ſi excipias languidum, obſcurum, nubilumq; admodum circumfuſum Lumen, cujus haud fere ullam habebit Spectator rationem. Proinde in Conſpicillo tubulato, cujus apertura ſit quatuor Unciarum, & Longitudo Pedum Centum; hæc Imago non excedet 2″ 45‴, aut 3″. Et in Conſpicillo tubulato, cujus apertura ſit binarum Unciarum, & Longitudo 20 aut 30 Pedum; poterit eſſe 5″ aut 6″, vix autem major eo. Quod quidem Experientiæ optime congruit. Etenim Aſtronomi quidam, per Conſpicilla tubulata ſupra vicenos

nos Pedes, & infra ſexagenos, longa; obſervarunt diametros Stellarum Fixarum, eſſe circiter 4″ aut 5″, aut ſummum 6″. Verum ſi Vitrum Ocularium, Facis Lychnive fumo leniter infuſcatum ſit, quo Lumen Stellæ obſcuretur; jam languidum illud Lumen, quod erat in Circuitu Stellæ, evaneſcet; ſtellaq; ipſa (ſi Vitrum ſatis ſit Fumo infuſcatum) ad puncti Mathematici ſimilitudinem propius accedet. Quam porro eandem ob Cauſam, enorme illud Lumen, quod eſt in Circumferentia cujuſq; Puncti lucidi, minus ſentiri debet in brevioribus Teleſcopiis, quam in longioribus; quia breviores minus Luminis ad Oculum tranſmittunt.

Quod ſi jam igitur Ponamus Puncti lucidi Imaginem, quæ Senſu percipi poſſit, omnino eſſe 250 partibus minorem diametro, quam aperturæ Vitri; At etiam hæc valde grandis eſt Imago, ſi cum ea comparetur, quæ ex Sphærica ſolummodo Vitri figura fuiſſet oritura: Etenim, abſq; diverſa radiorum Refrangibilitate eſſet, Latitudo ejuſdem Imaginis in Teleſcopio Pedes centum longo, cujus apertura ſit quatuor Unciarum, omnino haud amplius $\frac{31}{3600000}$ partes Unciæ foret complexura; uti ex præcedenti Computatione liquet. Quare, in hoc caſu, Errores maximi qui e Sphærica Vitri figura oriantur, ad Errores ſenſibiles maximos qui e diverſa radiorum Refrangibilitate oriantur, erunt ſummum ut $\frac{31}{3600000}$ ad $\frac{4}{250}$; hoc eſt, ut 1 duntaxat ad 1826. Ex quo abunde quidem apparet, Conſpicilla tubulata quominus omnibus numeris perfecta atq; abſoluta conſtrui queant, non utiq; Sphæricas Vitrorum Figuras, ſed diverſam Radiorum ipſorum Refrangibilitatem, in Cauſa eſſe.

Adhæc aliud Argumentum eſt quo itidem inferri poſſit, diverſam Radiorum Refrangibilitatem revera in cauſa eſſe, quamobrem Conſpicilla tubulata omnibus numeris

L 2 meris

meris perfecta conſtrui nequeant. Etenim Radiorum Errores, qui quidem e Sphæricis Vitrorum Objectivorum figuris oriantur, ſunt ut Cubi aperturarum Vitrorum Objectivorum: Et exinde, quo Teleſcopia varia Longitudine Res objectas ita varie amplificent, ut tamen illæ in ſingulis æque diſtinctæ appareant; aperturæ Vitrorum Objectivorum, Potentiæq; Amplificandi, debent eſſe ut Cubi Radicum quadratarum Longitudinum Tuborum: Quod Experientiæ non reſpondet. At Radiorum Errores ii, qui e diverſa Refrangibilitate oriuntur, ſunt ut ipſæ aperturæ Vitrorum Objectivorum: Et exinde, quo Teleſcopia varia Longitudine Res objectas jam ita varie amplificent, ut tamen illæ in ſingulis æque diſtincte appareant; aperturæ, & Potentiæ Amplificandi, debent eſſe ut ipſæ Radices quadratæ Longitudinum. Idque, ut bene notum eſt, experientiæ reſpondet. Exempli gratia: Teleſcopium 64 Pedum in longitudinem, & cujus Apertura ſit Unciarum $2\frac{2}{3}$, rem objectam circiter centies & vicies amplificatam, tamen æque diſtinctam exhibet; ac Teleſcopium unius Pedis in Longitudinem, & cujus Apertura ſit $\frac{1}{3}$ unius Unciæ, eam quindecies exhibet amplificatam.

Quod ſi jam Radii non eſſent diverſe Refrangibiles; utiq; Conſpicilla tubulata multo, quam adhuc deſcripſimus, perfectiora conſtrui poſſent; componendo Vitra objectiva ex binis Vitris, incluſa intus aqua, conglutinatis. Sit A D F C Vitrum Objectivum, compoſitum ex duobus Vitris A B E D & B E F C, ab exteriore ſui parte A G D & C H F conſimiliter convexis, & ab interiore ſui parte B M E & B N E conſimiliter concavis; ſitq; aqua in Cavitatem B M E N concluſa. Porro ſit Sinus Incidentiæ e Vitro in Aerem, ut I ad R; ex Aqua autem in Aerem, ut K ad R; & conſequenter

Fig. 28.

ter

ter e Vitro in Aquam, ut I ad K: Diameter Sphæræ, ad quam Facies convexæ A G D & C H F tornatæ ſint, eſto D: Diameterq; Sphæræ, ad quam Facies concavæ B M E & B N E tornatæ ſint, eſto ad D, ut Radix Cubica illius K K—K I ad Radicem Cubicam illius R K—R I: Jamq; Refractiones in concavis Vitrorum faciebus, multum corrigent Errores Refractionum in convexis faciebus; quatenus quidem ii e Sphærica Vitri figura oriantur. Atq; hac quidem Ratione Conſpicilla tubulata ſatis admodum perfecta atq; abſoluta conſtrui poſſent, ſi utiq; diverſa Radiorum genera non forent diverſe Refrangibilia. Verum enimvero, propter diverſam hancce Refrangibilitatem, non equidem video qui fieri queat, ut Conſpicilla tubulata ſolis Refractionibus excoli atq; perfici poſſint; niſi ſi forte ea ratione, quæ in eiſdem amplius in Longitudinem extendendis verſatur, effici hoc quadantenus poſſit: Quem quidem ad finem, nuperum *Hugenii* Inventum optime videtur accommodatum. Etenim Tubi prælongi valde moleſti & incommodi ſunt, & tractatu difficillimi; & præterea, propter nimiam longitudinem, facile incurveſcunt & quatiuntur; eoq; pacto efficiunt, ut res objectæ perpetuo tremere videantur, & non ſine multo negotio diſtincte cerni queant. Cum jam e contrario, adhibito *Hugenii* invento, & tractatu faciliora ſint Vitra; & ſpecialiter Vitrum objectivum, perticæ fortiori erectæque infixum, ſtabile ac firmum maneat.

Quandoquidem igitur Refractionibus perficere Conſpicilla tubulata, quæ ſint datarum Longitudinum, in negotiis deſperatis eſt: Excogitavi quondam Teleſcopium, quod res objectas Reflexione inſpiciendas exhiberet: Utebar autem, loco Vitri Objectivi, Metallo concavo. Diameter Sphæræ, ad quam Metallum concavum

tor-

tornatum fuit, complectebatur circiter 25 Uncias Anglicas; & conſequenter Longitudo Inſtrumenti erat circiter Unciarum $6\frac{1}{4}$. Vitrum Ocularium Plano-convexum erat; & Diameter Sphæræ, ad quam convexa ipſius facies tornata fuit, erat circiter $\frac{1}{5}$ Unciæ, aut paulo infra id; ac proinde hoc Vitrum rem objectam triginta aut quadraginta Tantis Vero ampliorem repræſentabat. Alia computandi ratione, inveni illud circiter triginta quinq; Tantis Specie ampliorem rem objectam exhibere. Metallum concavum id erat, quod Aperturam Unciæ unius & $\frac{1}{3}$ ferre poſſet. Verum apertura definita erat, non circulo opaco marginem Metalli circum obtegente, ſed circulo opaco inter Vitrum Ocularium & Oculum collocato, in cujus medio parvum rotundum foramen erat, per quod Radii ad Oculum tranſmitterentur. Etenim Circulus iſte ibi collocatus, intercipiebat plurimum Errantis Luminis, quo Aſpectus alioqui interturbatus fuiſſet. Quum hoc Inſtrumentum cum Conſpicillo tubulato ſatis bono, quod in Longitudinem haberet quatuor Pedes, & cujus Vitrum Ocularium concavum eſſet, compararem; e loco longinquiore, mei Inſtrumenti ope, quam iſtius Conſpicilli, literas Legere poteram. Attamen in meo Inſtrumento corpora objecta multo, quam in iſto Conſpicillo vitreo, tenebroſiora videbantur; partim quia plus Luminis inter Reflectendum a Metallo, quam inter Refringendum a Vitro, intercidebat & amittebatur; & partim, quia Inſtrumentum meum nimium ad Amplificandum eſſet comparatum. Etenim ſi meum Inſtrumentum corpora objecta non amplius triginta aut viginti quinq; Tantis Vero ampliora exhibuiſſet; utiq; illa clariora jam & lucidiora in eo apparuiſſent. Duo hujuſmodi Inſtrumenta, ante hos annos circiter ſexdecim, conſtruxi: Quorum alterum

adhuc

adhuc apud me eſt; ipſumq; quam vera ſint, quæ ſcribam, cuilibet demonſtrare poterit. Veruntamen id diuturnitate temporis paulo deterius eſt factum. Etenim Metalli concavi Nitor ſæpius infuſcatus fuit; qui tamen Nitor, corii mollioris affrictu, iterum eſt reſtitutus. Cum hæc Inſtrumenta confeciſſem; Artifex *Londinenſis* id ſibi ſumpſit, ut ea imitaretur. Verum cum ille Metallum alia ratione poliret, quam ego feciſſem; ejus Inſtrumentum multum infra mei bonitatem cecidit; uti ex Opifice inferiori, qui illi hac in re operam dederat, poſtea audivi. Cæterum Ego quidem *Metallum* hac ratione perpolivi. Duas Laminas cupreas, alteram convexam, concavam alteram, Uncias ſenas diametro complectentes, & inter ſe optime aptas, accipiebam. Harum ſuper ea quæ convexa erat, *Metallum Objectivum Concavum*, quod erat mihi poliendum, atterebam uſq; eo, donec in figuram laminæ convexæ reſpondentem tornatum eſſet, & ad polituram eſſet paratum. Tum laminam convexam pice liquefacta deſuper inſtillata valde tenuiter induebam, calefaciebamq; interea, ut Pix tamdiu mollis permaneret, dum eam lamina cuprea concava contererem nonnihil madefacta, quo Lamina convexa pice *ex æquo* uſquequaq; diffuſa indueretur. Atq; hoc quidem pacto, attritis diutule inter ſe lamellis, Picem in ſummam tenuitatem diducebam: Cumq; lamina convexa refrigerata eſſet, Picem iterum, admota concava lamina, conterebam; ut figuram ſortiretur quam poſſet maxime aptam atq; accuratam. Tum Stanni uſti aliquantum, quod a particulis ſuis craſſioribus multa lotura ſeparaſſem, & in ſummam ſubtilitatem coegiſſem, Pici iſti ſuperinjectum, admota iterum lamina cuprea concava, conterebam uſq; eo, donec ſtridere deſiit: Et deinde ſuper Pice *Metallum Objectivum*, brachio celeriori

leriori, & pluſculo virium adhibito, ad duo circiter triave Minuta, atterebam. Tum Stannum uſtum denuo Pici eidem ſuperinjectum, admota iterum lamina cuprea concava conterebam, donec rurſus ſtridere deſiit: Et deinde ſuper Pice *Metallum Objectivum*, ut prius, atterebam. Hocq; idem ſæpius iterabam, donec *Metallum* eſſet perpolitum: Ad extremum autem enixius jam, adhibitis totis viribus, atq; etiam diutius illud atterebam; Picemque, nullo amplius ſuperinjecto Stanno uſto, ſufflabam identidem, ut ea humida permaneret. *Metallum* hoc *Objectivum*, latum erat Uncias duas, & circiter tertia Unciæ parte craſſum, ne forte inflecti poſſet. Duo hujuſmodi *Metalla* habui: Et cum utrumque poliviſſem, explorabam utrum eorum melius eſſet; alterumq; iterum atterebam, ſi forte ut id adhuc melius eſſet illo, quod apud me ſervaveram, efficere poſſem. Atq; hoc pacto, ſæpe experiundo, Metalli expoliendi rationem edidici; donec tandem bina illa Conſpicilla ſuperius memorata, quæ res objectas Reflexione inſpiciendas præberent, fabricaverim. Etenim hæc Metalli perpoliendi Ars aſſiduo uſu melius, quam præceptis omnibus, ediſci poterit. Antequam *Metallum Objectivum* ſuper Pice attererem; ſemper Stannum uſtum, admota lamina cuprea concava, prius ſuper eadem atterebam uſque eo, donec ſtridere deſiit: quoniam Stanni uſti particulæ, niſi Pici hoc modo ita ſint infixæ, uti nulla ex parte poſſint ſe torquendo excitare; utiq; ſeſe hac illac provolvendo, interradent *Metallum Objectivum*, parviſq; innumeris foraminibus aſperum id & inæquale facient.

Verum quandoquidem Metallum multo, quam Vitrum, difficilius eſt politu; & poſtquam politum eſt, facillime, infuſcato Nitore ſuo, ineptum fit ad Uſus O-

pticos

pticos; atq; etiam omnino Luminis Minus Reflectit, quam Vitrum Argento vivo indutum: Suaderem equidem, ut, loco Metalli, Vitrum adhibeatur, ab anteriore ſui parte Concavum, a poſteriori autem parte ex æquo Convexum, & ab iſta convexa quidem parte Argento vivo indutum. Vitrum uſquequaq; una eademq; prorſus craſſitudine ſit oportet. Alioqui res objectas coloribus variatas exhibebit, & minus diſtinctas. Hujuſmodi Vitro adhibito, conatus ſum ante hos quinq; aut ſex annos Teleſcopium Reflectens conſtruere, quod cum in Longitudinem eſſet quatuor Pedum, corpora objecta circiter centies & quinquagies vero ampliora repræſentaret: Planeq; adductus eram ut crederem, quo hoc Inventum omnibus numeris perfectum atq; abſolutum reddi poſſit, nihil præter Artificem peritum deeſſe. Etenim Vitrum quo utebar, ab Artifice quodam *Londinenſi* politum, eodem modo ac Vitra ad Conſpicilla tubulata poliri ſolent; quamvis non minus bene expolitum, quam eſſe ſolent Vitra Objectiva, videretur; tamen, cum deinde argento vivo indutum eſſet, apparebat jam ex Reflexione innumeris id undiq; inæqualitatibus criſpum eſſe. Quæ quidem inæqualitates, quominus Objecta in *Inſtrumento* jam dicto cerni diſtincte potuerint, effecerunt. Nam Errores Radiorum Reflexorum ex quavis Vitri inæqualitate orti, circiter ſextuplo grandiores ſunt, quam Errores Radiorum Refractorum ex eiſdem Vitri inæqualitatibus orituri. Attamen ex hoc Experimento illud intellexi; Reflexionem a concava Vitri facie, quæ ne omnia perturbaret metueram, nihil hic incommodi, quod quidem Senſu percipi potuerit, attuliſſe; & conſequenter, quominus hujuſmodi Teleſcopia omnibus numeris perfecta conſtrui queant, nihil plane deeſſe præter peritos Opifices, qui Vitra perpolire & in

M Sphæræ

Sphæræ figuram accurate tornare calleant. Vitrum Objectivum ad Teleſcopium quatuordecim Pedum, ab Artifice quodam *Londinenſi* expolitum, ipſe quondam multo melius feci, atterendo id ſuper Picem Stanno uſto conſperſam; levi autem ac molli brachio hoc faciebam, ne Stannum uſtum id interraderet. Annon Vitra ad Reflectendum comparata, eadem ratione ſatis bene perpoliri poſſint; equidem nondum expertus ſum. Verum quicunq; hac vel alia quavis, quæ ei viſa fuerit, Vitrorum poliendorum ratione uti volet; certe debebit is Vitra ad polituram præparanda, leviori prius manu atterere; & minus Virium, quam ſolent Opifices *Londinenſes* in Vitris ſuis tornandis, adhibere. Etenim Vitra nimis violenter appreſſa, ne flectantur nonnihil inter atterendum, periculum erit. Si autem inflectantur, omnino Figura eorum vitiabitur. Quo igitur horum Vitrorum Reflectentium Speculationem iſtiuſmodi Artificibus, qui Vitrorum figurandorum curioſiores ſint, amplius commendem; Conſpicillum antedictum in ſequenti Propoſitione ſingulatim deſcribam.

PROP. VIII. PROB. II.

Conſpicilla tubulata in Brevitatem contrahere.

Fig. 29. Sit *abdc* Vitrum, ab anteriore ſui parte *ba* Concavum; a poſteriori autem parte *cd*, ex æquo Convexum: adeo ut uſquequaq; una eademq; ſit Craſſitudine. Cave inæquali craſſitudine ſit; ne res objectas coloribus variatas exhibeat, & minus diſtinctas. Sit porro accurate expolitum, & a poſteriore ſui parte Argento vivo indutum; inq; Tubo *vxyz*, qui intus valde niger ſit oportet, apte infixum. Sit *efg* Priſma vitreum aut cryſtallinum,

linum, prope ab altera Tubi extremitate, in medio collocatum; hoc eſt, anſæ æneæ aut ferreæ *f g k*, ab extremo ſe in latitudinem laxanti atq; complanatæ, agglutinatum. Sit Priſmatis iſtius Angulus *e* rectus; reliqui autem duo Anguli *f* & *g* inter ſe accurate æquales, & conſequenter ſemirecti: ſintq; planæ facies *f e* & *g e* quadratæ; & conſequenter tertia facies *f g* parallelogrammum rectangulum, cujus Longitudo ad Latitudinem ſuam erit in ſubduplicata proportione Duorum ad Unum. Sit Priſma iſtud in Tubo ita collocatum, ut Axis Speculi per mediam faciem quadratam *e f* ad perpendiculum tranſeat, & conſequenter per mediam faciem *f g* in Angulo 45 graduum. Obvertatur facies *e f* ad Speculum: Diſtentq; Priſma & Speculum inter ſe tali intervallo, ut Radii Luminis *p q*, *r s*, &c, qui in Speculum incidunt in lineis Axi ipſius parallelis, ingrediantur in Priſma per faciem *e f*, & reflectantur a facie *f g*, indeq; per faciem *g e* exeant ad punctum *t*, quod communem eſſe Focum oportet Speculi *a b d c*, & Vitri ocularii Plano-convexi *h*, per quod radii iſti ad oculum egrediantur. Deniq; Radii jam e Vitro illo egredientes, tranſmittantur per tenue rotundum foramen, ſive aperturam, in parva Lamella ex Plumbo, Ære, Argentove, qua Vitrum obtegi oportet: idq; foramen ea ſit magnitudine, quæ omnino ad tantum Luminis tranſmittendum, quantum ad Videndum ſatis ſit, neceſſaria fuerit. Etenim eo pacto res objecta diſtincte videbitur; quippe lamina, in qua id foramen ſit, lucem illam omnem errantem, quæ forte a marginibus Speculi *b a* advenerit, intercipiet. Hujuſmodi Inſtrumentum bene apteq; conſtructum, ſi in Longitudinem habeat ſex Pedes, (computando Longitudinem iſtam a Speculo ad Priſma, & inde ad Focum *t*,) feret apertu-

ram in Speculo ad ſex ipſas Uncias; & rem objectam ducentis aut trecentis partibus Specie ampliorem repreſentabit. Verum apertura hic commodius foramine *b* definitur, quam ſi in ipſo Speculo definita eſſet. Si Inſtrumentum longius breviuſve faciendum ſit; Apertura debebit proportione eſſe, ut Cubus Radicis quadrato-quadratæ Longitudinis; & Amplificandi Potentia, ut Apertura. Cæterum conveniens erit, ut Speculum ſit Uncia una minimum aut duabus latius, quam apertura: itemq; ut Vitrum, ex quo Speculum conſtat, craſſum ſit; ne inter poliendum forte inflectatur. Priſma *e f g* tam parvum eſſe debet, quam poſſit commode fieri; & poſteriorem ipſius faciem *f g* argento vivo indui non oportebit. Quippe ſine Argento vivo ea Lumen omne, quod ſibi e Speculo inciderit, reflectet.

In hoc Inſtrumento res objecta videbitur inverſa: Verum erigi poterit, efficiendo ut facies quadratæ *e f* & *e g* Priſmatis *e f g*, non jam planæ, ſed ſphærice convexæ ſint; ut Radii tam antequam in Priſma incidant, quam poſtea inter id & Vitrum Ocularium, ſe decuſſatim ſecent. Porro, ſi poſtuletur ut hoc Inſtrumentum ampliorem aperturam ferat; id etiam ita fieri poterit, ſi Speculum componatur ex duobus Vitris, incluſa intus aqua, conglutinatis. Veruntamen si id [illegible]

OPTI-

OPTICES

LIBER PRIMUS.

PARS II.

PROP. I. THEOR. I.

Phænomena Colorum in Refracto aut Reflexo Lumine, non oriuntur ex novis Modificationibus Luminis, quæ, pro variis Luminis Umbræque terminationibus, varie ſint impreſſæ.

Probatio ab Experimentis deſumpta.

EXPER. I.

ETenim ſi Solis radius in Cubiculum valde tenebricoſum immittatur per foramen oblongum F, cujus Latitudo ſit $\frac{1}{6}$ aut $\frac{1}{8}$ Unciæ, vel paulo minor eo; iſq; radius F H trajiciatur deinde, primo per Priſma ampliſſimum A B C, quod intervallo circiter viginti Pedum a foramine diſtet, eique parallelum ſit; poſtea autem tranſeat (alba nimirum iſtius radii pars) per corporis nigri & opaci G I foramen oblongum H circiter $\frac{1}{40}$ aut $\frac{1}{60}$ Unciæ parte latum, quod intervallo duorum triumve *Pedum* a Priſmate, ſituq; tum ad ipſum Priſma tum ad prius *Fig. 1.*

prius foramen parallelo ſit collocatum; Siq; hoc Lumen album, ita per foramen H tranſmiſſum, incidat deinceps ſuper chartam albam *p t*, ultra id foramen H, interjecto trium quatuorve Pedum intervallo, collocatam; ibique depingat ſolitos Priſmatis Colores, puta rubeum ad *t*, flavum ad *ſ*, viridem ad *r*, cæruleum ad *q*, & violaceum ad *p*: Si hæc, inquam, ita diſpoſita ſint; poteris, interponendo virgulam ferream, aut aliud quodlibet tenue opacum corpus, cujus latitudo ſit circiter $\frac{1}{10}$ Unciæ; eoque pacto intercipiendo radios ad *k*, *l*, *m*, *n*, vel *o*; efficere, ut Colorum unus quilibet ad *t*, *ſ*, *r*, *q*, aut *p*, evaneſcat; dum reliqui, ut prius, ſuper charta adhuc apparebunt, nihil immutati: Vel, interpoſita virgula paulo latiori, efficere poteris ut Colores bini quilibet, ternive, aut quaterni, nihil mutatis reliquis, evaneſcant: Adeo ut Colorum alius quilibet, æque ac violaceus, poſſit exterior fieri in confinibus umbræ ad *p*; & alius quilibet, æque ac rubeus, poſſit exterior fieri in confinibus umbræ ad *t*; item quilibet eorum poſſit confinis eſſe ei umbræ, quæ, interpoſitu virgulæ R intermediam aliquam Luminis partem intercipientis, in medio Imaginis intra ipſos colores fiat; & deniq; quilibet eorum, ſi, interceptis reliquis, ſolus relinquatur, poſſit umbræ ex utraq; ſui parte ſimul confinis eſſe. Scilicet ſinguli Colores, quælibet umbrarum confinia ſine ullo diſcrimine ferunt: Et conſequenter horum Colorum diverſitas inter ſe, non oritur (quomodo Philoſophi adhuc docuerunt) ex diverſis Umbrarum confiniis, quibus Lumen varie modificetur. Cæterum id in hiſce Experimentis capiendis obſervandum eſt; quanto foramina F & H tenuiora fiant, eorumq; ac Priſmatis intervalla ſint majora, cubiculumq; tenebroſius ſit factum; tanto melius ſub manus ſuccedere Experimentum; modo Lumen

men non uſq; eo diminuatur, quin Colores ad *p t* ſatis adhuc clare diſcerni queant. Priſma ex Vitro quidem ſolidum comparare, quod ad hoc Experimentum ſatis magnum ſit, difficile fuerit. Quare Vas ex laminis vitreis perpolitis, in formam Priſmatis, incluſa intus aqua, conglutinatis, adhiberi poterit.

EXPER. II.

Solis Luminis Radius in Cubiculum tenebricoſum per *Fig.* 2. foramen F rotundum & ſemuncia latum immiſſus, tranſibat primo per Priſma A B C foramini iſti admotum, & deinde per Lentem P T paulo amplius quatuor Uncias latam, & circiter octo Pedibus a Priſmate diſtantem; indeq; convergebat ad O, Focum Lentis circiter tribus Pedibus ab ipſa Lente diſtantem; quo in loco incidebat deniq; in chartam albam D E. Quando Charta iſta Lumini incidenti objecta erat ad perpendiculum, quomodo in poſitu D E depicta eſt; utiq; Colores Univerſi, ei in O incidentes, albi apparebant. At quando Charta circa Axem ſuum Priſmati parallelum ita convertebatur, ut ad Lumen valde facta eſſet inclinata; quomodo in poſitionibus *e d* & *ε δ* depicta eſt: jam illud idem Lumen in uno caſu Flavum atq; Rubeum apparebat, in altero Cæruleum. Hic una eademq; Luminis pars in uno eodemque loco, pro variis chartæ inclinationibus, uno in caſu alba apparebat, in alio flava aut rubea, in alio cærulea; interea dum Luminis Umbræq; confinium, Priſmatiſq; Refractiones, in hiſce omnibus caſibus plane eadem manebant, nihilq; immutata.

EXPER.

EXPER. III.

Fig. 3. Aliud conſimile Experimentum facilius etiam hoc modo capi poterit. Amplior Solis Luminis Radius per feneſtræ operculi foramen in Cubiculum tenebricoſum tranſmiſſus, refringatur majori Priſmate A B C, cujus Angulus Refringens C ſit amplius ſexaginta graduum: Et ſimul ut primum iſte radius e Priſmate exierit, incidat deinceps ſuper Chartam albam D E, a tergo inſpiſſatam ad rigiditatem. His ita diſpoſitis: Quum Charta Lumen illud excipiat ad perpendiculum objecta, quomodo ad D E depicta eſt; id ſuper charta videbitur Album plane: Quum autem Charta ad Lumen valde ſit inclinata, ita tamen ut Axi Priſmatis ſemper parallela ſit; utiq; ejus totius Luminis Albor, qui ſuper charta viſus fuerat, jam pro eo ac charta in hanc vel illam partem inclinata ſit, immutabit ſe vel in Colorem flavum & rubeum, ut in poſitu *e d*; vel in cæruleum & violaceum, ut in poſitu *ε δ*. Quod ſi id Lumen, antequam in Chartam incidat, duobus Priſmatibus inter ſe parallelis bis fuerit refractum ad eaſdem partes; jam Colores ante dicti, multo evidentiores clarioreſq; videbuntur. In hoc Experimento, mediæ omnes partes latioris illius albi Luminis radii, qui in Chartam incidebat, utiq; ſine ullo Umbræ confinio, qua modificari poſſent, factæ ſunt coloratæ; idq; ea ratione, ut unum eundemq; colorem uſquequaq; induerint; quippe cum in medio Chartæ idem ſemper, atq; in extremis, color eſſet; iſq; color ſe pro varia chartæ reflectentis obliquitate immutaret, ſine ulla vel Refractionum vel Umbræ vel Luminis ipſius in Chartam incidentis mutatione. Quare horum Colorum cauſa, non novis Luminis modi-

ficationibus,

ficationibus, quæ ex Refractionibus ſcilicet atq; Umbris Ortum habeant, ſed omnino alii alicui rei tribuenda eſt.

Quod ſi jam ea Cauſa, quæ ſit, quæratur: Reſpondeo; Chartam in poſitu *e d*, quum radiis magis refrangibilibus obliquius quam minus refrangibilibus objecta ſit, utique a poſterioribus fortius quam a prioribus illuminari; ac proinde radios minus refrangibiles tum in Lumine reflexo prævalere & dominari: Qui quidem radii, ubicunq; prævalent, Lumen ſemper colore rubeo aut flavo inficiunt; uti ex *prima Propoſitione* primæ Partis hujus Libri quodam modo apparere poteſt, & uberius infra comprobabitur. Quum autem Charta in poſitu *ε δ* collocata ſit; omnia tum contra, ac dicta ſunt, eveniunt: Radiis nimirum magis refrangibilibus, qui Lumen colore cæruleo & violaceo ſemper inficiunt, tum prævalentibus.

EXPER. IV.

Colores Bullarum, quibus Pueri ludere ſolent, varii ſunt; ſitumq; ſuum, nulla habita Umbræ confinii ratione, varie immutant. Si hujuſmodi Bulla Vitro *concavo* tecta ſit, quominus Vento aliove ullo Aeris motu agitetur; Colores Situm ſuum lente & regulariter mutabunt, etiam dum Oculus & Bulla & Corpora omnia, quæ vel Lumen emittant, vel Umbram projiciant, immota manent. Itaq; Colores hujuſmodi Bullarum oriuntur ex cauſa aliqua regulari, quæ ex Umbræ confinio nullo modo pendet. Ea autem cauſa, quæ ſit, in Secundo Libro oſtendetur.

Ad hæc Experimenta addi poteſt decimum Experimentum primæ Partis hujus Libri; ubi Solis Lumen in Cubiculo tenebricoſo per parallelas binorum Priſmatum

in formam Parallelopipedi colligatorum Superficies trajectum, cum jam e Priſmatibus emergeret, ex toto flavum aut rubeum apparebat uniformiter. Ad quorum quidem Colorum generationem, nihil omnino conferre poterat Confinium Umbræ. Etenim id Lumen ſe ex albo in flavum, aureum, & rubeum, ex ordine mutat; ſine ulla Umbræ confinii mutatione. Et in ambobus extremis Luminis emergentis lateribus, ubi contraria Umbræ confinia contrarios effectus obtinere deberent, Color unus idemq; eſt, ſive ſit albus, flavus, aureus, ſive rubeus. Atq; etiam in medio Luminis Emergentis, ubi nullum eſt omnino Umbræ confinium, Color idem eſt plane qui in Extremis: Nempe totum Lumen, cum primum emergit, unius eſt plane ac uniformis Coloris, ſive is ſit albus, flavus, aureus, ſive rubeus; indeque progreditur ſine ulla amplius Coloris mutatione, qualem Umbræ confinium in Lumine Refracto poſt emergendum efficere vulgo creditur. Neq; vero fieri poteſt, ut Colores iſti ex novis aliquibus Modificationibus a Refractione Lumini impreſſis oriantur: Quippe illi quidem ſe ex Albo in Flavum, Aureum, & Rubeum, ordine immutant; dum Refractiones plane eædem manent: Atq; etiam Refractiones iſtæ a Superficiebus inter ſe parallelis, quæ ſuos ipſarum invicem effectus retexunt, in contrarias partes factæ ſunt. Colores iſti igitur non oriuntur ex ullis Modificationibus, quas Refractiones vel Umbræ Lumini imprimere potuerint; ſed ex alia aliqua cauſa oriantur neceſſe eſt. Ea autem Cauſa quæ ſit, ſupra in decimo illo Experimento oſtendimus; & quæ ibi dicta ſunt, nihil opus eſt ut hic repetamus.

Aliud adhuc hujus Experimenti adjunctum eſt, non parvi momenti. Cum enim id Lumen Emergens Refringatur iterum tertio Priſmate H I K ad Chartam P T, *Fig.* 22. *Par.* 1.

ibiq;

ibique depingat ſolitos Priſmatis Colores, rubeum, flavum, viridem, cæruleum & violaceum: ſi jam Colores iſti ex eo orirentur, quod id Priſma Lumen aliquo modo Refractionibus ſuis modificaret; utiq; illi non ineſſent in eo Lumine, jam antequam id in Priſma iſtud incideret. Attamen in Experimento ante dicto res ita ſe habuit, ut cum, convertendo bina priora Priſmata circa Axem ſuum communem, Colores omnes, excepto rubeo, evaneſcerent; id Lumen, quod Colorem rubeum exhibuit, jam ſolum relictum, apparuerit eodem plane colore rubeo, etiam antequam in tertium Priſma incideret. Et in univerſum quidem ex aliis Experimentis rem ita ſe habere comperimus, ut cum Radii, qui Refrangibilitate inter ſe differant, a ſe invicem ſeparati ſint; eorumq; unum quodvis genus ſeorſum conſideretur; color, quem illi tum conſtituunt, non poſſit ulla Refractione aut Reflexione, quæcunq; ea ſit, mutari: quomodo omnino ſane mutari deberet, ſi Colores nihil aliud eſſent, quam Modificationes Lumini a Refractionibus, Reflexionibus, Umbriſq; impreſſæ. Hanc porro Coloris Immutabilitatem, ſupereſt ut in ſequenti Propoſitione deſcribam.

PROP. II. THEOR. II.

Omne Lumen Homogeneum, Colorem habet proprium & ſuum, Refrangibilitati ſuæ reſpondentem; Iſq; color nullis Reflexionibus aut Refractionibus mutari poteſt.

In Experimentis Quartæ Propoſitionis Primæ Partis hujus *Libri*; cum radios heterogeneos a ſe invicem ſeparaſſem; Imago *p t* ex radiis a ſe invicem ſeparatis compoſita, videbatur ab uſq; una extremitate *p*, quo

Radii maxime Refrangibiles incidebant, ad alteram extremitatem *t*, quo Radii minime Refrangibiles incidebant, induta Coloribus ex ordine, violaceo, indico, cæruleo, viridi, flavo, aureo, rubeo, innumeriſq; intermediis coloribus ſerie continuata in ſe invicem perpetuo deſinentibus: Adeo ut totidem eſſe viderentur Colorum gradus, quot eſſent radiorum inter ſe Refrangibilitate differentium genera.

EXPER. V.

Jam Colores hoſce non potuiſſe Refractione mutari, inde intellexi, quod quum Luminis iſtius modo unam exiguam partem, modo aliam exiguam partem, Priſmate refringerem; quomodo in duodecimo Experimento primæ Partis hujus Libri expoſitum eſt; color Luminis nunquam ea Refractione eſſet quicquam omnino immutatus. Cum enim rubei Luminis pars ulla refringeretur; ea omnis ſemper eodem plane colore rubeo permanſit, ac fuerat initio. Nihil coloris aurei, nihil flavi, nihil viridis, nihil cærulei, nihil ullius novi Coloris, ea unquam Refractione eliciebatur. Neq; vero ſæpius repetitis Refractionibus Color iſte quicquam omnino immutabatur; ſed ſemper idem prorſus color rubeus permanſit, qui fuerat initio. Eandem quoq; Conſtantiam & Immutabilitatem in Cæruleo, Viridi, cæteriſq; Coloribus inveniebam. Similiter, quum per Priſma oculo admotum, corpus aliquod parte ulla Luminis hujuſce Homogenei illuminatum inſpicerem; quomodo in decimoquarto Experimento Primæ Partis hujus Libri expoſitum eſt; nullum unquam Colorem novum ea ratione generatum obſervare potui. Omnia corpora Lumine Heteregeneo quidem illuminata, confuſa admodum (uti ſupra dictum

eſt)

eſt) per Priſma Inſpicienti, variiſq; novis induta Coloribus videntur. At corpora Lumine Homogeneo illuminata, nihilo minus diſtincta per Priſma Inſpicienti, neq; aliis coloribus induta videbantur, quam cum nudis oculis aſpicerentur. Omnino colores ipſorum, Refractione interpoſiti Priſmatis nihil quicquam immutabantur. Cæterum cum Coloris Mutationem nullam hic eſſe factam dico, id ita dictum velim, ut de Mutatione quæ Senſu percipi poſſit, intelligatur. Etenim Lumen quod ego hic appello Homogeneum, cum non ſit plane perfecteq; Homogeneum; utiq; ex perpaululo, quod ei adhuc admixtum ſit, Heterogenei Luminis, perexigua aliqua Coloris mutatio oriatur neceſſe eſt. Verum ſi id Heterogenei Luminis tam puſillum ſit factum, quam Experimentis ante dictis Quartæ Propoſitionis fieri poſſit; ſane illa Coloris mutatio minor erit, quam quæ Senſu percipi queat; ac proinde in Experimentis, quæ ſint Senſus judicio exiſtimanda, pro nulla haberi debet.

EXPER. VI.

Porro, ut Colores iſti nulla Refractione, ſic neque ulla Reflexione, immutari potuerunt. Etenim Corpora omnia, quæ eſſent Natura Colore albo, cinereo, rubeo, flavo, viridi, cæruleo, aut violaceo; ut Charta, Cineres, Minium, Auripigmentum, Indicum, Cæruleum montanum, Aurum, Argentum, Cuprum, Herba, Cyanus, Viola, Bullulæ aquæ variis Coloribus indutæ, Plumæ Pavoniæ, Ligni Nephritici Infuſio, & Similia; ea in Lumine rubeo Homogeneo poſita, plane rubea videbantur; in Lumine cæruleo, plane cærulea; in Lumine viridi, plane viridia: Et in univerſum, quicunq; color eſſet Homogenei Luminis, in quo hujuſmodi corpora

pora collocata eſſent; iſtum illa omnia ſemper exhibebant Colorem; eo ſolum diſcrimine, quod illorum alia Lumen iſtud fortius reflecterent, alia languidius. Nullum autem unquam corpus inveni, quod Luminis Homogenei Colorem reflectendo immutare potuerit, ita quidem ut res Senſu perciperetur.

Ex quibus omnibus manifeſtum eſt, ſi Solis Lumen ex uno ſolo radiorum genere conſtaret, futurum utique ut unus omnino omnium eſſet rerum color; neq; ullo modo fieri poſſet, ut Reflexionibus aut Refractionibus ullus unquam novus color generaretur. Unde Conſequens eſt, Colorum eam quam videmus Varietatem, omnino ex Compoſitione Luminis oriri atq; pendere.

DEFINITIO.

Id Homogeneum Lumen, ſive Radios eos, qui colorem rubeum exhibent, vel potius qui efficiunt ut corpora objecta colorem rubeum exhibeant; eos ego Rubrificos ſive Rubeos appello: Quiq; efficiunt ut corpora objecta colore flavo, viridi, cæruleo, aut violaceo videantur; eos Radios Flavos, Virides, Cæruleos, aut Violaceos appello. Et quandocunq; Lumen ſive Radios, Coloratos vel Coloribus imbutos dicere videar; id ſemper ita dictum velim, ut non Philoſophice & proprie, ſed ad vulgus id dictum intelligatur; ſive congruenter Ideis iſtis, quas Vulgus, cum hujuſmodi Experimenta videant, ſibi animo fingere ſolent. Etenim Radii, ſi Proprie loqui velimus, non ſunt colorati. In eis nihil aliud ineſt, niſi potentia quædam ſive diſpoſitio, qua ita comparati ſunt, ut Senſum hujus vel illius Coloris in Nobis excitent. Quemadmodum enim

enim Sonus, in Campana aut Chorda muſica aut quovis Corpore Sonante, nihil aliud eſt niſi Motus quidam tremulus; & in Aere, nihil aliud niſi Motus iſte a Corpore ſonante propagatus; in Senſorio autem, Senſus Motus iſtius ſub forma Soni: Sic Colores, in rebus quidem objectis nihil aliud ſunt niſi diſpoſitio qua illæ hoc vel illud genus radiorum copioſius quam cæteros reflectunt; & in radiis, nihil aliud niſi diſpoſitio qua illi hunc vel illum Motum ad Senſorium tranſmittunt; in Senſorio autem, Senſus Motuum iſtorum ſub forma Colorum.

PROP. III. PROB. I.

Definire Refrangibilitatem diverſorum generum Homogenei Luminis, Coloribus ſuis diverſis Reſpondentem.

Ad hoc Problema expediendum, ſubjectum Experimentum excogitavi.

EXPER. VII.

Quum Imaginis coloratæ Priſmate effictæ Latera rectilinea A F, G M, ut diſtinctis terminis finirentur effeciſſem, ea ratione quæ in quinto Experimento primæ Partis hujus Libri expoſita eſt; reperiebantur in ea Omnes Colores Homogenei, eodem Ordine eodemque Situ inter ſe diſpoſiti, ac in Imagine ex Lumine Simpliciſſimo compoſita, quam in quarta Propoſitione ejus primæ Partis deſcripſimus. Etenim Circuli, qui Imaginem ex Lumine Compoſito P T conſtituunt, quique in mediis partibus Imaginis valde inter ſe permixti ſunt; iidem in extremis partibus, ubi rectilinea ipſius latera *Fig.* 4.

AF

A F & G M tangunt, non ſunt commixti: Quam quidem ob cauſam in iſtis rectilineis lateribus, cum utique illa diſtincte definita ſint, nullus novus Color Refractione generatur. Obſervabam etiam, quum quolibet in loco inter duos extremos Circulos T M F & P G A, linea aliqua recta, ut $\gamma\delta$, Imagini tranſverſa, ita ducta eſſet, ut utroq; ſui extremo in rectilinea Imaginis latera ad perpendiculum incideret; apparuiſſe ſemper unum eundemq; colorem, atq; etiam eundem coloris iſtius gradum, in tota illa linea ab una uſq; extremitate ad alteram. Delineabam itaq; ſuper Charta Perimetrum Imaginis F A P G M T; cumque tertium Experimentum primæ Partis hujus Libri caperem, chartam iſtam ita collocabam, ut Imago colorata in Diagramma ſuper charta delineatum incideret, & in id apte accurateque conveniret. Quod cum fieret, juſſi ut Amicus qui interfuit, & cujus Oculi coloribus diſcernendis acriores quam mei eſſent, notaret lineis rectis $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, $\epsilon\zeta$, &c, imagini in tranſverſum ductis, Confinia colorum; nimirum coloris rubei, $M\alpha\beta F$; aurei, $\alpha\gamma\delta\beta$; flavi, $\gamma\epsilon\zeta\delta$; viridis, $\epsilon\eta\theta\zeta$; cærulei, $\eta\iota\kappa\theta$; indici, $\iota\lambda\mu\kappa$; & violacei, $\lambda G A \mu$. Atq; hac quidem Operatione, cum eam ſæpius & in eadem & in diverſis chartis iteraſſem, obſervationeſq; bene inter ſe congruere comperiſſem, inveniebam rectilinea imaginis latera M G & F A a lineis illis tranſverſis in proportionem Chordæ muſicæ eſſe diviſa. Producatur igitur G M ad X, ita ut M X æqualis ſit ipſi G M; & concipiantur G X, λ X, ι X, η X, ϵ X, γ X, α X, & M X, eam inter ſe proportionem habere, quam habent numeri 1, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{1}{2}$; atq; adeo repræſentare chordas Clavis, & Toni, tertiæ Minoris, quartæ, quintæ, ſextæ Majoris, ſeptimæ, & octavæ ſupra iſtam Clavim: Jamq; intervalla $M\alpha$,

$\alpha\gamma$,

αγ, γε, εη, ηι, ιλ, & λG, erunt ipſa Spatia, quæ Colores ſinguli, rubeus, aureus, flavus, viridis, cæruleus, indicus, & violaceus, occupent.

Quoniam autem hæc Intervalla, ſive Spatia, ſubtendunt differentias Refractionum Radiorum illorum, qui proficiſcuntur ad Colorum ante dictorum limites, hoc eſt, ad puncta M, α, γ, ε, η, ι, λ, G; utiq; hæc intervalla, ſine errore ſenſibili, poterunt exiſtimari proportionalia differentiis Sinuum Refractionis eorundem Radiorum, unum communem Sinum Incidentiæ habentium. Quare, cum communis Radiorum maxime minimeq; Refrangibilium Sinus Incidentiæ e Vitro in Aerem, ſit proportione (quomodo ratione ſupra expoſita comperimus) ad eorundem Refractionis Sinus, ut 50 ad 77 & 78; divide jam differentiam iſtorum Sinuum Refractionis 77 & 78, *ſimili* proportione ac linea G M dictis intervallis diviſa eſt; & habebis 77, $77\frac{1}{8}$, $77\frac{1}{5}$, $77\frac{1}{3}$, $77\frac{1}{2}$, $77\frac{2}{3}$, $77\frac{7}{9}$, 78, Sinus Refractionis diverſorum Radiorum ante dictorum e Vitro in Aerem tranſeuntium, cum communis omnium Sinus Incidentiæ ſit 50. Itaq; Sinus incidentiarum Radiorum omnium Rubeorum e Vitro in Aerem, fuerunt ad Sinus Refractionum ſuarum, proportione non majori *quam* 50 ad 77, nec minori quam 50 ad $77\frac{1}{8}$; ſed proportiones omnes intermedias habuerunt. Similiter Sinus incidentiarum Radiorum Viridium, ad Sinus Refractionum ſuarum, proportiones omnes habuerunt, inter eam quæ eſt 50 ad $77\frac{1}{3}$, & eam quæ eſt 50 ad $77\frac{1}{2}$. Atq; itidem limitibus ante dictis, Radiorum omnium ad reliquos quoq; Colores pertinentium Refractiones definiebantur; Sinibus Radiorum Rubeorum progredientibus ſcilicet, a 77 ad $77\frac{1}{8}$; Aureorum, a $77\frac{1}{8}$ ad $77\frac{1}{5}$; Flavorum, a $77\frac{1}{5}$ ad $77\frac{1}{3}$; Viridium, a $77\frac{1}{3}$ ad $77\frac{1}{2}$;

Cæruleorum, a $77\frac{1}{2}$ ad $77\frac{2}{3}$; Indicorum, a $77\frac{2}{3}$ ad $77\frac{7}{9}$; & Violaceorum, a $77\frac{7}{9}$ ad 78.

Hæ ſunt Leges Refractionum Radiorum e Vitro in Aerem tranſeuntium: Unde, ex tertio Axiomate primæ Partis hujus Libri, Leges Refractionum Radiorum ex Aere contra in Vitrum tranſeuntium, facile deduci poterunt.

EXPER. VIII.

Obſervavi præterea, cum Lumen ex Aere per diverſa Refringentia Media inter ſe contigua, ut Aquam & Vitrum, tranſmittatur, indeq; iterum in Aerem tranſeat; id Lumen, ſive Superficies quibus id refringatur parallelæ ſint inter ſe, ſive inclinatæ, tamen quotieſcunque contrariis Refractionibus ita correctum ſit, ut emergat tandem in lineis parallelis ad eas in quibus inciderit, deinceps ſemper Album permanere: Sin Radii tandem Emergentes, ſint Incidentibus inclinati; tum Luminis emergentis albitudinem, pro eo ut id a Loco Emerſionis ulterius progrediatur, paulatim ſe ab extremis ſui partibus in Colores induere. Hoc expertus ſum, refringendo Lumen per Priſmata vitrea in Vaſe Priſmatico aquæ pleno collocata. Jam quidem Colores iſti id indicant; Radios Heterogeneos inæqualibus ſuis Refractionibus divergere & a ſe invicem ſeparatos eſſe; quomodo ex iis, quæ ſequuntur, plenius apparebit: E contrario autem, permanens alterius Luminis Albitudo illud oſtendit; Radios ſimiliter incidentes neq; poſt emergendum a ſe invicem ſeparatos eſſe, neq; ullam conſequenter totarum fuiſſe Refractionum inæqualitatem. Unde duo ſequentia Theoremata colligere mihi videor.

1°. Exceſſus Sinuum Refractionis variorum generum Radiorum, ſuper communem Sinum Incidentiæ, cum

Re-

Refractiones fiant e pluribus diverſis Mediis denſioribus immediate in unum idemque Medium rarius + [nempe Aerem tenuiſſimum]; eſſe inter ſe in data Proportione. Exiſtimaveram primo &c.

2°. Proportionem Sinus Incidentiæ ad Sinum Refractionis Radiorum unius ejuſdemq; generis ex uno quovis Medio in aliud tranſeuntium, compoſitam eſſe ex Proportione Sinus Incidentiæ ad Sinum Refractionis e primo Medio in quodvis tertium, & ex Proportione Sinus Incidentiæ ad Sinum Refractionis e tertio illo Medio in ſecundum.

Ex primo Theoremate, data Refractione Radiorum unius cujuſvis generis, inveniuntur Refractiones Radiorum omnium generum e quovis Medio in Aerem tranſeuntium. Exempli gratia: Si Refractiones cujuſque generis Radiorum ex Aqua pluvia in Aerem tranſeuntium, quæ ſint, quærantur; Subducatur communis Sinus Incidentiæ e Vitro in Aerem, de Sinibus Refractionis; eorumq; Exceſſus erunt 27, $27\frac{1}{8}$, $27\frac{1}{5}$, $27\frac{1}{3}$, $27\frac{1}{2}$, $27\frac{2}{3}$, $27\frac{7}{9}$, 28. Pone jam Sinum Incidentiæ Radiorum minime refrangibilium ex Aqua pluvia in Aerem tranſeuntium, eſſe ad Sinum Refractionis eorundem, ut 3 ad 4; Et ſupputa hoc modo; Ut 1, quæ eſt differentia iſtorum Sinuum, ad 3, qui eſt Sinus Incidentiæ; ſic 27, qui eſt minimus Exceſſuum ſupra memoratorum, ad quartum numerum 81; Eritq; jam iſte numerus 81, communis Sinus Incidentiæ ex Aqua pluvia in Aerem; Ad quem quidem Sinum ſi addas ſingulos ſupra memoratos Exceſſus, habebis tandem Sinus Refractionum quæſitos, 108, $108\frac{1}{8}$, $108\frac{1}{5}$, $108\frac{1}{3}$, $108\frac{1}{2}$, $108\frac{2}{3}$, $108\frac{7}{9}$, 109.

Ex poſteriori Theoremate invenitur Refractio e Medio *uno in* alterum, quando datæ ſunt Refractiones ex utroq; eorum in quodvis tertium. Exempli gratia: Si

Sinus Incidentiæ cujuſvis Radii e Vitro in Aerem, ſit ad Sinum Refractionis ſuæ, ut 20 ad 31; Sinus autem Incidentiæ ejuſdem Radii ex Aere in Aquam, ſit ad Sinum Refractionis ſuæ, ut 4 ad 3; Utique Sinus Incidentiæ iſtius Radii e Vitro in Aquam, erit ad Sinum Refractionis ſuæ, ut 20 ad 31 & 4 ad 3 conjunctim, hoc eſt, ut Factum ex 20 & 4 ad Factum ex 31 & 3, ſive ut 80 ad 93.

Atque ſi hæc quidem Theoremata in Opticen recipiantur, ampliſſima jam Scientiam iſtam nova ratione fuſe copioſeq; tractandi patebit materies; quippe cùm non modo doceri jam poſſint ea, quæ ad Viſum amplius perficiendum pertineant; verum etiam mathematice definiri omne genus Colorum Phænomena, quæ ex Refractionibus oriri queant. Etenim quo hoc fiat, nihil aliud requiritur, niſi ut inveniantur Radiorum Heterogeneorum ſeparationes, eorumq; variæ mixturæ inter ſe, & qua proportione eæ ſingulæ mixturæ fiant. Hoc ipſo ratiocinandi genere, ego omnia fere Phænomena quæ quidem in his Libris expoſita ſint, atq; etiam alia quædam in præſenti Materia minus neceſſaria memoratu, inveni. Ex ſucceſſu autem, quem Ipſe in his rebus experiundis nactus ſum, ſpondere auſim, qui recte prius argumentatus fuerit, & deinde omnia bonis cum Vitris juſtaq; cum circumſpectione Experiundo tentaverit, eum ſpem ſuam non fruſtraturam. Verum id ante intelligat oportet; ex quibuſvis Coloribus quavis Proportione commixtis, qui demum de novo orituri ſint Colores.

PROP. IV. THEOR. III.

Colores Compoſitione procreari poſſunt, qui Luminis Homogenei Coloribus plane ſimiles ſint futuri, in Speciem quidem

dem & ad Oculorum Senſum, non autem in Coloris Immutabilitatem & ad Conſtitutionem ac Naturam Luminis. Iiq; Colores, quanto magis Compoſiti ſunt, tanto minus largi intenſiq; fiunt; donec nimia tandem Compoſitione dilutiores languidioreſq; facti, penitus demum evaneſcant. Fieri quoq; poteſt ut Colores Compoſitione producantur, qui nullis Homogenei Luminis Coloribus prorſus ſimiles ſint futuri.

Etenim ex mixtura Rubei atq; Flavi homogeneorum, oritur Color Aureus, in Speciem ei plane ſimilis, qui in Colorum Simplicium Priſmate exhibitorum ſerie inter Rubeum iſtum atq; Flavum interjacet. Verum Lumen unius horum Colorum Aureorum, homogeneum eſt ad Refrangibilitatem; alterius autem, heterogeneum: *Item* unius horum Colorum ſpecies, cum per Priſma inſpiciatur, eadem manet nec quicquam immutata; alterius autem, mutatur & reſolvitur in Colores ſuos Simplices, Rubeum atq; Flavum. Similiter, ex aliis homogeneis Coloribus inter ſe propinquis, componi poterunt novi Colores, qui ſint Coloribus homogeneis interjacentibus ſimiles. Exempli gratia: Ex Flavo & Viridi *inter* ſe commixtis, oritur Color inter eos medius: Et ſi huic deinceps ſuperaddideris Cæruleum; fiet ex omnibus Color Viridis, qui eſt trium illorum inter ſe permixtorum medius. Etenim Flavus & Cæruleus, ſi ſint æqua portione admixti, Viridem intermedium in iſta permixtione ad ſe utrinq; ex æquo pertrahent, & quaſi paribus virium momentis libratum ſervabunt, ut is neque ad Flavum ex una parte, neq; ad Cæruleum ex altera deſcendat, ſed commixtis utriuſq; actionibus Color inter utrumq; medius permaneat. Ad hunc Viridem permixtum, adhuc ſuperadjici poterit Nonnihil Rubei ac

Vio-

Violacei ; & tamen Color Viridis non continuo evaneſcat, ſed languidior ſolummodo & ſubpallidus fiat ; donec, amplius adauctis Coloribus Rubeo & Violaceo, Viridis iſte magis magiſq; dilutus factus, ſuperetur tandem nimietate Colorum adjectorum, & in Albitudinem aut alium aliquem colorem immutetur. Similiter, ſi ad Lumen homogeneum cujuſvis Coloris, adjiciatur album Solis Lumen, quod eſt ex omnibus Radiorum generibus Compoſitum ; utiq; Color iſte non continuo evaneſcet aut Genus ſuum immutabit, ſed duntaxat dilutior fiet ; & pro eo ut Luminis albi amplior adferatur acceſſio, magis adhuc magiſq; dilutus erit factus perpetuo. Denique, ſi Rubeus & Violaceus inter ſe permiſceantur ; orientur inde varii Colores Purpurei, pro eo, qua proportione illi invicem commixti fuerint, diverſi inter ſe ; neq; ullius Coloris Homogenei Speciem aut Similitudinem habentes : Atq; ex his quidem Purpureis, admixto Flavo & Cæruleo, alii itidem novi Colores produci poterunt.

PROP. V. THEOR. IV.

Albitudo & Colores omnes Cinerei inter Album & Nigrum, componi poſſunt ex Coloribus : Et Solis Luminis Albor compoſitus eſt ex primariis omnibus Coloribus, apta portione inter ſe commixtis.

Probatio ab Experimentis deſumpta.

EXPER. IX.

Fig. 5. Cum Solis Luminis Radius in Cubiculum tenebricoſum per parvum rotundum feneſtræ operculi foramen tranſ-

tranſmiſſus, & deinde per Priſma Refractus, depingeret ſuper Pariete coloratam Solis Imaginem P T; objeci ante iſtam Imaginem Chartam albam V, ita ut ea Lumine colorato ab Imagine reflexo illuminaretur, nec tamen ullam partem Luminis a Priſmate ad Imaginem tranſeuntis interciperet. Obſervavi autem, Quum Charta propius ad unum aliquem Imaginis Colorem, quam ad cæteros admota eſſet; tum eam illo colore, ad quem propius admota eſſet, infectam apparere: quum autem æquali aut fere æquali intervallo ab omnibus Coloribus diſtaret, adeo ut ex æquo omnium Lumine reflexo illuminaretur; tum albam apparere. In hac ultima autem Chartæ poſitione, ſi Colorum aliqui interciperentur, Charta Albitudinem ſuam continuo amiſit, & eum deinceps Colorem induebat, qui eſſet reliqui *Luminis* non intercepti Color. Itaq; Charta ea illuminata erat Radiis variorum Colorum, nempe rubeis, flavis, viridibus, cæruleis & violaceis; & unaquæq; Luminis iſtius pars ſuum Colorem retinebat, donec in Chartam incideret indeq; ad oculum reflecteretur: adeo ut ſiquod Lumen unius certi Coloris vel ſolum fuiſſet, (intercepto nimirum reliquo Lumine,) vel ſi nimia portione reliquis coloribus admixtum fuiſſet, & proinde in Lumine a Charta reflexo prævaluiſſet ac dominatum eſſet; utiq; id ſuo Colore Chartam infecturum fuiſſet: Nihilominus ſingulæ Luminis partes, ſuum quæq; Colorem ita retinentes, admixtæ tamen reliquis omnibus Coloribus apta proportione, effecerunt ut Charta alba videretur; & conſequenter apta ſui Compoſitione atq; Permixtione inter ſe, Colorem Album conſtituebant. Singulas colorati Luminis ab Imagine reflexi partes, dum inde per Aerem propagantur, ſuum quamque, ut dixi, proprium Colorem retinere, ſane manifeſtum eſt;

quia

quia ubicunque in Oculos Spectatoris incidunt, partes Imaginis ſuo quamq; Colore diſtinctas exhibent. Retinent igitur ſuos ſingulæ colores, etiam cum in Chartam V incidunt; & conſequenter perfecta permixtione ſuorum omnium Colorum, Albitudinem conſtituunt Luminis a Charta reflexi.

EXPER. X.

Fig. 6. Incidat jam colorata illa Solis Imago P T in Lentem M N, amplius quatuor Uncias latam, & circiter ſex Pedum intervallo a Priſmate A B C diſtantem; quæq; ea ſit figura, qua efficiat ut Lumen Coloratum a Priſmate divergens, convergat deinceps, & in Focum G, interjecto circiter ſex octove Pedum intervallo, colligatur; ibiq; in Chartam albam D E ad perpendiculum incidat. His ita diſpoſitis, obſervare licebit, ſi Charta illa alba ultro citroq; moveatur, totam Solis Imaginem, quum ſuper charta illa *e d* jam ad Lentem propius admota excipiatur, coloribus clariſſimis (quomodo ſupra expoſitum eſt) in loco *p t* diſtinctam apparituram; pro eo autem, ut Charta a Lente recedat, colores iſtos ad ſe invicem perpetuo appropinquaturos, & magis magiſq; ſe inter ſe commiſcendo dilutiores continue factum iri; tandemque, quum Charta in ipſo Foco G collocata ſit, inter ſe jam penitus commixtos, plane evanituros eſſe omnes, & in Albitudinem abituros; toto ſcilicet Lumine in parvum album Circulum ſuper chartam coacto: Veruntamen hoc ita fieri, ut, ſi charta adhuc longius a Lente recedat, Radii qui ante convergerant, jam deinceps ſe in Foco G decuſſatim ſecantes, indeq; poſtea divergentes, effecturi ſint ut Colores iterum appareant; verum contrario, ac prius, ordine; puta, ad *δι*; ubi color

lor rubeus *t*, qui ante inferior fuerat, jam ſuperior factus ſit; & cæruleus *p*, qui ante ſuperior fuerat, jam factus ſit inferior.

Finge jam Chartam poſitam in ipſo Foco G; ubi Lumen in Circulum coactum, album plane apparet: Ejuſq; albitudinem, qualis ſit, conſideremus. Dico autem, albitudinem iſtam compoſitam eſſe ex Coloribus univerſis in unum coactis. Etenim ſiquis unus pluresve Colorum iſtorum ad Lentem intercipiantur; utiq; albitudo illa continuo evaneſcet, & in eum convertetur Colorem, qui ex reliquorum Colorum non interceptorum permixtione oriri debeat: Quod ſi Coloribus, qui intercepti fuerint, iterum deinde ut tranſeant permittatur, inq; Colorem illum Compoſitum incidant; jam rurſus, cum illo commixti, albitudinem priorem reſtituent. Exempli gratia, ſi Colores Violaceus, Cæruleus, & Viridis intercipiantur; utiq; ex Flavo, Aureo, & Rubeo, qui ſupererunt, Compoſitus erit ſuper charta Color Aureus: Quod ſi Colores iſti intercepti, iterum deinde ut tranſeant permittas, inq; Aureum iſtum Compoſitum incidant; jam rurſus, cum illo commixti, Albitudinem conficient. Similiter, ſi *Rubeus* & Violaceus intercipiantur; utiq; ex Flavo, *Viridi*, & Cæruleo, qui ſupererunt, Compoſitus erit ſuper charta Color Viridis: Qui quidem Rubeus ac Violaceus, ſi iterum deinde tranſmittantur, inq; Viridem iſtum incidant; jam rurſus, cum eo commixti, Albitudinem efficient. Radios autem diverſos in iſto Albo Compoſito, non quidem *Agendo ulla ratione in ſe invicem* Mutationem ullam Qualitatum ſuarum Colorificarum ſubire, ſed Commiſceri ſolummodo inter ſe, atq; ea quidem Colorum ſuorum Permixtione Albitudinem conficere; ex ſequentibus Argumentis amplius apparere poterit.

Si Charta ultra Focum G collocata ſit, puta ad $\delta\epsilon$; colorq; rubeus ad Lentem intercipiatur alternis, atq; tranſmittatur: color violaceus, qui erit ſuper charta, nihil inde immutabitur; quomodo omnino mutari deberet, ſi Radii diverſorum generum, qui decuſſantur in Foco G, ibi in ſe invicem *Agerent*. Neq; Color rubeus, qui eſt ſuper charta, quicquam immutabitur; utcunq; violaceus, qui eum in tranſverſum ſecat, intercipiatur alternis & tranſmittatur.

Porro, ſi Charta collocata ſit in Foco G; & alba rotundaq; Imago ad G, inſpiciatur per Priſma H I K, eaq; Refractione transferatur ad locum *r v*, ibiq; variis induta videatur Coloribus, nempe violaceo ad *v*, rubeo ad *r*, reliquiſq; in media ſui parte coloribus intermediis; color rubeus autem deinceps ad Lentem intercipiatur identidem & tranſmittatur alternis: utiq; color rubeus ad *r* itidem evaneſcet, denuoq; comparebit ſimilibus vicibus; violaceus autem ad *v* nihil quicquam inde immutabitur. Similiter, ſi cæruleus ad Lentem intercipiatur identidem & tranſmittatur alternis: utiq; cæruleus ad *v* itidem evaneſcet, denuoq; comparebit; rubeus autem ad *r*, nihil quicquam immutabitur. Igitur color rubeus pendet ex uno genere radiorum, cæruleus autem ex alio genere; iiq; radii diverſorum generum in Foco G, ubi commixti ſunt, non Agunt in ſe invicem. Quod autem de his duobus Coloribus dictum eſt, id de reliquis quoq; Coloribus dictum intelligendum eſt.

Conſiderabam præterea, quum Radii maxime Refrangibiles *P p*, minimeq; Refrangibiles *T t*, convergendo ad ſe invicem inclinati ſunt; ſi jam Charta Radiis illis in Foco G valde obliqua objiceretur; fieri utiq; poſſe, ut ea unum genus radiorum copioſius quam cæteros reflecteret; eoq; pacto Lumen in Foco iſto reflexum, co-

Co-

Colore infectum videretur, qui eſſet Radiorum numero prævalentium: Atq; hoc quidem ita fore, ſi Radii iſti ſuum quiſq; Colorem ſive Qualitatem Colorificam in Albo illo Compoſito, quod eſſet in Foco, retinerent: Verum ſi ſuum quiſq; Colorem in iſta Albitudine non retinerent, ſed e contrario ſinguli eo in loco ita comparati eſſent facti, ut in nobis Senſum Albitudinis jam ſinguli excitarent; tum futurum, ut ii Albitudinem ſuam iſtiuſmodi Reflexionibus nequaquam poſſent amittere. Inclinabam itaq; Chartam ad Radios valde oblique, ſicuti in ſecundo Experimento hujus *Partis* feceram, ut Radii maxime Refrangibiles copioſius quam reliqui Reflecterentur; jamq; Albitudo ſe convertebat in colorem cæruleum, indicum, & violaceum ex Ordine. Deinde Chartam in contrarias partes inclinabam, ut Radii minime Refrangibiles copioſius quam cæteri reflecterentur; jamq; Albitudo convertebat ſe contrario ordine in flavum, aureum, & rubeum.

Denique, Inſtrumentum X Y pectinatim dentatum comparabam, cujus ſexdecim Dentes latitudine circiter ſeſqui-unciales eſſent, intervalla autem Dentium circiter binas Uncias complecterentur. Atq; hujus quidem Inſtrumenti Dentes prope a Lente per Vices interponens, intercipiebam Dentis interpoſiti interjectu partem aliquam Colorum, dum reliqui per intervalla Dentium tranſmiſſi ad Chartam D E, coloratam ſuper ea Solis Imaginem depingerent. Verum Chartam ante ita collocaveram, ut quotieſcunq; ſubmotus eſſet Pecten, Imago alba appareret: Tumq; interpoſito, ut dixi, Pectine; albitudo iſta, propter partem Colorum ad Lentem interceptam, ſemper convertebat ſe in Colorem eum, qui eſſet ex Coloribus non interceptis Compoſitus; iſq; Color, Motu Pectinis, ita variebatur perpetuo, ut interea

 dum

dum unus quiſq; Dens præter Lentem ferretur, Colores hi omnes, Rubeus, Flavus, Viridis, Cæruleus & Violaceus, ſemper invicem ſuccederent. Effeci igitur ut Dentes ſinguli præter Lentem ordine ferrentur: Cumq; Motus eorum lentior eſſet, Colores antedicti ordine perpetuo ſuper charta invicem ſuccedere diſtincte videbantur: Verum cum Motus Pectinis adeo celer eſſet factus, ut propter nimiam Colorum prætereuntium velocitatem, ii diſtincte diſcerni & internoſci haud potuerint; colores illi ſinguli in ſpeciem penitus evanuerunt. Utiq; nihil amplius Coloris rubei, nihil flavi, nihil viridis, nihil cærulei, nihil purpurei apparebat; ſed ex permixtione omnium, unus uſquequaq; ſui conſimilis oriebatur Color Albus. Jam quidem Luminis hujuſce, quod ex Colorum omnium Permixtione Album hoc modo videbatur, nulla revera pars alba erat. Una pars rubea erat, alia flava, alia viridis, alia cærulea, alia purpurea; Atq; hæ quidem partes ſuum quæq; Colorem uſq; eo retinent, donec in Senſorium incidant. Siquando hæ partes coloratæ, ſui Impreſſiones in Senſorio adeo lente faciant, ut ſingulæ diſtincte percipi queant; utiq; Colorum ſingulorum ſibi invicem ordine perpetuo ſuccedentium diſtinctus excitatur Senſus: Sin autem hæ Impreſſiones tanta celeritate ſe invicem conſequantur, ut ſingulæ diſtincte percipi non poſſint; utiq; ab univerſis unus communis omnium excitatur Senſus, qui neq; eſt unius duntaxat Coloris, neq; alterius cujuſvis, ſed ex æquo omnium; Isq; eſt Senſus, qui vocatur, Albitudinis. Ex nimia ipſarum invicem ſuccedendi celeritate, Impreſſiones ſingulorum Colorum in Senſorio confuſæ ſunt inter ſe; & ex iſta confuſione, oritur permixtus unus omnium Senſus. Si Carbo candens ſæpius in circulum verſetur ſumma celeritate, utiq; Circulus videbitur totus igneus: Cujus

jus quidem rei cauſa hæc eſt; quod Senſus, quem Carbo, dum eſt in diverſis partibus iſtius circuli, excitat, manet uſq; in Senſorio impreſſus, donec Carbo ſit eodem loci iterum reverſus. Conſimili plane ratione, quum Colores ſe invicem ſumma celeritate conſequantur, utiq; Senſus unius cujuſq; Coloris in Senſorio uſq; eo impreſſus manet, donec Colores omnes ordine tranſierint, iſq; primus color iterum revertatur. Itaq; Colorum omnium invicem ſuccedentium Impreſſiones, Simul in Senſorio ſunt; & conjunctim unum communem omnium Senſum excitant. Adeoq; ex hoc Experimento liquet; commixtas Colorum omnium Impreſſiones, excitare in Nobis Senſum Albitudinis; hoc eſt, Albitudinem compoſitam eſſe ex Coloribus univerſis inter ſe commixtis.

Quod ſi jam ſubmoveatur Pecten, ut Colores omnes uno eodemq; tempore a Lente ad Chartam tranſmittantur, ibiq; inter ſe commiſceantur, indeq; ad Spectatoris Oculum Omnes ſimul reflectantur; utiq; Impreſſiones ipſorum in Senſorio factæ, quoniam jam multo ſubtilius penitiuſq; permixtæ erunt inter ſe, Senſum Albitudinis excitare debebunt multo magis.

Loco Lentis, adhibere licebit bina Priſmata HIK & LMN, quæ refringendo coloratum Lumen in contrarias partes, ac a primo Priſmate id fuerat refractum, efficere poſſint ut Radii jam divergentes convergant deinceps & in G iterum conveniant; quomodo rem in ſeptimo Schemate depictam videre eſt. Etenim quo in loco Radii in unum conveniunt, & permixti ſunt inter ſe; eo in loco Lumen Album conficient, ſicuti quum Lens adhiberetur. *Fig. 7.*

EX-

EXPER. XI.

Fig. 8. Incidat colorata Solis Imago P T in Cubiculi tenebricoſi Parietem, quomodo ſupra in Tertio Experimento Primæ Partis hujus Libri expoſitum eſt; inſpiciaturq; ea Imago per Priſma *abc*, quod parallelum ſit priori Priſmati A B C, cujus Refractione Imago iſta effecta fuerit: ita ut jam, admoto ad oculum ſecundo Priſmate, ea Imago inferior, quam ante, videatur; puta in loco S, ex adverſo Coloris Rubei T. His ita diſpoſitis: ſi jam ad Imaginem iſtam P T propius accedas, utiq; ea oblonga videbitur & colorata in loco S, ſimiliter ac in loco P T: Verum ſi ab ea longius recedas, Colores in loco S contrahentur magis magiſq; in brevitatem, tandemq; plane evaneſcent, Imagine ad S in figuram rotundam plane atq; albam coacta: Quod ſi adhuc longius recedas, colores iterum quidem ſe explicabunt; ſed contrario, ac prius, ordine. Jam quidem Imago illa, quæ eſt ad S, hoc in Caſu alba tum videtur, quum Radii diverſorum generum, qui a diverſis partibus Imaginis P T ad Priſma *abc* convergunt, in hoc poſteriori Priſmate ita refringuntur inæqualiter, ut in tranſitu ſuo ab iſto Priſmate ad Oculum, divergant deinceps ab uno eodemq; puncto Imaginis S, adeoq; poſtea in unum idemq; punctum in fundo oculi incidant, ibiq; inter ſe commiſceantur.

Ad hæc, ſi Pecten inſuper adhibeatur, cujus Dentibus Colores in Imagine P T per vices intercipiantur; utiq; Imago quæ videtur in S, Colores varios ordine, dum Pecten lente movetur in tranſverſum Imagini P T, perpetuo induet. At cum, accelerato Pectinis Motu, Colores ocyus adeo ſibi invicem ſuccedant, ut diſtincte cerni

ni ſinguli haud queant; tum Imago S, confuſo & in unum commixto colorum omnium Senſu, alba apparebit.

EXPER. XII.

Cum Solis Lumen per Priſma ſatis amplum A B C transmiſſum, incideret deinceps in Pectinem X Y proxime poſt Priſma iſtud collocatum; Luminis id, quod per Dentium tranſiret intervalla, ut exciperetur demum Charta alba D E effeci. Dentium Latitudines pares ſimileſq; erant, ac ipſorum intervalla; Denteſq; ſepteni, una cum ſuis intervallis, Uncias ſingulas ſpatio complectebantur. His ita diſpoſitis; ſi jam Charta intervallo circiter duarum triumve Unciarum a Pectine diſtaret; fiebat continuo, ut Lumen per intervalla Dentium tranſmiſſum, totidem faſcias Colorum *k l*, *m n*, *o p*, *q r*, &c. parallelas inter ſe atq; contiguas, nec quicquam Alboris ſibi admixtum habentes, ſuper Charta depictas exhiberet. Atq; hæ quidem Colorum faſciæ, ſiquando Pecten ultro citroq; in tranſverſum identidem moveretur, aſcendere viciſſim atq; deſcendere ſuper Charta videbantur: Si autem Pectinis Motus porro adeo celer eſſet factus, ut Colores ſinguli diſtincte cerni amplius atq; internoſci haud potuerint; utiq; confuſo inter ſe atq; in unum permixto Colorum omnium Senſu, Charta tota alba apparebat. *Fig. 9.*

Finge jam Pectinis Motum ſiſti, Chartamq; a Priſmate longius remotam eſſe: Jamq; futurum erit, ut Faſciæ Colorum ante dictæ, ſeſe extendant continuo atq; dilatent, & ſibi invicem magis magiſque intermiſceantur; eaq; Colorum permixtione inter ſe, dilutiores perpetuo fiant; tandemque, cum Charta & Pecten circiter Pedis unius intervallo, aut paulo plus eo, inter ſe diſtent

diſtent, (puta in loco 2 D 2 E,) Colores univerſi inter ſe penitus commixti in Albitudinem plane abeant.

Quod cum factum ſit; admoto deinceps quovis obſtaculo, intercipiatur id omne Lumen, quod per unum aliquod Dentium intervallum tranſmittebatur; adeo ut Colorum faſcia ea, quæ inde orta erat, jam ſublata ſit: Jamq; videbis Lumen reliquarum faſciarum ſe in faſciæ ſublatæ locum extendere, ibiq; Coloribus ſe induere. Quod ſi Faſcia ea intercepta ut iterum deinde in Chartam, ſicuti prius, incidat permittas; utiq; Colores ipſius, jam in reliquarum faſciarum colores incidentes, eiſq; ſe denuo admiſcentes, efficient ut Albitudo iterum exhibeatur.

Denique, Charta 2 D 2 E jam ad Radios ſibi incidentes valde inclinata ſit; adeo ut Radiorum maxime Refrangibiles copioſius quam cæteri Reflectantur: Jamque Chartæ Albor, propter Radios hoſce nimia portione Lumini Reflexo admixtos, immutabit ſe in Colorem cæruleum & violaceum. Sin autem Charta e contrario eam jam in partem inclinetur, qua fiat ut Radiorum minus Refrangibiles copioſius quam cæteri Reflectantur; utiq; Chartæ albor jam propter iſtos radios nimia portione Lumini Reflexo admixtos, convertetur in colorem flavum & rubeum. Ex quo apparet, Radios diverſos in eo albo Lumine inter ſe commixtos, ſuam tamen quemq; retinere *Colorificam Qualitatem*; qua Radii unius cujuſvis generis, ubicunq; reliquis copioſiores adſint, utique prævalendo inter cæteros atq; dominando, ſuus ut Color ibi exhibeatur efficiunt.

Qua quidem eadem Argumentandi Ratione, ad tertium Experimentum hujus *Partis* applicata, concludi poterit, Colorem illum Album, qui eſt Luminis omnis Refracti jam primum emergentis Color, æque ac fuerat

Inci-

Incidentis; utique ex variis Coloribus Compoſitum eſſe.

EXPER. XIII.

In Experimento jam dicto, Pectinis Dentium intervalla, totidem Priſmatum partes explent; Quippe ſingula intervalla Priſmatibus ſingulis reſpondentia, Phænomenon ſimile exhibent, ac totidem Priſmata feciſſent. Quare Pectinis Dentium loco, Priſmata plura adhibens, conatus ſum ex Coloribus ipſorum permixtis Albitudinem conflare: Idq; effeci, tribus duntaxat Priſmatibus, vel etiam duobus ſolummodo adhibitis; ea, quæ ſequitur, ratione. Duo Priſmata ABC & *abc*, quorum *Fig.* 10.
Anguli Refringentes B & *b* ſint æquales, parallela inter ſe ita collocentur, ut Angulus Refringens B unius Priſmatis, contingat Angulum *c* qui eſt ad Baſin alterius; facieſq; ipſorum CB & *cb*, per quas Radii Emergunt, in directum jaceant. Tum Lumen per Priſmata iſta trajectum excipiatur ſuper charta MN, quæ intervallo circiter octo duodecimve Unciarum a Priſmatibus diſtet. Jamq; Colores ab interioribus binorum Priſmatum extremis B & *c* generati, commiſcebuntur in loco PT, *ibiq;* Albitudinem efficient. Etenim ſi alterutrum horum Priſmatum ſubmoveatur; Colores ab altero generati, apparebunt in loco illo PT: Cum autem prius Priſma iterum in locum ſuum admoveatur, ut Colores ipſius denuo in Colores alterius incidant; utiq; ex Coloribus iſtis inter ſe permixtis, iterum orietur Albitudo.

Succedet etiam hoc Experimentum, uti Ipſe Experiundo intellexi, quum Priſmatis inferioris Angulus *b* paulo *major* ſit quam ſuperioris Angulus B; interq; Angulos *interiores* B & *c*, ſpatii aliquid B*c*, quomodo in Schemate exhibetur, interjectum ſit; facieſq; Refringentes

Q BC

B C & *bc* neq; in directum poſitæ ſint, neq; inter ſe parallelæ. Etenim quo hoc Experimentum ex ſententia ſuccedat, nihil amplius requiritur, quam ut Radii omnium generum uniformiter commixti ſint ſuper Charta in loco P T. Si Radii maxime Refrangibiles a ſuperiori Priſmate provenientes, occupent id omne ſpatium, quod eſt ab M ad P; debebunt Radii ejuſdem generis, ab inferiori Priſmate provenientes, occupare reliquum omne ſpatium quod interjacet inter P & N. Si Radii minime Refrangibiles a ſuperiori Priſmate provenientes, occupent Spatium M T; debebunt Radii ejuſdem generis, ab altero Priſmate provenientes, occupare reliquum omne ſpatium quod eſt a T ad N. Si Radii unius generis eorum, qui ſint mediis Refrangibilitatis gradibus, a ſuperiori Priſmate provenientes, diffuſi ſint per ſpatium M Q; eorumq; aliud genus, per ſpatium M R; aliudq; adhuc genus, per ſpatium M S: utiq; Radii eorundem generum, ab inferiori Priſmate provenientes, debebunt occupare ſpatia reliqua Q N, R N, S N, ſinguli ſingula: Quodq; de his dictum eſt, id de reliquis omnibus Radiorum generibus dictum intelligi oportet. Etenim hoc pacto Radii cujuſq; generis, diſperſi erunt per totum ſpatium M N æqualiter atq; uniformiter; adeoq; uſquequaq; æqua portione commixti, unum eundemq; omni in parte Colorem exhibere debebunt. Quare, cum in exterioribus partibus M P & T N, ex hac Radiorum omnium mixtura color compoſitus ſit Albus; efficitur utique, ut in interiori quoq; ſpatio P T, Colorem Album ſimiliter generari oporteat. Hæc eſt ratio Compoſitionis ejuſce, qua Albitudo in hoc Experimento producta eſt: Et quacunq; mihi alia unquam ratione ſimilis erat facta Compoſitio, ſemper inde nata eſt Albitudo.

Deni-

Denique, ſi Dentibus Pectinis, qui ſint apta magnitudine, Lumina colorata binorum Priſmatum in ſpatium P T incidentia intercipiantur alternis; ſpatium illud P T, cum utiq; lente moveatur Pecten, coloribus ſemper videbitur infectum: Verum ſi Pectinis Motus adeo celer ſit factus, ut Colores ocyus ſibi invicem ſuccedentes, cerni diſtincte ſinguli haud queant; ſpatium id album videbitur.

EXPER. XIV.

Hactenus Albitudinem ex Colorum Priſmatibus generatorum mixtura atq; compoſitione conflavimus: Reſtat ut de Corporum Naturalium Coloribus inter ſe permixtis dicamus. Si igitur Aqua ſapone nonnihil incraſſata, ad Spumas agendas agitata ſit; brevi interjecto Temporis ſpatio, attentius eam Inſpicienti videbuntur Bullularum ſingularum ſuperficies variis undiq; Coloribus interſtinctæ: At qui eam e longinquo adeo aſpiciet, ut Colores ſingulos diſtincte internoſcere haud queat; is totam Spumam ſummo Albore undiq; ex æquo videbit candicantem.

EXPER. XV.

Denique, cum id agerem, ut ex Coloribus, ſive Pulveribus coloratis, quibus Pictores utuntur, inter ſe permixtis, Colorem Album componerem; conſiderabam Pulveres omnes coloratos, magnam partem Luminis, *quo* illuſtrantur, reſtinguere intra ſe atq; delere. Ete*nim ii illa* ipſa de cauſa colorati evadunt, quod Lucem eam, quæ eſt ſuo ipſorum Colore, copioſius reflectant; eam autem, quæ eſt aliis omnibus Coloribus, parcius re-

flectant; Neq; tamen eam ipſam Lucem, quæ eſt ſuo ipſorum ſingulorum Colore, tam copioſe reflectunt, quam faciunt Corpora alba. Si Minium, exempli gratia, & Charta Alba ſimul collocata ſint in Lumine rubeo Imaginis illius coloratæ, quæ in Cubiculo tenebricoſo Priſmatis refractione exhibetur, quomodo in tertio Experimento primæ Partis hujus Libri deſcripſimus; utique Charta Luminoſior videbitur, quam Minium; E qua ſcilicet Radii ipſi rubei copioſius, quam ex ipſo utique Minio, reflectuntur. Quod ſi hæc eadem Corpora in Lumine, quod ſit alio quovis Colore, collocata ſint; Charta Luminoſior Minio, multo etiam jam Magis quam antea, apparebit. Hocq; idem in omnibus Colorum quorumcunq; Pulveribus ſimiliter accidit. Quocirca ex hujuſmodi Pulverum permixtione non expectandum eſt ut oriatur Albor clarus atq; candens, qualis eſt Chartæ Candor; ſed Albitudo obſcura quædam ac nubila, qualem ex Luce ac Tenebris, vel Candido & Nigro permixtis orituram expectes; color nimirum leucophæus quidam aut fuſcus, qualis eſt Color Unguium, Color Murinus, Cineraceus, Lapideus, Color Mortarii, Cæni vel Luti, & Similium. Atq; talem quidem Colorem ſubalbidum obſcuriorem, ex Pulveribus Coloratis inter ſe permixtis ſæpe confeci. Exempli gratia; cum *Minii* portione una, *Viride Æris* quintupla portione commixtum, exhibuit Colorem quendam Murinum. Etenim horum duorum Colorum uterque ita ex aliis ante erat compoſitus, ut in ambobus jam Colorum ineſſet mixtura univerſorum: *Minium* autem, propter Colorem ſuum Luminoſiorem, minori portione quam *Viride Æris* adhibebam. Similiter, *Minium* ſimplici, & *Cæruleum montanum* quadruplici portione permixta, conficiebant Colorem quendam Fuſcum ſub-

pur-

purpuraſcentem ; Qui quidem Color, admixto deinde Compoſito quodam ex *Auripigmento* & *Viridi Æris* certa portione commixtis, deſiit purpuraſcere, & fuſcus plane eſt factus. Verum hoc Experimentum melius ſucceſſit ſine *Minio*, hoc modo. Ad *Auripigmentum* adjeci paulatim *Purpuram* quandam claram atq; luminoſam, qua utuntur Pictores; uſq; eo donec *Auripigmentum* flavum eſſe deſineret, & colore factum eſſet rubeo pallescente: Tum iſtum Colorem ſubrubrum adhuc dilutiorem feci, admiſcendo *Viride Æris* parva portione, & *Cæruleum montanum* paulo majori portione, donec is evaderet leucophæus ſubalbidus Color talis, qui ad nullum ex dictis Coloribus unum magis quam ad alium accederet. Etenim hoc pacto factus eſt Color albus talis, qui Cineres, aut Lignum recens cæſum, aut Cutem humanam albitudine æquaret. *Auripigmentum* plus Luminis, quam alius ullus ex Pulveribus reflexit; ac proinde plus, quam illi, ad Coloris Compoſiti Alborem contulit. Qua proportione hujuſmodi Pulveres commiſceri debeant, accurate definire, difficillimum quidem fuerit; propter inæqualem ejuſdem generis Pulverum bonitatem. At in univerſum unumquemq; Pulverem, pro eo ut Color ipſius magis minuſve clarus luminoſuſq; fuerit, ita ipſum minori majorive portione adhiberi oportebit.

Porro, quandoquidem Colores hi fuſci atque leucophæi generari quoq; poſſunt ex Albis Nigriſq; varie inter ſe permixtis; & conſequenter differunt a vere candidis, non genere Colorum, ſed duntaxat Claritatis gradu: manifeſtum eſt, quo hi Colores plane candidi evadant, nihil amplius requiri, quam ut Lumen ipſorum ſatis augeatur. Similiter, e contrario, ſi hi Colores, adaucto duntaxat ipſorum Lumine, in Candorem

per-

perfectum abſolvi poterunt; conſequens erit, eos eodem eſſe plane Coloris genere, ac candidorum optimos; ab illiſq; nulla alia in re differre, niſi in Luminis ſolummodo Quantitate. Hocq; experiundo probavi, ea, quæ ſequitur, ratione. Mixturarum leucophæarum ſupra memoratarum poſtremam, (eam nempe, quæ ex *Auripigmento*, *Purpura*, *Cæruleo montano* & *Viridi Æris* eſſet compoſita,) Cubiculi Tabulato, qua parte Sol ei per feneſtram apertam colluceret, craſſe illevi; & prope hanc Mixturam, Chartulam albam ejuſdem Magnitudinis, in Umbra collocavi. Tum ad intervallum duodecim octodecimve Pedum retro cedens, ut neq; Pulveris Superficiei inæqualitatem, neq; grumulorum ipſius Umbellas diſcernere potuerim; Pulverem videbam valde albeſcentem, etiam ſupra Chartæ ipſius candorem; maxime ſi Charta, intercepto Nubium Lumine, paulo magis inumbrata eſſet; quo quidem in caſu, Charta, in comparationem Pulveris, colore jam leucophæo videbatur tali, quali antea viſus fuerat Pulvis. Verum ita collocando Chartam, ut Sol ei trans Vitrum in feneſtra colluceat; vel adducendo Feneſtram, ut Sol Pulveri jam trans Vitrum colluceat; vel alia ſimili ratione augendo aut minuendo Lumina, quibus Charta & Pulvis ſint ſeorſum illuſtrata; fieri poterit, ut Lumen quo Pulvis illuminetur, adeo apta proportione fortius evadat Lumine illo, quo illuminetur Charta; ut ambo tandem Albore videantur plane paria. Etenim cum hoc ipſum experirer, Amicum tum forte me Inviſentem pro foribus detinui; & nec quinam eſſent Colores iſti, nec quid Agerem, expoſui; ſed continuo, ex duobus iſtis Coloribus Albis Uter ei melior videretur, & qua in re inter ſe differrent, rogavi: Qui eos ex intervallo iſto attentius aliquantiſper contemplatus, reſpondit, Utrumque ſibi

ſibi Colorem Album ſatis bonum videri; & nec uter eorum melior eſſet, nec qua in re inter ſe differrent, dicere ſe poſſe. Quocirca, quando hic quidem Albor Pulveris in Sole expoſiti, manifeſto Compoſitus erat ex Coloribus iſtis, quos Pulveres illi Simplices (*Auripigmentum*, *Purpura*, *Cæruleum montanum*, & *Viride Æris*) utiq; ante Componendum in eodem Lumine expoſiti habuerunt; omnino fatearis neceſſe eſt, tam ex hoc Experimento, quam ex priori, effici id demum, ut Albor perfectus ex Coloribus inter ſe permixtis Componi poſſit.

Ex iis, quæ dicta ſunt, liquet etiam Solis Luminis Alborem compoſitum eſſe ex Coloribus univerſis, quibus diverſa Radiorum Lumen illud conſtituentium genera, quum ſingulis ſuis Refrangibilitatis gradibus a ſe invicem ſeparata ſint, inficiant Chartam aut quodvis Album corpus in quod incidant. Etenim Colores iſti, (per *Prop.* 2,) ſunt Immutabiles: Et quandocunque Radii illi univerſi, una cum ſuis iſtis Coloribus, iterum commixti ſunt; utiq; id idem Lumen album iterum producunt.

PROP. VI. PROB. II.

In Mixtura Colorum primariorum, data cujuſq; Quantitate & Qualitate, invenire quis ſit futurus Compoſiti color.

Centro O, Semidiametro O D, deſcribatur Circulus A D F; diſtinguaturq; Circumferentia ipſius in Septem partes, D E, E F, F G, G A, A B, B C, C D, quæ ſint proportionales Tonis ſeptem muſicis ſive Intervallis Sonorum octo illorum in Octava, *Sol*, *la*, *fa*, *ſol*, *la*, *Fig.* 11. *mi*,

mi, *fa*, *ſol*; hoc eſt, quæ ſint proportionales numeris $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{9}$. Repræſentet prima pars D E Colorem rubeum, ſecunda E F aureum, tertia F G flavum, quarta G A viridem, quinta A B cæruleum, ſexta B C indicum, & ſeptima C D violaceum. Finge hos eſſe Colores omnes Luminis Simplicis gradatim in ſe invicem deſinentes, quomodo faciunt Colores Priſmate exhibiti: hoc eſt, repræſentet Circumferentia D E F G A B C D totam Seriem Colorum, ab uſq; uno extremo coloratæ Solis imaginis ad alterum, ordine diſpoſitorum; adeo ut a D ad E, ſint omnes gradus Coloris rubei; in E, Color inter rubeum atq; aureum medius; ab E ad F, gradus omnes Coloris aurei; in F, Color inter aureum atque flavum medius; ab F ad G, gradus omnes Coloris flavi; & ſic deinceps. Porro, ſit *p* Centrum gravitatis Arcus D E; & *q*, *r*, *ſ*, *t*, *v*, *x*, Centra gravitatis Arcuum E F, F G, G A, A B, B C & C D comparate: & circa hæc Centra gravitatis deſcribantur Circuli, qui ſint comparate proportionales Radiis ſingulorum Colorum in data Mixtura; hoc eſt, Circulus *p* proportionalis numero Radiorum Rubeorum in data Mixtura; circulus *q*, proportionalis numero radiorum Aureorum in eadem Mixtura; & ſimiliter cæteri. Inveni deinde Centrum gravitatis commune omnium Circulorum iſtorum, *p*, *q*, *r*, *ſ*, *t*, *v*, *x*: Quod quidem Centrum ſit Z: Et per iſtud Z, a Centro circuli A D F, ducta ad Circumferentiam linea recta O Y; locus puncti iſtius Y in illa Circumferentia, oſtendet quis naſciturus ſit Color ex Compoſitione Colorum omnium in data Mixtura; & linea O Z erit proportionalis Largitati ſive Saturitati iſtius Coloris, hoc eſt, oſtendet quantum is diſtet ab Albitudine. Exempli gratia: Si Y incidat in locum medium inter F & G; utiq; Color ex data Compoſitione naſci-

naſciturus, erit Flavus optimus: Si Y declinet de medio ad F vel G verſus; color Compoſitus, erit proinde flavus aureſcens vel virideſcens. Si Z incidat in ipſam Circumferentiam; color erit factus quam poſſit ſumme largus floriduſque: Si incidat in locum medium inter circumferentiam & centrum; color erit dimidio minus ſatur; hoc eſt, color erit talis factus, qualis ex Flavo Largiſſimo Floridiſſimoque, admixto æqua portione Albo, eſſet orturus: Si deniq; Z incidat in ipſum Centrum O; color jam, amiſſa penitus ſaturitate ſua omni, plane Albus erit factus. Verum id hic obſervandum eſt; ſi punctum Z incidat in lineam O D, vel propius ab ea; cum jam Colorum ſimplicium præcipui ſint rubeus & violaceus, Colorem Compoſitum non utiq; futurum ullius ex Coloribus Priſmate exhibitis ſimilem, ſed purpureum rubeſcentem aut ad violaceum accedentem, pro eo ut punctum Z ex hac vel illa parte lineæ D O ad E vel C verſus ceciderit: Et in univerſum, colorem violaceum Compoſitum, quam Simplicem, ſemper magis clarum eſſe atq; igneum. Item, ſi ex Coloribus primariis Duo ſolummodo, qui ſcilicet in iſto Circulo ſibi e diametro invicem ſint oppoſiti, commiſceantur æqua portione inter ſe; punctum Z tum caſurum quidem eſſe in ipſum Centrum O; nec tamen fore, ut Color ex duobus iſtis Compoſitus ſit perfecte Albus, ſed languidus quidam & evanidus Color ſine Nomine. Neque enim unquam efficere potui, ut ex Duobus duntaxat coloribus primariis inter ſe permixtis, color compoſitus plane Albus eſſet futurus. Utrum ex tribus Coloribus, æqualibus interjectis intervallis, in iſta Circumferentia deſumptis, componi poſſit color plane Albus, necne; equidem haud ſcio: Verum ex quatuor aut quinq; inter ſe permixtis, quin id fieri poſſit, nihil dubito. Sed hæ ſunt Curioſitates, quæ parum aut nihil conferant ad intelligenda Naturæ phænomena. Etenim

nim in omnibus Coloribus Albis a Natura productis, ſolet ineſſe permixtio Radiorum omnium generum, & conſequenter Colorum Compoſitio univerſorum.

Ut Regulæ hujuſce Exemplum apponam; finge Colorem componendum ex his, qui ſequuntur, coloribus homogeneis; videlicet, ex coloris Violacei portione 1, Indici portione 1, Cærulei portionibus 2, Viridis portionibus 3, Flavi portionibus 5, Aurei portionibus 6, & Rubei portionibus 10. Portionibus hiſce comparate proportionales deſcribo Circulos *x*, *v*, *t*, *ſ*, *r*, *q*, *p*; hoc eſt, ita ut ſi Circulus *x* ſit 1, Circulus *v* ſit utique 1; Circulus *t*, 2; Circulus *ſ*, 3; & Circuli *r*, *q*, ac *p*, ſint 5, 6, ac 10. Tum invenio Z Centrum gravitatis commune horum omnium Circulorum, & per iſtud Z ducta linea O Y, punctum Y incidit in Circumferentiam inter E & F, paulo propius ab E quam ab F: Unde concludo Colorem ex Simplicibus iſtis compoſitum, futurum eſſe Aureum, ad rubeum paulo propius accedentem quam ad flavum. Præterea invenio lineam O Z paulo eſſe minorem dimidio illius O Y: Unde concludo Colorem huncce Aureum compoſitum, minus aliquanto quam dimidium habere Largitatis ſive Saturitatis illius, quæ eſt Coloris Aurei Simplicis; hoc eſt, Colorem huncce Aureum talem eſſe, qualis oriri debeat ex aureo homogeneo & colore albo bono commixtis inter ſe in proportione lineæ O Z ad lineam Z Y; quæ nimirum proportio, non eſt Quantitatum *Pulverum* Aurei & Candidi commiſcendorum, ſed Quantitatum *Luminis ipſius* quod ab utroq; reflectatur.

Atq; hanc quidem Regulam ſatis accuratam eſſe exiſtimo ad Experimenta agenda, quamvis non ſit Mathematice accurata. Porro autem quam vera ſit ad Senſus judicium, abunde probari poteſt, intercipiendo ad Lentem unum quemvis vel plures Colorum in decimo Ex-

perimento

perimento hujus Partis. Etenim reliqui Colorum non intercepti, ſed ad Focum Lentis progredientes, conficient ibi vel accurate vel quam proxime Colorem talem, qualis ſecundum hanc Regulam ex Permixtione ipſorum oriri debeat.

PROP. VII. THEOR. V.

Colores Omnes in rerum Univerſitate, qui quidem ex Lumine oriantur, & non a Viribus Imaginationis pendeant, ſunt vel Colores Luminum Homogeneorum, vel ex illis Compoſiti; idq; vel accurate, vel quam proxime, ſecundum Regulam in præcedenti Problemate expoſitam.

Etenim Probavimus (*Prop.* 1. *hujus Partis,*) Colorum Varietatem Refractionibus exhibitam, non oriri ex novis Radiorum Modificationibus, inter Refringendum ſcilicet Lumini impreſſis, & a varia Luminis Umbræq; pendentibus Terminatione: in qua quidem Sententia Philoſophi omnes antehac fuere. Probavimus etiam (*Prop.* 1. *primæ Partis,* & *Prop.* 2. *hujus Partis,*) diverſos Radiorum homogeneorum Colores, ſingulos ſingulorum Refrangibilitatis gradibus ſemper reſpondere; iſtoſq; Refrangibilitatis gradus (*Prop.* 2. *primæ Partis,*) non poſſe ullis Refractionibus aut Reflexionibus mutari; & Conſequenter neq; Colores ipſos poſſe mutari. Inſuper autem Probavimus Directo, Refringendo & Reflectendo Lumina homogenea ſeparatim, (*Prop.* 2. *hujus Partis,*) utiq; Colores ipſorum non poſſe mutari. Porro, Probavimus Radios diverſorum generum inter ſe permixtos, & per unum idemq; ſpatium inter decuſſandum tranſeuntes, (*Exper.* 10. *hujus Partis,*) non ibi in ſe mutuo ita agere, ut ſuas invicem Qualitates Colorificas immutent; ſed intermiſcendo Actiones ſuas in

Senſorio, Senſum illic excitare Alium commixtos, ac excitaſſent ſeparati; hoc eſt, Senſum talis Coloris, qui ſit inter proprios ſingulorum Colores medius: Et particulatim, quum Concurſu & Mixtura radiorum Omnium generum, Color Albus generetur; album iſtum (*Prop.* 5. *hujus Partis*) eſſe utiq; permixtionem Colorum illorum Omnium, quos radii ſinguli habuiſſent ſeparatim: Radios nimirum in iſta Mixtura non amittere aut immutare ſuas ſingulorum Qualitates Colorificas, ſed variis ſuis actionibus in Senſorio permixtis univerſis, excitare Senſum Coloris cujuſdam inter Colores ipſorum ſingulos medii; qui color utiq; eſt Albitudo: Eſt enim Albitudo color inter omnes medius; quippe quæ ad omnes indifferenter ſe habeat, & æqua facilitate ſingulis inſici queat: Utiq; Pulvis rubeus cum cæruleo parva portione commixtus, aut cæruleus cum rubeo, non continuo Colorem ſuum amittit; at Pulvis Albus cum quovis Colore commixtus, inficitur continuo ab iſto Colore; & eadem facilitate ab alio quocunq; Colore infici poteſt. Ad hæc Probavimus, ut Solis Lumen ex omne genus Radiis Compoſitum eſſe, ita Alborem Ipſius compoſitum eſſe ex Coloribus radiorum omnium generum; quippe iſti radii, cum ab initio ſuas ſinguli Colorificas Qualitates æque ac Refrangibilitates habuerint, tum eas retineant ſcilicet perpetuo immutabiles, non obſtantibus Refractionibus aut Reflexionibus quibuſcunque: Quandocunq; autem ullum genus Solis Radiorum, ullo pacto (ut Reflexione in Experimentis nono & decimo primæ Partis, aut Refractione ut in omnibus Refractionibus fit,) a reliquis ſeparatum ſit; tum eos Coloribus videri propriis & ſuis. Hæc, inquam, omnia ante Probavimus: Hæcq; omnia ſimul ſumpta id efficiunt, ut Propoſitio, quam jam ponimus, ſatis ſit comprobata. Si enim

enim Solis Lumen compoſitum eſt ex Radiis diverſorum generum, qui ſuos ſinguli congenitos Refrangibilitatis gradus Qualitateſq; Colorificas habent, & non obſtantibus Refractionibus aut Reflexionibus, Separationibus aut Permixtionibus quibuſcunque, ſuas iſtas tamen ſinguli congenitas proprietates perpetuo ſine ulla immutatione eaſdem retinent: utiq; efficitur neceſſario, ut Colores Omnes, qui ſunt in rerum Univerſitate, tales ſint, quales ſemper oriri debeant ex congenitis Qualitatibus Colorificis Radiorum illorum, ex quibus Lumina, per quæ Colores iſti ſub aſpectum veniant, compoſita ſint. Quare, cum Ratio & Cauſa cujuſcunq; Coloris, quæ ſit, requiratur; id duntaxat nobis agendum reſtat, ut conſideremus quo pacto Radii, qui ſunt in Solis Lumine, fuerint vel Reflexionibus vel Refractionibus vel aliis quibuſvis cauſis a ſe invicem ſeparati, vel inter ſe commixti; vel ut alio quovis modo inveniamus quæ genera radiorum, & qua proportione, inſint in eo Lumine, per quod Color iſte exhibetur; & denique, ut ex Problemate noviſſime propoſito intelligamus, quis Color oriri debeat ex Radiis iſtis (ſive Coloribus ipſorum) ea proportione inter ſe commixtis. Cæterum in hoc omni Argumento, cum Colores dico, eos ſemper intelligi Colores velim, qui ex Lumine revera oriantur. Sunt enim qui aliis ex Cauſis Ortum ſuum habeant: Ut quum Imaginationis viribus Colores in Somniis nobis objectos videmus; aut Inſanus ea, quæ non ſunt, videtur ſibi videre; aut percuſſo Oculo, Ignem quis ſibi eliſum videt; aut comprimendo Oculorum Angulum alterutrum, dum acies alio convertatur, Colores videmus Plumæ Pavoniæ lunulam referentes. Ubi hæ aut harum ſimiles cauſæ non interveniunt, Color omnis ſemper reſpondet generi aut generibus Radiorum, ex quibus

Lumen

Lumen Compoſitum ſit; quomodo Ego quidem Experiundo ſemper Comperi, in omnibus illis Colorum Phænomenis, in quæ adhuc inquirere potuerim. In ſequentibus Propoſitionibus Exempla rei hujuſce dabo, ad Phænomena notatu digniſſima explicanda.

PROP. VIII. PROB. III.

Ex Proprietatibus Luminis ſupra expoſitis, explicare Colorum Priſmatibus exhibitorum rationem.

Fig. 12. Sit A B C Priſma, quo refringatur Lumen Solis tranſmiſſum in Cubiculum tenebricoſum per foramen F φ; quod foramen pari fere ſit latitudine, ac ipſum Priſma: Sitq; M N Charta alba, qua Lumen refractum ita excipiatur, ut radii maxime Refrangibiles, ſive violacei extremi, incidant puta in ſpatium P π; radii minime Refrangibiles, ſive rubei extremi, in ſpatium T τ; radii inter indicos & cæruleos medii, in ſpatium Q χ; radii viridium medii, in ſpatium R ρ; radii inter flavos atq; aureos medii, in ſpatium S σ; & reliqua radiorum intermediorum genera, in ſpatia comparate intermedia. Etenim hoc modo ſpatia, in quæ diverſa Radiorum genera adæquate incidant, erunt, propter diverſam generum iſtorum Refrangibilitatem, ordine continuo gradatim deorſum verſus diſpoſita. Jam ſi Charta iſta M N adeo prope a Priſmate diſtet, ut ſpatia P T & π τ ſe mutuo non interſecent; utiq; Intervallum ipſorum T π illuminatum erit omnibus radiorum generibus ea ad ſe invicem proportione, qua e Priſmate primum egrediuntur; & conſequenter id ſpatium, album erit. At ſpatia P T & π τ, ab utraq; parte iſtius T π, non erunt univerſis radiorum generibus illuminata; ideoq; illa videbuntur

buntur colorata. Speciatim, in loco P, quo radii violacei extremi incidunt ſoli, Color debebit eſſe violaceus ſaturatiſſimus: In loco Q, ubi radii violacei atq; indici ſunt commixti, color debebit eſſe violaceus multum accedens ad indicum: In loco R, ubi radii violacei, indici, cærulei, & pars viridium dimidia, ſunt commixti; color (*ex conſtructione Problematis ſecundi*) compoſitus debebit eſſe inter indicum & cæruleum medius: In loco S, ubi radii univerſi, exceptis rubeis atq; aureis, commixti ſunt; color (ſecundum eandem regulam) compoſitus debebit eſſe cyaneus ſive thalaſſinus, ad viridem magis quam ad indicum accedens: Deniq; in ſpatio quod eſt ab S ad T, color iſte cyaneus, magis magiſq; dilutus evaniduſq; factus; ad T demum, ubi Colores univerſi commiſceri incipiunt, deſinet in ipſam Albitudinem.

Similiter, ex altera parte Spatii illius albi T τ: In loco τ, quo radii minime Refrangibiles, ſive rubei extremi, incidunt ſoli; color debebit eſſe rubeus ſaturatiſſimus: In loco σ, ex rubeo atq; aureo commixtis, color compoſitus eſſe debebit rubeus aureſcens: In loco ρ, ex rubeo, aureo, flavo, & parte dimidia viridis, inter ſe permixtis; color compoſitus eſſe debebit inter aureum & flavum medius: In loco χ, ex mixtura omnium Colorum, exceptis violaceo & indico, compoſitus eſſe debebit color ſubflavus, ad viridem magis quam ad aureum deſcendens: Deniq; in eo Spatio quod eſt a χ ad π, color iſte ſubflavus, magis magiſq; languidus evaniduſq; factus; ad π demum, ubi radii omnium generum admiſceri incipiunt, in ipſam Albitudinem deſinet.

Atq; hi quidem Colores ita apparere deberent; ſi utiq; Solis Lumen plane Album eſſet. Verum quia id Lumen ad Colorem ſubflavum accedit; utiq; radiorum flavorum Nimii, qui id Colore ſubflavo inficiunt, com-

mixti

mixti porro cum cyaneo evanido qui eſt inter S & T, efficient ut is Colorem ſubviridem trahat. Jam igitur Colores ordine a P ad τ diſpoſiti, debebunt eſſe violaceus, indicus, cæruleus, ſubviridis languidus, albus, ſubflavus, aureus, rubeus. Ita quidem ex Computatione res ſe habet: Et cuicunq; colores Priſmate exhibitos libuerit oculis intueri, is reapſe hunc eſſe verum Colorum Ordinem experiundo comperiet.

Hi ſunt Colores ex utraq; parte Albi, quum Charta inter Priſma & punctum X, ubi Colores coeunt & albus interpoſitus evaneſcit, collocata ſit. Nam ſi Charta longius adhuc a Priſmate diſtet; utiq; radiorum maxime minimeq; refrangibiles jam in medio Lumine deerunt, & radii reliqui eodem loci inter ſe permixti colorem viridem ſaturiorem quam antea conficient: Similiter flavus & cæruleus minus jam compoſiti, quam antea, erunt facti; & conſequenter magis ſaturi. Atq; hæc quoq; conveniunt cum Experientia.

Quod ſiquis Album aliquod Corpus Nigrore vel Tenebris circundatum per Priſma inſpiciat; utique colorum, quibus id corpus fimbriatum videbitur, ratio eadem erit fere, ac jam diximus; quomodo rem paulo attentius conſideranti facile apparebit. E contrario, ſi aliquod Nigrum corpus circundatum ſit Albo; jam Colores, qui id per Priſma inſpicienti ſe exhibebunt, attribuendi erunt Lumini corporis albi, ſe in Nigri partes diffundenti; Quamobrem & contrario ordine diſpoſiti apparent, ac cum Album corpus circundatum ſit Nigro. Hocq; idem de iis corporibus per Priſma inſpectis intelligendum eſt, quibus partium ſuarum aliæ aliis minus ſint luminoſæ: Etenim in Confinibus partium magis minuſq; luminoſarum, Colores eiſdem de cauſis ſemper oriri debebunt ex majori Lumine partium luminoſiorum;

&

& eodem eſſe genere & ordine, ac ſi partes obſcuriores eſſent nigræ; ſed tamen magis languidi eſſe, ac diluti.

Porro, quod de Coloribus, quos Priſmata exhibeant, dictum eſt; idem facile de Coloribus, quos Teleſcopiorum Microſcopiorumve Vitra, vel etiam Oculi ipſius Humores exhibeant, intelligi poterit. Etenim ſi Vitrum Objectivum Teleſcopii, craſſius ſit ab una parte quam ab altera; vel ſi dimidia pars Vitri, vel dimidia pars pupillæ oculi, corpore aliquo opaco obtegatur: utiq; id Vitrum Objectivum, vel ea ipſius pars, oculive pupillæ pars, quæ non ſit obtecta; conſiderari poterit ut Cuneus lateribus curvis: Omnis autem Cuneus e vitro, vel ex alia ulla materia pellucida, eundem, ac Priſma, in refringendo Lumine inter tranſmittendum, effectum obtinet.

Denique Colores in Experimentis nono & decimo Primæ Partis hujus Libri, quemadmodum e diverſa Luminis Reflexibilitate oriantur; ex iis, quæ ibi dicta ſunt, ſatis quidem eſt manifeſtum. Verum notatu dignum eſt in Nono Experimento, tamdiu dum directum Solis Lumen eſt ſubflavum, nimiam radiorum cæruleorum in Reflexo Luminis Radio M N admixtam portionem, ad id duntaxat valere, ut Color iſte ſubflavus in albidum ſubcæruleum convertatur, non autem ut is colorem plane cæruleum induat. Quo igitur is Colorem cæruleum meliorem traheret; uſus ſum, loco ſubflavi Luminis Solaris, Lumine albo Nubium; variato nonnihil, quomodo infra ſequitur, illo Experimento. *Par.* I. *Fig.* 21.

EXPER. XVI.

Sit *H* F G Priſma in aperto Aere collocatum; & S oculus Spectatoris, Inſpicientis Nubes per Lumen ipſarum, *Fig.* 13.

S

ſarum, quod ingrediatur in Priſma per faciem planam F I G K, in eoq; reflectatur a Baſi H E I G, indeque per faciem planam H E F K egrediatur ad Oculum. Quum Priſma & Oculus convenienter locati ſint, ut Anguli Incidentiæ & Reflexionis ad Baſin ſint circiter quadragenum graduum; utiq; Spectator videbit Arcum cæruleum M N, ab uno uſq; Baſis extremo ad alterum pertingentem; cujus quidem Arcus pars concava Ipſi obverſa videbitur; & Baſis Pars I M N G, quæ erit ultra iſtum Arcum, Luminoſior videbitur, quam ejuſdem pars citerior E M N H. Profecto Arcus iſte cæruleus, quum manifeſto nulla alia ex cauſa oriatur, quam e Reflexione Superficiei Specularis; adeo mirum videtur ac ſingulare Phænomenon, & cujus adeo nulla ratio ex vulgaribus Philoſophorum Hypotheſibus afferri poſſit; ut non potuerim, quin id notatu & explicatu digniſſimum exiſtimarem. Jam igitur ut hujus rei cauſam ac rationem intelligamus; finge Priſmatis Latera plana & Baſin, planitie A B C ad perpendiculum interſectas. Ab Oculo ad Lineam B C, qua Planities iſta Baſin Priſmatis interſecat, ducantur Lineæ S *p* & S *t*, ita ut fiant Angulus S *p* C graduum $50\frac{1}{9}$, & Angulus S *t* C graduum $49\frac{1}{28}$: Eritq; jam punctum *p* terminus ultra quem nulli Radiorum maxime Refrangibilium tranſmitti per Baſin Priſmatis & Refringi poſſint; eorum utique, quorum Incidentia talis ſit, ut ad Oculum Reflecti queant: Similiter, punctum *t* erit terminus ultra quem nulli radiorum minime Refrangibilium tranſmitti queant per Baſin; quorum utiq; Incidentia talis ſit, ut ad Oculum Reflecti poſſint: Et punctum *r*, in medio inter *p* & *t*, erit ſimiliter terminus Tranſmiſſionis Radiorum mediocriter Refrangibilium. Quamobrem Omnes Radii minime Refrangibiles, incidentes in Baſin ultra *t*, hoc eſt,

eſt, inter *t* & B; qui quidem inde ad Oculum Reflecti queant; reflectentur utiq; ad Oculum: At citra iſtud *t*, hoc eſt, inter *t* & C, multi iſtorum Radiorum tranſmittentur per Baſin. Similiter Omnes Radii maxime Refrangibiles, incidentes in Baſin ultra *p*, hoc eſt, inter *p* & *B*; qui quidem inde ad Oculum Reflecti queant; reflectentur utiq; ad Oculum: At citra iſtud *p*, hoc eſt, inter *p* & C, multi iſtorum Radiorum tranſmittentur per Baſin & Refringentur. Idemq; ſimiliter intelligendum eſt de Radiis mediocriter refrangibilibus, ex utraq; parte puncti *r*. Ex quo efficitur, Baſis Priſmatis partem eam, quæ inter *t* & B interjaceat; totali Radiorum omnium generum Reflexione ad Oculum, albam atq; claram videri debere: E contrario autem, quæ ejus pars inter *p* & C interjaceat; eam, ex Tranſmiſſu multorum omne genus Radiorum, magis pallidam, obſcuram, tenebroſamq; videri oportere: At in *r*, omniq; in parte inter *p* & *t*; ubi Omnes Radii maxime Refrangibiles reflectuntur ad Oculum, multi autem minime Refrangibilium tranſmittuntur; nimiam utiq; Radiorum maxime Refrangibilium admixtam Lumini reflexo portionem, inficere debere id Lumen ſuo Colore, hoc eſt, violaceo & cæruleo. Hocq; idem evenit, quacunq; in parte Baſis, inter extrema H G & E I, capiatur linea C *p r t* B.

PROP. IX. PROB. IV.

Ex proprietatibus Luminis ſupra expoſitis, explicare Arcus cæleſtis Colorum rationem.

Hic Arcus nunquam videtur, niſi cadente pluvia, & ſimul fulgente Sole. Repræſentari autem poteſt etiam Arte, jaciendo Aquam in ſublime, quæ in guttulas diſ-

perſa, in modum pluviæ, decidat. Etenim Solis Radii in hujuſmodi guttulas incidentes, ſemper Arcum exhibent Spectatori apta poſitione inter Solem & Pluviam collocato. Unde hodie convenit inter Omnes, Arcum iſtum Refractione Luminis Solaris in guttulis pluviæ cadentis effici. Intellexerunt hoc etiam Antiquorum nonnulli: Inter recentiores autem plenius id Invenit uberiuſq; explicavit celeberrimus *Antonius de Dominis* Archiepiſcopus *Spalatenſis*, in Libro ſuo *De Radiis Viſus & Lucis*, quem ante annos amplius viginti ſcriptum, in lucem tandem edidit Amicus ſuus *Bartolus*, *Venetiis* Anno 1611. In eo enim Libro oſtendit Vir celeberrimus, quemadmodum Arcus Interior, binis Refractionibus Radiorum Solis, ſinguliſq; Reflexionibus inter binas iſtas Refractiones intervenientibus, in rotundis pluviæ guttis effingatur; exterior autem Arcus, binis Refractinibus, biniſq; itidem Reflexionibus interjectis, in ſimilibus aquæ guttis efficiatur. Suamq; Is explicandi rationem Experimentis comprobavit, in Phiala aquæ plena, & Globis vitreis aquæ plenis, in Sole collocatis; quo duorum Arcuum iſtorum Colores, in illis ſe exhiberent contemplandos. Porro, eandem Explicandi rationem perſecutus eſt *Carteſius* in Meteoris ſuis; eamq; quæ eſt de Arcu exteriori, inſuper emendavit. Verum cum hi Scriptores veram Colorum originem non intelligerent; neceſſe erit hanc materiam paulo adhuc ulterius proſequi. Ut clarius igitur intelligamus, quemadmodum *Fig.* 14. Arcus cæleſtis efficiatur; eſto globus B N F G, Centro C & Semidiametro C N deſcriptus, pluviæ utiq; gutta, vel aliud quodvis corpus perlucidum globoſum: Sit porro A N unus ex Radiis Solis, incidens in globum iſtum ad N, indeq; refractus ad F; ubi vel exeat e globo refractus ad V, vel reflectatur ad G; ibiq; iterum vel

vel exeat refractus ad R, vel reflectatur ad H; ubi tandem exeat refractus ad S, radiumq; incidentem ſecet in tranſverſum in Y: Produc jam A N & R G, donec coeant in X; & ſuper A X & N F, demitte perpendiculares C D & C E; & produc C D, donec incidat in Circumferentiam ad L: Denique, parallelam Radio incidenti A N duc diametrum B Q; ſitq; Sinus Incidentiæ ex Aere in Aquam, ad Sinum Refractionis, ut I ad R. Jam ſi fingas punctum Incidentiæ N moveri & ferri gradatim a puncto B ad uſq; punctum L; utiq; Arcus Q F augebitur primo, & deinde minuetur; & ſimiliter Angulus A X R, quem continent radii A N & G R: iſteq; Arcus Q F & Angulus A X R maximi tum erunt facti, cum N D ſit ad C N, ut $\sqrt{II-RR}$ ad $\sqrt{3RR}$; quo in Caſu N E erit ad N D, ut 2 R ad I. Præterea Angulus A Y S, qui continetur radiis A N & H S, minuetur primo, & deinde augebitur: minimus autem tum erit factus, cum N D ſit ad C N, ut $\sqrt{II-RR}$ ad $\sqrt{8RR}$; quo in Caſu N E erit ad N D, ut 3 R ad I. Similiter Angulus quem Radius proximus Emergens, (hoc eſt, radius poſt tres Reflexiones Emergens,) continet cum radio incidente A N, veniet tum ad Terminum ſuum, cum N D ſit ad C N, ut $\sqrt{II-RR}$ ad $\sqrt{15RR}$; quo in Caſu N E erit ad N D, ut 4 R ad I. Porro, Angulus quem Radius adhæc proximus Emergens (hoc eſt, radius poſt quatuor Reflexiones Emergens,) continet cum radio incidente A N, veniet tum ad Terminum ſuum, cum N D ſit ad C N, ut $\sqrt{II-RR}$ ad $\sqrt{24RR}$; quo in Caſu N E erit ad N D, ut 5 R ad I. Et ſimiliter in infinitum: Numeris nimirum 3, 8, 15, 24, &c, collectis continua additione terminorum arithmeticæ progreſſionis, 3, 5, 7, 9. Quorum quidem omnium Veritatem, facile expendent intelligentq; Mathematici.

Jam

Jam obſervandum eſt; ſicuti quum Sol ad Tropicorum alterutrum accedat, dierum longitudo per aliquod Temporis Spatium parvis admodum portionibus augetur vel minuitur; ita hoſce Angulos, quum (augendo diſtantiam C D) ad Terminos ſuos perveniunt, Quantitatem ſuam aliquandiu variare parva admodum portione; ideoq; radiorum in omnia puncta N Quadrantis B L incidentium, multo majorem numerum emergere debere prope Terminos horum Angulorum, quam in aliis ullis Inclinationibus. Obſervandum eſt præterea, futurum ut Radii, qui Refrangibilitate inter ſe differunt, diverſos habeant Terminos Angulorum ſuorum Emerſionis; & conſequenter, pro diverſis Refrangibilitatis gradibus, Emerſio ipſorum copioſiſſima in diverſis Angulis fiat; adeoq; ipſi a ſe invicem ſeparati, ſuum ſinguli Colorem proprium exhibeant. Iſti autem Anguli qui ſint, ex præcedenti Theoremate facili computatione colligi poterit.

Etenim in Radiis minime Refrangibilibus, Sinus I & R (quomodo ſupra comperimus) ſunt 108 & 81: Unde, poſito Calculo, Angulus maximus A X R invenietur graduum 42, 2′; & Angulus minimus A Y S, graduum 50, 57′. In Radiis autem maxime Refrangibilibus, Sinus I & R ſunt 109 & 81: Unde, poſito Calculo, Angulus maximus A X R invenietur graduum 40, 17′; & Angulus minimus A Y S, graduum 54, 7′.

Fig. 15. Finge jam O eſſe Oculum Spectatoris, & O P lineam parallelam Radiis Solis; Sintq; P O E, P O F, P O G, P O H, Anguli graduum 40, 17′; 42, 2′; 50, 57′; & 54, 7′ reſpective: Jamq; hi Anguli circum Latus ſuum commune O P circumacti, deſcribent reliquis ſuis lateribus O E, O F; O G, O H; margines duorum Arcuum A F B E & C H D G. Etenim ſi E, F, G, H, ſint Guttæ

Guttæ collocatæ ubivis in Superficiebus Conicis deſcriptis a lineis O E, O F, O G, O H ; & illuminatæ Radiis Solis S E, S F, S G, S H : utiq; Angulus S E O, cum ſit æqualis Angulo P O E, ſive graduum 40, 17′ ; erit maximus Angulus, in quo Radii maxime Refrangibiles poſſint poſt unam Reflexionem refringi ad Oculum ; Et proinde Guttæ omnes in linea O E emittent ad Oculum radios maxime Refrangibiles copioſiſſime ; eoq; pacto Senſui Colorem violaceum ſaturatiſſimum illo in loco exhibebunt. Simili ratione, Angulus S F O, cum ſit æqualis Angulo P O F, ſive graduum 42, 2′ ; erit utiq; maximus, in quo Radii minime Refrangibiles poſſint poſt unam Reflexionem emergere e guttis ; Et proinde Guttæ in linea O F emittent ad Oculum Radios Iſtos copioſiſſime ; eoq; pacto Senſui Colorem rubeum ſaturatiſſimum illo in loco exhibebunt. Porro, eadem Argumentandi ratione, Radii qui ſint intermediis Refrangibilitatis gradibus, emittentur copioſiſſime e guttis inter E & F ; & Senſui exhibebunt Colores intermedios eo ordine, qui Refrangibilitatis ipſorum gradibus reſpondeat ; hoc eſt, in progreſſu ab E ad F, ſive ab interiori parte Arcus ad exteriorem, Colores hoſce ordine exhibebunt, violaceum, indicum, cæruleum, viridem, flavum, aureum, rubeum : Verum enimvero Color violaceus, propter admixtum Lumen album Nubium, evanidus videbitur & ad purpureum accedens.

Rurſum, Angulus S G O, cum ſit æqualis Angulo P O G, ſive graduum 50, 57′ ; erit utiq; minimus Angulus, in quo radii minime Refrangibiles poſſint poſt binas Reflexiones emergere e guttis ; Quare Guttæ in linea O G emittent ad Oculum radios minime Refrangibiles copioſiſſime ; eoq; pacto Senſui Colorem rubeum ſaturatiſſimum illo in loco exhibebunt. Similiter Angulus

gulus S H O, cum ſit æqualis Angulo P O H, ſive graduum 54, 7′; erit utiq; minimus Angulus, in quo Radii maxime Refrangibiles poſſint poſt binas Reflexiones emergere e guttis; Quare Guttæ in linea O H emittent ad Oculum Radios Iſtos copioſiſſime; eoq; pacto Senſui Colorem violaceum ſaturatiſſimum illo in loco exhibebunt. Eademq; Argumentandi ratione, Guttæ in mediis partibus inter G & H, Senſui exhibebunt Colores intermedios eo Ordine, qui Refrangibilitatis ſuæ gradibus reſpondeat; hoc eſt, in progreſſu a G ad H, ſive ab interiori parte Arcus ad exteriorem, Colores hoſce ordine exhibebunt, rubeum, aureum, flavum, viridem, cæruleum, indicum, violaceum. Denique, cum hæ quatuor lineæ O E, O F, O G, O H, qualibet in parte Superficierum Conicarum ſupra memoratarum ſitæ eſſe poſſint; utique quod de Guttis & Coloribus in iſtis lineis dictum eſt; id de Guttis & Coloribus in omni parte iſtarum Superficierum ſimiliter dictum intelligi oportet.

Atq; hoc pacto efficti erunt duo Arcus Colorati; interior ac clarior, una Reflexione intra Guttas facta; & exterior ac dilutior, binis Reflexionibus: Etenim Lumen unaquaq; Reflexione fit languidius perpetuo. Porro Arcuum iſtorum Colores contrario erunt ordine diſpoſiti inter ſe: Color enim Rubeus utriuſq; Arcus, continens erit utrinq; Spatio G F inter duos Arcus interjacenti. Arcus interioris Latitudo E O F, in tranſverſum Coloribus dimenſa, erit gradus 1, 45′; Exterioris Latitudo G O H, 3, 10′; Arcuumq; inter ſe diſtantia G O F, 8, 55′; Maxima nimirum Semidiametro interioris, hoc eſt, Angulo P O F, exiſtente 42, 2′; & minima Semidiametro exterioris P O G, 50, 57′. Hæ ſunt Menſuræ Arcuum, ita utiq; futuræ, ſi Sol eſſet unum duntaxat punctum.

punctum. At enim Solis globi latitudine latitudo Arcuum augebitur, eorumq; diſtantia inter ſe minuetur, dimidio gradu. Jamq; Latitudo Arcus interioris erit 2, 15′; Latitudo exterioris, 3, 40′; Diſtantia ipſorum inter ſe, 8, 25′; Maxima Semidiameter Arcus interioris, 42, 17′; & minima exterioris, 50, 42′. Atque hæ quidem revera Arcuum in Cælo reperiuntur Menſuræ quam proxime, quando Colores ipſorum clari atq; perfecti videntur. Quondam enim, qua tum accideret ut potuerim ratione, dimenſus ſum maximam ſemidiametrum Arcus interioris, eamq; comperi graduum circiter 42; Eodemq; tempore Latitudinem Colorum rubei, flavi, & viridis, in eodem Arcu, comperi eſſe Minutorum 63 vel 64; præter extremum Colorem rubeum evanidum, claritate Nubium circumjacentium obſcuratum, in quem tria vel quatuor Minuta amplius annumerari poterunt: Latitudo coloris cærulei erat circiter 40 Minutorum amplius; præter violaceum, qui claritate Nubium circumjectarum ita erat obſcuratus, ut ejus latitudinem dimetiri non potuerim: Verum poſito quod latitudo cærulei ſimul & violacei, æqualis ſit latitudini rubei, flavi, & viridis ſimul itidem ſumptorum; erit jam tota hujus Arcus Latitudo, graduum 2¼, ut ſupra. Minimum intervallum, quo Arcus interior exteriorque inter ſe diſtarent, erat circiter graduum 8, 30′. Exterior Arcus latior erat, quam interior; verum adeo evanidus, præſertim a cærulea ſui parte, ut latitudinem ejus diſtincte dimetiri haud potuerim. Alio tempore, cum ambo Arcus diſtinctiores apparerent, dimenſus ſum latitudinem Arcus interioris, graduum 2, 10′: Eratq; latitudo Colorum rubei, flavi, & viridis, in exteriori Arcu; ad latitudinem eorundem Colorum in interiori; ut 3 ad 2.

Hæc Arcus cæleſtis phænomena explicandi ratio confirmatur adhuc amplius Experimento illo notiſſimo, quod *Antonius de Dominis* & *Carteſius* excogitarunt. Suſpenſus nempe in Sole globus vitreus aquæ plenus, inſpiciendus eſt tali in poſitu, ut radii a globo ad Oculum pervenientes, contineant cum Solis radiis Angulum vel 42 vel 50 graduum. Etenim quum iſte Angulus erit factus graduum 42 vel 43, Spectator (puta ad O) videbit Colorem rubeum clarum in ea parte globi, quæ erit a Sole averſa; quomodo repræſentatur ad F: Sique iſte Angulus paulo minor factus fuerit, (puta deprimendo globum ad E,) videbuntur continuo alii colores, flavus, viridis, & cæruleus ex ordine, in eadem parte globi. Verum quum iſte Angulus erit factus graduum circiter 50, (puta attollendo globum ad G,) videbitur tum color rubeus in ea parte globi, quæ erit Soli obverſa; Siq; Angulus iſte adhuc major factus fuerit (puta attollendo globum ad H,) color ille rubeus convertet ſe in alios colores, flavum, viridem, & cæruleum ex ordine. Porro rem eandem expertus ſum, intuendo globum immotum, attollendo autem interea vel deprimendo Oculum, vel aliter eum movendo, prout opus erat facto; donec Angulus ante dictus, juſta magnitudine eſſet conſtitutus.

Audivi narratum, Lumen Candelæ Refractum Priſmate ad Oculum, ita ſe habere, ut cum Color cæruleus incidat in Oculum, Spectator videat tum in Priſmate rubeum; cumq; rubeus incidat in Oculum, tum is cæruleum videat. Quod quidem ſi verum eſſet; utique Colores in Globo antedicto, & in Arcu cæleſti, ordine contrario, quam experimur, apparere deberent. Verum Errorem hunc inde ortum puto, quod, cum Colores Luminis Candelæ valde ſint languidi, difficile ſit

diſ-

diſcernere quinam Colores in Oculum incidant. Etenim Ipſe Obſervavi interdum e contrario, in Solis Lumine a Priſmate refracto, Spectatorem ſemper eum Colorem in Priſmate videre, qui incidat in Oculum. Idemq; etiam in Lumine Candelæ, verum eſſe comperi. Cum enim Priſma lente moveatur e Linea, quæ directo a Candela ad Oculum ducta ſit; color rubeus primum videtur in Priſmate, deinde cæruleus; ac proinde uterq; tum videtur, cum incidat in Oculum: Nam Color rubeus primo ſuper Oculum tranſit, deinde cæruleus.

Lumen quod binis Refractionibus ſine ulla Reflexione per Guttas pluviæ tranſmittitur, fortiſſimum videri debet intervallo circiter 26 graduum a Sole, & langueſcere gradatim utroque, prout intervallum iſtud vel augeatur vel minuatur. Idemq; dictum intelligi debet, de Lumine per Grandinem globoſam tranſmiſſo. Quod ſi Grando, quomodo ſæpe evenit, compreſſa ſit aliquantum atq; planior facta; utiq; Lumen tranſmiſſum adeo forte evadere poterit intervallo paulo minus 26 graduum, ut circum Solem aut Lunam *Halo* ſive Coronam effingat: Quæ porro *Halos*, quoties grando apta ſit figura, colorata eſſe poterit; Tumq; intra rubea erit facta, radiis minime Refrangibilibus; & cærulea extra, radiis maxime Refrangibilibus; Præſertim ſi Grandinis particulæ habeant forte in Centris ſuis opacos Nivis globulos, qui Lumen intra *Halo* intercipientes, (quomodo *Hugenius* obſervavit,) efficere poſſint ut interior ipſius pars diſtinctius, quam alioqui futurum eſſet, definita ſit. Etenim hujuſmodi Grandinis particulæ, quamvis globoſæ, tamen terminando Lumen incluſa ſua nive, exhibere poterunt *Halo* rubeam intra, & Coloris expertem extra; atq; etiam obſcuriorem, intra rubeam ſui partem, quam extra; uti plerumq; fieri ſolet. Etenim ex radiis qui

 proxime

proxime nivem præterferuntur, rubei refringentur minime; adeoq; ad Oculum in lineis directiſſimis pervenient.

Lumen, quod e pluviæ gutta poſt duas Refractiones & tres pluresve Reflexiones egreditur, vix ſatis forte eſt ad Arcum efficiendum, qui ſub Senſum cadat. At in glaciei particulis illis cylindraceis, quarum ope *Hugenius* rationem *Parheliorum* explicat, poterit fortaſſe Senſu percipi.

PROP. X. PROB. V.

Ex proprietatibus Luminis ſupra expoſitis, explicare Colorum in Corporibus Naturalibus permanentium Rationem.

Iſti Colores hinc oriuntur, quod a certis Corporibus Naturalibus certa Radiorum genera reflectuntur reliquis omnibus copioſius, & ab aliis alia. *Minium* reflectit radios minime Refrangibiles, ſive Rubeos, copioſiſſime; atque inde Rubrum videtur. *Violæ* reflectunt radios maxime Refrangibiles copioſius; indeq; ſuum habent Colorem: Et ſimiliter cætera Corpora omnia. Omne Corpus reflectit Radios, qui ſunt ſuo ipſius Colore, copioſius quam reliquos; & Colorem ſuum inde trahit, quod Radii iſti in Reflexo Lumine prævaleant ac dominentur.

EXPER. XVII.

Etenim ſi in Luminibus Homogeneis, qualia per Problema in Quarta Propoſitione primæ Partis hujus Libri expoſitum obtineri poterunt, collocentur Corpora diverſorum Colorum; invenies, ſicuti Ipſe Expertus ſum, Omne Corpus in eo ſemper Lumine, quod ſit ſuo ipſius

ipſius Colore, clariſſimum & luminoſiſſimum videri. *Cinnabaris* in Lumine Rubeo Homogeneo, maxime reſplendet; in Lumine Viridi, manifeſto fit minus ſplendens; in Cæruleo, etiam adhuc minus. *Indicum* in Lumine violaceo-cærulo, fulgentiſſimum eſt; Fulgor autem iſte, prout id inde pedetentim per Lumen Viride & Flavum tranſvehatur ad Rubeum, minuit ſe gradatim. *Porrum* Lucem viridem praſinam præcipue, deinde autem cæruleam quoq; & flavam, ex quibus Viridis componitur, fortius reflectit quam Colores reliquos rubeum & violaceum. Et ſimiliter cætera Corpora omnia. Verum quo hujuſmodi Experimenta evidentiora fiant, talia Corpora oportebit adhiberi, quæ ſint Coloribus clariſſimis & ~~ſplendent~~iſſimis; Atq; etiam Bina hujuſmodi corpora inter ſe comparari oportebit. Exempli gratia; Si *Cinnabaris* & *cæruleum Cyprium* ſive *ultramarinum*, vel alius quivis Color cæruleus floridus & largus, in Lumine Rubeo Homogeneo ſimul conferantur; utiq; utrumq; videbitur rubeum; At *Cinnabaris* quidem Colore rubeo videbitur Claro, Largo & Splendentiſſimo; ~~*cæruleum Cyprium*~~ autem, rubeo ~~nubilo, fuſco & perobſcuro~~: Sin hæc eadem Corpora deinceps in Lumine Cæruleo Homogeneo ſimul conferantur; utiq; utrumque videbitur jam cæruleum; At *cæruleum Cyprium* quidem Colore cæruleo videbitur Claro, Largo & Splendentiſſimo; *cinnabaris* autem, cæruleo ~~languido, fuſco & perobſcuro~~. Quo quidem Experimento clariſſime, ſine omni dubitatione, evincitur; lumen rubeum multo utiq; copioſius a *Cinnabari* reflecti, quam a *cæruleo Cyprio*; & lumen cæruleum multo copioſius a *cæruleo Cyprio*, quam a *Cinnabari*. Idem autem Experimentum non ſine optato eventu capi poterit etiam in *Minio* & *Indico*, vel binis aliis quibuſvis Corporibus coloratis; ſi

modo

modo illud, quam non ex æquo Forte vel Languidum ſit utriuſque naturale Lumen atq; Color, rationis habeatur.

Porro autem, ut Corporum naturalium Colorum ratio ex hiſce Experimentis evidens eſt atq; manifeſta; ita uberius inſuper confirmatur, (adeo ut res nullam amplius dubitationem habeat,) ex duobus primis Experimentis primæ Partis hujus Libri; quibus quidem Experimentis probavimus in iſtiuſmodi Corporibus, Lumina reflexa quæ Coloribus inter ſe differunt, ea itidem Refrangibilitatis gradibus differre inter ſe. Etenim inde manifeſtum eſt, alia corpora radios magis refrangibiles, alia minus refrangibiles, reflectere copioſius.

Atq; hanc quidem eſſe non veram ſolummodo, ſed & ſolam quoq; horum Colorum rationem, adhuc amplius inde apparere poterit, quod Color Luminis Homogenei non poſſit Corporum naturalium Reflexione ullo modo immutari.

Etenim ſi Corpora naturalia nequeunt Reflexione ſua Colorem ullius generis Radiorum ne quidem quicquam omnino immutare; utiq; ea corpora non poſſunt ulla alia de cauſa apparere colorata, quam quia radios illos reflectant, qui vel natura eo ſint Colore quem Ipſa exhibent, vel qui aliqua ſui permixtione eum conficere debeant.

Verum in hujuſmodi Experimentis capiendis, cavendum eſt diligenter, ne Lumen non ſit ſatis perfecte Homogeneum. Si enim Corpora illuminaveris Coloribus vulgaribus Priſmate exhibitis; videbuntur ea jam neq; ſuo ipſorum Colore, qualem interdiu & in aprico exhibent; neq; Colore qui eſt Luminis jam ſibi immiſſi; ſed Colorem aliquem referent inter utrumq; medium; uti Ipſe experiundo comperi. Exempli gratia; Minium

Lu-

Lumine Viridi Ordinario Priſmatibus exhibito illuminatum, neq; rubeum videbitur neq; viride; ſed aureum aut flavum, vel Coloris alicujus inter flavum & viridem medii, pro eo ut Viride Lumen, quo id illuminatum ſit, magis fuerit minuſve Compoſitum. Etenim ex una parte; quoniam Minium, quum illuminatum ſit Lumine Albo, in quo omnia radiorum genera ex æquo commixta ſunt, Rubeum videtur; in Viridi autem Lumine omnia radiorum genera non ſunt ex æquo commixta; utiq; radii flavi, virides, & cærulei, qui in iſto Viridi Lumine jam ſuper Minium Incidente inſunt nimia portione, efficere debebunt ut iidem Radii in Reflexo etiam Lumine adeo prævaleant, ut id, cum rubeum eſſe deberet, jam colorem ipſorum ſubviridem trahat: Ex altera autem parte: quoniam Minium radios rubeos reliquis omnibus copioſius, pro ratione Numeri ipſorum in Lumine incidente, reflectit; & deinceps aureos atq; flavos; utiq; iſti radii in Lumine Reflexo majorem jam proportionem ad totum illud Lumen habebunt, quam habuerant ad Lumen Viride Incidens; ac proinde efficient ut Lumen illud Reflexum, cum Viride eſſe deberet, jam Colorem ipſorum ſubrubrum trahat. Atq; hoc quidem pacto Minium neq; rubeum videbitur, neq; viride; ſed colore aliquo inter utrumq; medio.

In Liquoribus ita coloratis, ut tamen ſint pellucidi, obſervandum eſt Colorem una cum craſſitudine ipſorum variari ſolere. Exempli gratia; Liquor rubeus in Vitro Conico inter Lucem & Oculum collocatus, prope a fundo, ubi tenuior eſt, colore flavo videtur pallido ac diluto; paulo ſuperius autem, ubi craſſior eſt, colorem aureum induit; qua parte adhuc craſſior eſt, rubeum; qua deniq; craſſiſſimus eſt, colorem rubeum ſaturum atq; preſſum. Etenim exiſtimandum eſt, iſtiuſmodi

di Liquorem intercipere radios indicos & violaceos facillime; cæruleos, difficilius; virides, adhuc difficilius; rubeos, omnium difficillime: Quod ſi igitur Craſſitudo Liquoris ea ſit duntaxat, qua Radiorum violaceorum indicorumq; ſatis multi intercipiantur, nec tamen de reliquorum numero multum diminuatur; tum utique ex reliquis iſtis (*per Prop. 6. hujus Partis*) colorem componi debere pallidum flaveſcentem: Verum ſi Liquoris Craſſitudo tanta ſit facta, ut cæruleorum quoq; radiorum plurimos intercipiat, etiam & viridium nonnullos; tum utique ex reliquis colorem componi debere aureum: Cumq; porro Liquor iſte eo craſſitudinis excreverit, ut etiam maximam partem radiorum viridium intercipiat, flavorum quoq; aliquammultos; tum utiq; ex reliquis oriri oportere Colorem rubeſcentem; Qui deniq; color rubeus, pro eo ut radii flavi atq; aurei (augendo adhuc Liquorem in craſſitudinem) magis magiſq; intercipiantur, largior perpetuo ſaturatiorq; fieri debeat; donec pauci admodum radiorum, præter rubeos ſolos, demum tranſmitti poſſint.

Atq; hujus quidem generis eſt Experimentum, quod mihi nuper retulit D. *Halleius*; qui cum, die quodam inſolato, in Mare ſe ad ingentem uſq; aquarum altitudinem in Vaſe ad Urinandum comparato ſubmerſiſſet, obſervavit ſuperiorem partem Manus ſuæ, cui Sol per aquas ſuperiores ad altitudinem multarum orgyiarum incumbentes, perq; parvam feneſtram vitream in Vaſe infixam, directo tum collucebat, colore roſeo ſibi viſam eſſe; aquam autem infra ſe, & inferiorem Manus ſuæ partem, illuſtratam Lumine ab aqua inferiori Reflexo, virides eſſe viſas. Etenim hinc colligi poteſt, aquam marinam reflectere radios violaceos & cæruleos facillime, rubeos autem liberrime & copioſiſſime ad ingentem uſq;

alti-

altitudinem tranſmittere. Nam hoc quidem pacto Directum Solis Lumen, in ingenti utiq; aquarum altitudine, propter radios rubeos numero prævalentes, rubeum videri oportebit; & quo major fuerit aquarum altitudo, eo largior ac ſaturior color iſte rubeus eſſe debebit: Reflexi autem inferne radii cærulei, virides, & flavi, copioſius multo quam rubei; etiam in ea aquarum altitudine, quo radii violacei vix penetrant omnino; colorem viridem exhibeant neceſſe eſt.

Jam ſi duo Liquores, coloribus largis ſaturatiſque, puta rubeo & cæruleo, ea quantitate in craſſitudinem, qua Colores ipſorum juſtam ſaturitatem habeant, inſpiciantur; quamvis uterq; eorum ſatis tranſlucidus ſit ſeorſum, tamen ambo non erunt conjunctim tranſlucidi. Si enim per unum horum Liquorum radii rubei ſoli tranſmittantur, & cærulei ſoli per alterum; utiq; per utrumq; tranſmitti poterunt plane nulli. Hoc Caſu & fortuito expertus eſt D. *Hookius* in Cuneis vitreis, liquoribus rubeo & cæruleo plenis; magnamq; ei admirationem movit improviſus & inopinatus rei eventus; cujus quippe cauſa tum prorſus incognita eſſet; Quo equidem magis Experimento Ejus fidem habeo, quamvis Ipſe id non iteraverim: Verum quicunq; hujus rei experimentum iterum capere velit; ei diligentiſſime illud in primis erit agendum, ut Liquores ſint Coloribus bonis admodum & ſaturatis.

Exiſtimandum eſt autem, dum Corpora fiunt colorata, Reflectendo aut Tranſmittendo hoc vel illud genus Radiorum copioſius quam cæteros; utiq; intercipere ea & reſtinguere intra ſe Radios illos quos neq; Reflectunt neq; Tranſmittunt. Etenim ſi Aurum in bracteas tenuiſſimas ductum, collocetur inter Oculum & Lucem; lux per id cærulea videbitur, vel viridis: Quare Aurum

di Liquorem intercipere radios indicos & violaceos facillime; cæruleos, difficilius; virides, adhuc difficilius; rubeos, omnium difficillime: Quod ſi igitur Craſſitudo Liquoris ea ſit duntaxat, qua Radiorum violaceorum indicorumq; ſatis multi intercipiantur, nec tamen de reliquorum numero multum diminuatur; tum utique ex reliquis iſtis *(per Prop. 6. hujus Partis)* colorem componi debere pallidum flaveſcentem: Verum ſi Liquoris Craſſitudo tanta ſit facta, ut cæruleorum quoq; radiorum plurimos intercipiat, etiam & viridium nonnullos; tum utique ex reliquis colorem componi debere aureum: Cumq; porro Liquor iſte eo craſſitudinis excreverit, ut etiam maximam partem radiorum viridium intercipiat, flavorum quoq; aliquammultos; tum utiq; ex reliquis oriri oportere Colorem rubeſcentem; Qui deniq; color rubeus, pro eo ut radii flavi atq; aurei (augendo adhuc Liquorem in craſſitudinem) magis magiſq; intercipiantur, largior perpetuo ſaturatiorq; fieri debeat; donec pauci admodum radiorum, præter rubeos ſolos, demum tranſmitti poſſint.

Atq; hujus quidem generis eſt Experimentum, quod mihi nuper retulit D. *Halleius*; qui cum, die quodam inſolato, in Mare ſe ad ingentem uſq; aquarum altitudinem in Vaſe ad Urinandum comparato ſubmerſiſſet, obſervavit ſuperiorem partem Manus ſuæ, cui Sol per aquas ſuperiores ad altitudinem multarum orgyiarum incumbentes, perq; parvam feneſtram vitream in Vaſe infixam, directo tum collucebat, colore roſeo ſibi viſam eſſe; aquam autem infra ſe, & inferiorem Manus ſuæ partem, illuſtratam Lumine ab aqua inferiori Reflexo, virides eſſe viſas. Etenim hinc colligi poteſt, aquam marinam reflectere radios violaceos & cæruleos facillime, rubeos autem liberrime & copioſiſſime ad ingentem uſq; alti-

altitudinem tranſmittere. Nam hoc quidem pacto Directum Solis Lumen, in ingenti utiq; aquarum altitudine, propter radios rubeos numero prævalentes, rubeum videri oportebit; & quo major fuerit aquarum altitudo, eo largior ac ſaturior color iſte rubeus eſſe debebit: Reflexi autem inferne radii cærulei, virides, & flavi, copioſius multo quam rubei; etiam in ea aquarum altitudine, quo radii violacei vix penetrant omnino; colorem viridem exhibeant neceſſe eſt.

Jam ſi duo Liquores, coloribus largis ſaturatiſque, puta rubeo & cæruleo, ea quantitate in craſſitudinem, qua Colores ipſorum juſtam ſaturitatem habeant, inſpiciantur; quamvis uterq; eorum ſatis tranſlucidus ſit ſeorſum, tamen ambo non erunt conjunctim tranſlucidi. Si enim per unum horum Liquorum radii rubei ſoli tranſmittantur, & cærulei ſoli per alterum; utiq; per utrumq; tranſmitti poterunt plane nulli. Hoc Caſu & fortuito expertus eſt D. *Hookius* in Cuneis vitreis, liquoribus rubeo & cæruleo plenis; magnamq; ei admirationem movit improviſus & inopinatus rei eventus; cujus quippe cauſa tum prorſus incognita eſſet; Quo equidem magis Experimento Ejus fidem habeo, quamvis Ipſe id non iteraverim: Verum quicunq; hujus rei experimentum iterum capere velit; ei diligentiſſime illud in primis erit agendum, ut Liquores ſint Coloribus bonis admodum & ſaturatis.

Exiſtimandum eſt autem, dum Corpora fiunt colorata, Reflectendo aut Tranſmittendo hoc vel illud genus Radiorum copioſius quam cæteros; utiq; intercipere ea & reſtinguere intra ſe Radios illos quos neq; Reflectunt neq; Tranſmittunt. Etenim ſi Aurum in bracteas tenuiſſimas ductum, collocetur inter Oculum & Lucem; lux per id cærulea videbitur, vel viridis: Quare Aurum

ſolidum intromittit in ſe radios cæruleos; eoſq; ultro citroq; reflexos aliquandiu intra ſe, intercipit tandem atq; reſtinguit penitus; dum radios flavos reflectit extra, ipſumq; adeo videtur flavum. Quo autem modo Bracteæ aureæ, flavæ videntur Lumine reflexo, & cæruleæ tranſmiſſo; aurum autem ſolidum, omni ex parte, omniq; in poſitu Oculi, ex æquo flavum: eodem fere modo, certi ſunt Liquores, ut *Ligni Nephritici* Infuſio; & certa etiam Vitri genera; quæ unum genus Luminis tranſmittunt copioſius, aliud autem genus reflectunt; eoq; pacto coloribus variis, pro vario Oculi atq; Luminis poſitu, videntur. Quod ſi Liquores vel Vitra iſta, adeo craſſa ac Solida eſſent facta, ut nullum omnino Lumen per ea tranſmitti poſſet; equidem nihil dubito, (quamvis nondum quidem Expertus hoc affirmare queam,) quin ea, ſimiliter ac alia omnia corpora opaca, uno eodemq; Colore in omni Oculi poſitu eſſent apparitura. Etenim Opaca ipſa corpora omnia colorata, cum (quantum Ego quidem Obſervare potuerim) lucem tranſmittere poſſint, ſi modo ſatis tenuia facta ſint; utiq; perlucida ſunt quodam modo, & gradu duntaxat pelluciditatis differunt a Liquoribus pellucidis coloratis; Quippe & hi Liquores, æque ac Corpora illa, nimia craſſitudine evadunt opaci. Porro, Corpus perlucidum, quod cujuſvis Coloris videatur Lumine tranſmiſſo; poterit etiam ejuſdem Coloris videri, Lumine reflexo; ita videlicet, ſi Lumen iſtius Coloris reflectatur a poſteriori Corporis ſuperficie, vel ab Aere qui eſt ultra eam. Tumq; Color iſte reflexus diminui poterit, & fortaſſe vaneſcere; augendo Corpus ipſum in Craſſitudinem, & induendo id a tergo Pice, ad cohibendam ſuperficiei ejus poſterioris Reflexionem; ut Lumen adeo ab ipſis corporis particulis reflexum prævaleat,

leat, &, quo Colore ſe inde tinxerit, oſtendere poſſit. Utiq; tali in Caſu, crediderim Colorem Luminis Reflexi alium facile futurum, ac Tranſmiſſi. Verum unde tandem fiat, ut Corpora & Liquores colorata, reflectant alia genera radiorum, alia autem intromittant vel tranſmittant; id in ſequenti Libro dicetur. In hac Propoſitione ſatis habebo, illud me ita comprobaſſe, ut res nullam amplius dubitationem habere poſſit; utiq; ejuſmodi Proprietates revera in Corporibus ineſſe, eaq; inde apparere Colorata.

PROP. XI. PROB. VI.

Permixtis inter ſe Luminibus Coloratis, Componere Radium Luminis, qui ſit eodem Colore eademq; Natura, ac Radius directi Luminis Solis; in eoq; Experiri Propoſitionum præmiſſarum Veritatem.

Sit ABC *abc* Priſma, quo Solis Radius in Cubiculum tenebricoſum per foramen F immiſſus, refringatur ad Lentem M N; ſuperq; ea in locis *p*, *q*, *r*, *ſ* & *t*, depingat Colores ſolitos, violaceum, cæruleum, viridem, flavum & rubeum. Radios jam ita divergentes, cogat Refractio hujus Lentis; faciatq; ut iterum convergant ad X; ubi permixtione Colorum illorum omnium inter ſe, Albitudinem, quomodo ſupra expoſitum eſt, conficiant. Tum in X collocetur aliud Priſma D E G *d e g* priori parallelum; quo Lumen id album refringatur ſurſum verſus ad Y. Sint refringentes Priſmatum Anguli, ipſorumq; diſtantiæ a Lente, æquales comparate inter ſe; Ut radii, qui convergebant a Lente ad X, quiq; ibi, abſq; nova Refractione eſſet, futurum erat ut decuſſarentur divergerentq; iterum; refractione jam ſecundi *Fig:* 16.

cundi Priſmatis fiant denuo paralleli inter ſe, nec divergant amplius. Etenim hoc pacto ex radiis iſtis, compoſitus erit iterum Radius Albus X Y. Si Angulus Refringens utriuſvis Priſmatis major fuerit; id Priſma tanto propius a Lente diſtet oportebit. At enim Quando demum Priſmata & Lens apte ſint inter ſe diſpoſita, ita intelliges, ſi obſervabis utrum Radius X Y, qui e ſecundo Priſmate egreditur, ſit ad uſq; extrema ſui latera perfecte planeq; albus, &, interjectis quibuſcunq; a Priſmate intervallis, perfecte & ex omni parte albus, haud ſecus ac directus Solis radius, permaneat necne. Etenim uſq; eo, donec is ita ſe habeat, mutanda erit perpetuo & corrigenda Priſmatum Lentiſq; diſpoſitio inter ſe. Quum autem hæc omnia apte diſpoſita compereris; ſi tum deinceps ope Trabis longioris, qualis in Schemate depicta eſt, vel Tubi, vel alius cujuſvis Inſtrumenti in id comparati, Priſmata & Lens eo in Situ fixa retineantur; poteris exinde in hoc Compoſito Luminis Radio X Y earundem omnium rerum Experimenta capere, quarum hactenus fecimus in directo Solis Lumine. Nam hic Compoſitus Radius eandem habet Speciem, eaſdemq; Omnes omnino proprietates, quantum ego quidem Obſervare potuerim; ac directus Solis Luminis Radius. Porro autem, inter Experimenta in hoc Radio agenda, poteris, intercipiendo quoties libuerit quemvis Colorum *p*, *q*, *r*, *s*, *t* ad Lentem, videre manifeſto quemadmodum Colores in hujuſmodi Experimentis generati, non ſint alii, ſed iidem plane, qui erant radiorum ad Lentem, jam ante quam ii ad hunc Radium conſtituendum convenirent: Et conſequenter Colores iſtos non oriri ex novis Luminis Modificationibus, Refractione ſcilicet & Reflexione ei impreſſis; ſed ex variis duntaxat ſeparationibus ac mixturis radiorum

diorum, congenitas utiq; Qualitates ſuas Colorificas habentium.

Exempli gratia: Quum Lente Uncias 4 ¼ lata, duobuſq; Priſmatibus a Lente utrinq; Pedes 6 ¼ diſtantibus, Compoſitum iſtiuſmodi Radium Luminis confeciſſem: Ut Experirer deinceps quæ eſſet cauſa atq; ratio Colorum Priſmatibus exhibitorum, refregi compoſitum iſtum radium Luminis X Y alio Priſmate H I K *k h*, eoque pacto ſolitos Priſmatis Colores P Q R S T ſuper Chartam L V ultra collocatam projeci; Tumq; intercipiendo quemvis Colorum *p*, *q*, *r*, *ſ*, *t* ad Lentem, obſervabam eundem Colorem ſupra charta L V continuo evaneſcere; Ita, ſi color purpureus *p* intercipiebatur ad Lentem; utiq; purpureus P ſuper charta continuo evaneſcebat; reliqui autem colores permanebant nihil immutati; niſi forte cæruleum excipias, qui eatenus fortaſſe immutaretur, quatenus aliquid purpurei in eo ad Lentem latitans, refractionibus ſequentibus poſtea ſeparari potuerit: Similiter, intercepto ad Lentem colore viridi *r*; utiq; viridis R ſuper charta continuo vaneſcebat; Idemque de cæteris coloribus ſimiliter intelligendum eſt. Ex quo manifeſto apparet; ut Radius Albus X Y compoſitus erat ex diverſis Luminibus ad Lentem varie coloratis; ita colores ex eo poſtea ope novarum Refractionum emergentes, non alios eſſe, quam eos ipſos, ex quibus Albitudo illa compoſita fuerat. Utiq; refractio Priſmatis H I K *k h* generat Colores P Q R S T ſuper charta L V, non immutando colorificas radiorum qualitates, ſed ſeparando radios a ſe invicem, qui eaſdem videlicet qualitates colorificas habebant, jam antequam ad refractum Luminis Albi radium X Y componendum coirent. Etenim alioqui fieri poſſet ut radii, qui fuerant uno quovis Colore ad Lentem, alio forte colore eſſent deinde

inde ſuper charta; Contra, quam Experientia compe-rimus.

Similiter, ut Experirer quæ eſſet Corporum Naturalium colorum Cauſa atq; Ratio; collocabam iſtiuſmodi Corpora in Radio illo Albo Compoſito X Y; Et comperiebam ea omnia ſuos ipſorum colores proprios exhibere tales, quales interdiu in Aprico exhibere ſolent; eoſq; porro colores pendere omnino ex radiis, qui eſſent iiſdem coloribus ad Lentem, jam antequam ad Radium illum componendum coirent. Exempli gratia: Cinnabaris in Radio illo Albo collocata, eodem plane videtur colore rubeo, ac in cælo Aperto poſita; Quod ſi porro intercipiantur ad Lentem Radii virides & cærulei; utiq; Rubor ipſius jam multo clarior atq; largior erit factus: Verum ſi radios rubeos ad Lentem intercipias; utiq; cinnabaris non jam amplius rubea videbitur, ſed viridis vel flava, vel alio quovis colore, pro eo ut hæc vel illa radiorum genera in eam incidere permittas. Similiter, Aurum in Lumine illo Albo X Y, eodem Colore flavo videtur, ac in aprico Lumine diurno: Verum intercepto ad Lentem certo & apto radiorum flavorum numero, æquiparabit id Argentum Albitudine; quomodo Ipſe Experiundo comperi: Ex quo apparet Colorem flavum, quo Aurum tum videtur cum nulli intercepti ſint radii, oriri ex radiis illis flavis redundantibus, qui, cum per Lentem iterum tranſire permittuntur, Albitudinem jam dictam ſuo Colore inficiunt. Sic quoque Ligni Nephritici Infuſio, cum in hoc Compoſito Radio Albo X Y collocata ſit, (uti Ipſe itidem Expertus ſum,) cærulea videtur reflexo Lumine, & flava vel rubea tranſmiſſo; eodem modo ac quum clara diurna Luce & in Sole inſpiciatur: Verum ſi intercipias Lumen cæruleum ad Lentem; utiq; Infuſio illa amittet cæruleum

ſuum

ſuum colorem reflexum; dum tranſmiſſus color rubeus permanebit nihilo minus perfectus; immo, propter ſublatos radios aliquos cæruleos quibus antea dilutus fuerat, etiam ſaturior is ac largior erit factus: E contrario autem, ſi radii rubei atq; aurei intercipiantur ad Lentem; utiq; amittet Infuſio colorem ſuum rubeum tranſmiſſum; dum color cæruleus reflexus permanebit uſque, atq; etiam largior & perfectior erit factus. Ex quo apparet Infuſionem illam, non utiq; ipſam inficere Radios coloribus cæruleo & flavo; ſed tantum tranſmittere copioſius eos, qui erant ante rubei; & reflectere copioſius eos, qui erant ante cærulei. Atq; eodem quidem modo examinari atque probari poterunt aliorum quorumvis Phænomenorum rationes; ſi capiantur Experimenta in hoc Arte compoſito Luminis Radio X Y.

OPTI-

OPTICES

LIBER SECUNDUS.

PARS I.

Obſervationes circa Reflexiones, Refractiones, & Colores corporum Tenuium pellucidorum.

OBſervatum fuit antehac ab Aliis, Corpora pellucida, ut Vitrum, Aquam, Aerem & ſimilia, quum inflando tenſa ſint in pertenues Bullulas, vel alio quovis modo in Lamellas ſummæ Tenuitatis ducta; varios utiq; Colores, pro varia ſua Tenuitate, exhibere; quamvis eadem, quum ſint craſſiora, plane perlucida videantur & Coloris expertia. In priori Libro ſermonem de hujuſmodi Coloribus conſulto abſtinui; quoniam & ipſi difficilioris videbantur Explicatus; neq; intellectu neceſſaria erat ipſorum ratio, ad Proprietatum Luminis eo in Libro expoſitarum Explicationem comprobandam. Verum cum hi ad nova porro Inventa, quibus *Lucis Theoria* perfici atq; abſolvi poſſit, multum queant conferre; maxime quoad Conſtitutionem ac Diſpoſitionem partium, ex quibus Corporum Naturalium Colores vel Pelluciditas pendeant; viſum eſt mihi hoc in loco, quæ de hujuſmodi Coloribus Obſervaverim, paucis exponere. Ut autem brevius atq; diſtinctius abſolvam; pri-

mo

mo Obſervationum ipſarum præcipuas deſcribam; deinde, quid ex eis colligi videatur, & quis in eis *Uſus* eſſe poſſit, exponam. Obſervationes autem meæ, hujuſmodi fuerunt.

OBS. I.

Cum bina Priſmata paulo arctius ad ſe comprimerem invicem, ut latera ipſorum (quæ erant forte aliquantillum convexa) ſe aliqua ſui parte inter ſe contingerent; obſervabam locum, ubi illa contingerent inter ſe, plane & perfecte pellucidum illico eſſe factum; perinde ac ſi Vitrum ibi fuiſſent unum & continuum. Etenim quum Lumen in Aerem iſtum, qui in reliquis omnibus facierum commiſſarum partibus inter bina Priſmata interjaceret, adeo oblique incideret, ut id omne Reflecteretur: utiq; in illa parte, ubi facies eæ ſe contingebant inter ſe, videbatur id omne Tranſmitti: Adeo ut locus ille Contactus, cum *Inſpiceretur*, videretur tanquam macula nigra vel tenebroſa; propterea quod ex illo non, uti ex aliis locis, plurimum Luminis, ſed parum aut nihil, quod quidem Senſu percipi poſſet, reflecteretur: cum autem is *Tranſpiceretur*, tum videretur tanquam Foramen in Aere illo, qui Vitrorum compreſſu in tenuem quandam *inter* binas Priſmatum Facies conformatus eſſet lamellam: Per quod quidem foramen diſtincte perſpici poterant Corpora ultra collocata; quæ per alias Vitrorum partes, ubi aerea lamella interjecta eſſet, cerni omnino non poterant. Porro, quamvis Priſmatum facies eſſent aliquantum convexæ, tamen Macula illa pellucens ſatis erat lata; Quæ utiq; latitudo oriri præcipue videbatur ex eo, quod Vitrorum partes mutuo compreſſu cederent nonnihil introrſum. Etenim comprimendo Priſmata arctius inter ſe; macula illa multo, quam ante, latior erat facta.

O B S. II.

Quum Lamina illa Aerea, convertendo Priſmata circa Axem ſuum communem, adeo parum tandem ad incidentes radios inclinata eſſet facta, ut nonnulli eorum tranſmitti cæperint; oriebantur in ea multi tenues Arcus colorati, qui initio formam Conchoidis fere exprimebant, quomodo eos in primo Schemate depictos videre eſt. Continuando autem Priſmatum Motum, Arcus iſti augebantur perpetuo & incurvabant ſeſe magis magiſq; circa antedictam Maculam pellucentem, donec tandem in Circulos Integros ſive Annulos maculæ iſti circumjectos flexi, contraherent ſeſe deinceps gradatim in parvitatem. *Fig.* 1.

Arcus iſti, cum apparerent primum, colore erant violaceo & cæruleo; interq; eos interjecti erant Arcus circulorum Albi, qui, continuando Priſmatum Motum, ſtatim tingebantur nonnihil ab interioribus ſuis marginibus colore rubeo & flavo, exterioribus autem marginibus confinem habebant cæruleum. Adeo ut Colores ab uſq; Macula in Centro tenebroſa, hoc Ordine tum eſſent diſpoſiti: albus, cæruleus, violaceus; niger; rubeus, aureus, flavus, albus, cæruleus, violaceus; &c. Verum flavus & rubeus multo erant languidiores, quam cæruleus & violaceus.

Continuato adhuc Priſmatum Motu circa Axem ſuum communem, Colores iſti coarctabant ſe magis magiſque, & contrahebant ſeſe utroque in Albitudinem circumjectam, donec tandem in eam penitus evaneſcerent. Tumq; Circuli in iſtis locis Albi Nigriq; videbantur, ſine ullis aliis Coloribus intermixtis. Verum continuando adhuc amplius Priſmatum Motum, Colores iterum ſe ex Albitudine explicabant; violaceus videlicet ac cæruleus ab interiori ipſius margine, ab exteriori autem rubeus ac flavus. Adeo ut Colores ab uſq; Macula centrali, hoc

ordine

ordine jam eſſent diſpoſiti; albus, flavus, rubeus; niger; violaceus, cæruleus, albus, flavus, rubeus; &c. Contra quam prius erant viſi.

O B S. III.

Cum Annuli, vel aliquæ ipſorum partes, Albi ſolummodo & Nigri apparerent; videbantur valde diſtincti, & diſtinctis terminis definiti; eorumq; Nigror non minus intenſus videbatur, quam ipſius Maculæ centralis. Item in Marginibus Annulorum, ubi Colores ex albitudine emergere cæperunt, ſatis erant diſtincti, eoq; ad ingentem uſq; multitudinem ſub aſpectum veniebant. Numeravi nonnunquam amplius triginta Series ſive Ordines, (computando in ſingulas Series Annulum album & nigrum;) atq; etiam plures vidi, quos, quæ erat ipſorum parvitas, numerare non potuerim. Verum in aliis Priſmatum poſitionibus, ubi videlicet Annuli variis coloribus tincti viderentur; haud amplius octo aut novem diſcernere potui; atq; etiam illorum ipſorum exteriores, valde confuſi videbantur atq; diluti.

In hiſce duabus Obſervationibus, quo Annuli diſtincti viderentur, Colorumque omnium, præterquam Albi & Nigri, expertes; eos interjecto aliquo Intervallo inſpici oportere Adverti. Etenim ſi Oculum propius admovebam; tametſi Inclinationem ejus ad planitiem Annulorum nihil omnino immutaveram; emergebat tamen continuo ex Albitudine color ſubcæruleus, qui ſeſe in Annulorum nigra magis magiſq; explicans, effecit ut & Circuli ipſi minus diſtincti evaderent, & Albitudo etiam coloribus rubeo & flavo nonnihil tincta eſſet. Præterea Comperiebam, Inſpiciendo per rimulam ſive fiſſuram oblongam, quæ & Oculi pupilla anguſtior eſſet, & proxime Oculum Priſmatibus parallela teneretur; poſſe me Circulos eo pacto cernere multo diſtinctiores, multoq; etiam majori, quam alioqui, numero, ſub aſpectum venientes.

OBS. IV.

Ut adhuc accuratius obſervarem, quo Ordine hi Colores ex Albis Circulis orirentur, pro eo ut Radii minus minuſq; ad lamellam aeream inclinati eſſent facti; cepi duo Vitra Objectiva; alterum Plano-convexum, ad Teleſcopium quatuordecim Pedum; alterum autem Vitrum amplum & utrinq; convexum, ad Teleſcopium circiter Pedum quinquaginta: Cumq; huic Vitro utrinque convexo, planam faciem alterius ſuperpoſuiſſem; appreſſi ea invicem lenta manu, ut Colores in Circulorum Centro ex ordine emergerent; & deinde Vitrum ſuperius lente de inferiori ſuſtuli, ut Colores eodem in loco itidem ordine evaneſcerent. Color, qui, comprimendo Vitra, noviſſimus in medio Colorum emergeret, videbatur ſemper, cum primum appareret, tanquam Orbis uno fere & conſimili Colore ab uſq; Circumferentia ſua ad Centrum; compreſſis autem arctius Vitris, diffundebat is ſeſe & extendebat perpetuo in Latitudinem quoquoverſus, donec novus aliquis Color in Centro ejus emergeret, adeoq; is in Annulum abiret novo iſti Colori circumjectum. Porro, arctius adhuc compreſſis inter ſe Vitris, Annuli iſtius Diameter augebatur, Orbitæ autem ſive Circuitus ſui Latitudo minuebatur, donec novus iterum Color in Centro antecedentis emergeret: Et ſic deinceps; donec tertius, quartus, quintus, pluresq; novi Colores ibi ex ordine ſimiliter emergerent, & in Annulos abirent Colori intimo circumjectos; quorum utique ultimus eſſet Macula ipſa nigra. E contrario, Vitrum ſuperius lente de inferiori ſublevando, Diametri Annulorum contrahebantur, Orbitarum autem ſuarum latitudo augebatur, donec ſingulorum Colores ad uſq; Centrum ſua quiſque vice pertingerent; Quo quidem tempore, quoniam Coloris ad Centrum exeuntis ſemper ſa-

tis

tis magna erat latitudo, facilius, quam antea, Colorum ſingulorum Speciem diſcernere & diſtincte internoſcere potui. Atque hoc pacto, eorum invicem ſuccedendi Ordinem atq; Quantitatem, illam, quæ jam infra exponetur, eſſe obſervavi.

Maculæ in Centro pellucidæ, ex Vitrorum Contactu ortæ, ſucceſſit proxime color cæruleus, deinceps albus, flavus, & rubeus: Coloris cærulei adeo puſillum erat quod aſpectu perciperetur, ut eum in circulis, quos Priſmata exhibuerunt, diſcernere omnino non potuerim; neq; vero in eo Violacei quicquam diſtincte cernere potui: At flavus & rubeus ſatis erant copioſi; & tantundem ſpatii occupare videbantur, quantum albus; quadruplo autem vel quintuplo tantum, quam quantum cæruleus. Proxima Colorum Series prioribus illis circumjecta, erant violaceus, cæruleus, viridis, flavus & rubeus: Atq; hi quidem Omnes, largi erant & clari; ſi viridem excipias, qui & perexiguus erat, & multo etiam languidior dilutiorq; quam cæteri videbatur: Colorum quatuor reliquorum, violaceus ſpatium minimum occupabat; cæruleus autem minus, quam flavus vel rubeus. Tertia Colorum Series, erant purpureus, cæruleus, viridis, flavus & rubeus: In qua purpureus rubicundior videbatur, quam violaceus in priori Serie: Viridis autem multo magis, quam in priori, conſpicuus erat; utpote reliquos omnes colores, excepto uno flavo, claritate atq; copia æquiparans: At rubeus evanuerat nonnihil, & paulo elutior erat factus; ad purpureum utiq; permultum deſcendens. Quarta Colorum Series, erant Viridis & Rubeus: Viridis copioſus erat admodum atq; floridus, accedens ad cæruleum ex altera parte, ex altera ad flavum: Verum in hac quarta Serie nullus erat violaceus, cæruleus, neq; flavus; Atq; etiam Rubeus valde

im-

imperfectus erat, ac nubilus. Qui porro hiſce ſuccedebant Colores, adhuc magis magiſq; evanidi dilutique videbantur; donec poſt tres vel quatuor deinceps Series, tandem in ipſam plane Albitudinem abirent. Qua forma ac Specie hæ Series tum apparerent, cum Vitra arctiſſime invicem appreſſa eſſent, quo Macula nigra ſe in Cen-
Fig. 2. tro videndam exhiberet; delineatum eſt in ſecundo Schemate: Ubi *a, b, c, d, e: f, g, h, i, k: l, m, n, o, p: q, r: ſ, t: v, x: y, z*; repræſentant Colores ex ordine a Centro numeratos; nigrum, cæruleum, album, flavum, rubeum: violaceum, cæruleum, viridem, flavum, rubeum: purpureum, cæruleum, viridem, flavum, rubeum: viridem, rubeum: cæruleum ſubviridem, rubeum: cæruleum ſubviridem, rubeum palleſcentem: cæruleum ſubviridem, album rubeſcentem.

O B S. V.

Ut Intervallum Vitrorum, ſive Craſſitudo interjectæ lamellæ Aereæ, qua quiſq; Color produceretur, quænam eſſet definirem; dimenſus ſum Diametros ſex priorum Annulorum, qua parte Orbitæ ipſorum lucidiſſimæ eſſent; iſtarumque Diametrorum Quadrata inveni in Arithmetica eſſe Progreſſione numerorum imparium, 1, 3, 5, 7, 9, 11: Quare, cum Vitrorum illorum alterum Planum eſſet, alterum Sphæricum; utiq; Intervalla ipſorum, qua parte Annuli iſti apparebant, in eadem fuerint Progreſſione neceſſe eſt. Dimenſus ſum quoq; Diametros Annulorum nigrorum ſive obſcurorum, Coloribus illis lucidioribus interjectorum; earumq; Quadrata inveni in Arithmetica eſſe Progreſſione numerorum parium 2, 4, 6, 8, 10, 12. Quoniam autem res admodum difficilis eſt, multæq; diligentiæ, hujuſmodi Menſuras accurate & ſine Errore colligere; cepi eaſdem iterum & ſæpius, & in diverſis partibus Vitrorum; ut ex ſingu-

ſingularum reſponſu inter ſe, certum ſcirem Omnium Veritatem. Atq; eadem Methodo in aliis quibuſdam ex ſequentibus Obſervationibus definiendis uſus ſum.

O B S. VI.

Diameter ſexti Annuli, qua parte Orbita ejus lucidiſſima fuit, erat $\frac{58}{100}$ partes Unciæ; Diameter autem Sphæræ, ad quam Vitrum Objectivum utrinq; convexum tornatum fuerat, erat circiter 102 Pedum: Atq; hinc quidem Aeris ſive Aereæ lamellæ Vitris in eo Annulo interjectæ Craſſitudinem collegi. Verum poſtea aliquanto; ſuſpicatus, ne forte Sphæræ Diametri Menſuram haud ſatis accurate in hac Obſervatione collegerim; nec ſatis certo ſciens, utrum Vitrum Plano-convexum vere planum eſſet, an e contrario concavum nonnihil aut convexum ea ſui facie quam ego planam exiſtimaveram; atque etiam metuens ne forte Vitra compreſſerim, uti alias ſæpe quidem feceram, quo ea ſe inter ſe contingerent; (etenim iſtiuſmodi Vitrorum partes mutuo compreſſu facile pandantur atq; introrſum cedunt; eoq; pacto Annuli manifeſto evadunt latiores, quam ſi Vitrorum figura non fuiſſet immutata:) Hæc inquam veritus, Experimentum denuo iteravi; inveniq; Diametrum ſexti Annuli lucidi, eſſe circiter $\frac{55}{100}$ partes Unciæ. Porro autem idem adhuc Experimentum, in alio quoq; Vitro Objectivo Teleſcopii, quod tum forte apud me haberem, iteravi: Erat id Vitrum utrinq; itidem convexum, ad unam eandemq; Sphæram utraq; ſui facie tornatum; ejuſque Focus erat intervallo Unciarum $83\frac{2}{5}$: Unde, poſitis Sinibus Incidentiæ & Refractionis Luminis flavi clariſſimi, ea inter ſe proportione, quæ eſt 11 ad 17; diameter Sphæræ, ad quam Vitrum tornatum erat, invenietur, poſito calculo, Unciarum 182. Id Vitrum vitro plano ita ſuperpoſui, ut macula nigra in medio Annulorum colo-

coloratorum appareret, tametſi Vitra nulla alia preſſura, quam ſuo ipſius Vitri ſuperimpoſiti pondere, compreſſa eſſent. Jamq; diametrum quinti obſcuri Annuli qua potui ſumma cum accuratione dimenſus, inveni eam eſſe $\frac{1}{5}$ Unciæ accuratiſſime. Annulum iſtum dimenſus ſum Circino, in ſuperiori facie Vitri ſuperioris; diſtabatq; a Vitro illo ſuperiori Oculus meus, intervallo circiter octo aut novem Unciarum, ad perpendiculum fere interjecto; eratq; id Vitrum $\frac{1}{6}$ Unciæ craſſum: Unde facile colligitur, veram Annuli inter Vitra interjacentis Diametrum, majorem fuiſſe quam Diametrum ejuſdem in ſuperiori facie Vitri ſuperioris dimenſam, ea aut fere ea proportione, quæ eſt 80 ad 79; & conſequenter veram illam Diametrum fuiſſe $\frac{16}{79}$ Unciæ, veramq; Semidiametrum $\frac{8}{79}$ Unciæ. Jam autem ut Diameter Sphæræ, (182 Unciæ,) ad Semidiametrum quinti illius Annuli obſcuri, ($\frac{8}{79}$ partes Unciæ;) ita hæc Semidiameter, ad craſſitudinem Aereæ lamellæ Vitris in quinto illo Annulo obſcuro interjectæ: Quæ proinde Craſſitudo, fit $\frac{32}{567931}$ ſive $\frac{100}{1774784}$ partes Unciæ; & quinta ejus pars, videlicet $\frac{1}{88739}$ pars Unciæ, eſt Craſſitudo Aeris in primo horum Annulorum obſcurorum.

Adhæc Idem Experimentum rurſus iteravi, in alio Vitro Objectivo utrinq; convexo, & utraq; ſui facie ad unam eandemq; Sphæram tornato. Focus ejus, erat intervallo Unciarum $84\frac{1}{4}$; ac proinde Diameter Sphæræ, 184 Unciæ. Cum id Vitrum, eidem, quo ante uſus eram, Vitro plano ſuperpoſitum eſſet; Diameter quinti Annuli obſcuri, quando Macula nigra in Centro ſine ulla Vitrorum compreſſione manifeſto appareret, erat, Circino ſuper Vitro ſuperiori dimenſa, $\frac{121}{600}$ partes Unciæ; & conſequenter eadem, inter Vitra, erat $\frac{1222}{6000}$: Etenim Vitrum ſuperius, erat $\frac{1}{8}$ Unciæ craſſum; & Oculus meus

diſtabat

diſtabat ab eo, intervallo octo Unciarum. Jam autem ut Diameter Sphæræ, ad dimidium hujus diametri Annuli; ita dimidium hujus diametri Annuli ad $\frac{5}{88850}$ partes Unciæ: Ea igitur eſt Craſſitudo Aeris in hoc Annulo; & quinta ejus pars, videlicet $\frac{1}{88850}$ pars Unciæ, eſt (ut ſupra) craſſitudo Aëris in primo Annulorum obſcurorum.

Rem eandem Expertus ſum, ſuperponendo eadem Vitra Objectiva planis fragmentis Speculorum; invenique eaſdem menſuras Annulorum. Quocirca Menſuras iſtas tanquam vere collectas ac certas aſſumam, donec in Vitris ad Sphæras ampliores tornatis accuratius definiri queant: Quanquam in iſtiuſmodi quidem Vitris majori id erit cura atq; diligentia agendum, ut Vitrum vere atq; accurate Planum eis ſummittatur.

Has Menſuras egi, cum Oculus meus ſupra Vitra ad perpendiculum fere collocatus eſſet; diſtaret autem a Radiis Incidentibus circiter Unciam 1 aut $1\frac{1}{4}$, & a Vitro Uncias octo; adeo ut radii ad Vitrum inclinati eſſent, in Angulo circiter 4 graduum. Unde ex ſequenti Obſervatione intelliges; ſi Radii in Vitra ad perpendiculum incidiſſent; utiq; Aerem in iſtis Annulis *minus* fuiſſe craſſum futurum, ea proportione, quæ eſt *Semidiametri* ad *Secantem 4 graduum*, hoc eſt, in proportione 10000 ad 10024. Diminuantur igitur in hac proportione Craſſitudines antedictæ; & fient $\frac{1}{88952}$ ac $\frac{1}{89063}$, ſive (ut proximo numero rotundo utar) $\frac{1}{89000}$ pars Unciæ. Hæc eſt Craſſitudo Aeris in primo Annulo obſcuro radiis ad perpendiculum incidentibus exhibito, qua parte is Annulus obſcuriſſimus eſt; Et dimidium hujus craſſitudinis, ductum in numeros progreſſione Arithmetica continuos 1, 3, 5, 7, 9, 11, &c, dat craſſitudines Aeris in omnibus Annulis lucidis, qua parte illi lucidiſſimi ſunt;

videlicet $\frac{1}{178000}$, $\frac{3}{178000}$, $\frac{5}{178000}$, $\frac{7}{178000}$, &c; Quorum quidem numerorum Medii Arithmetici, $\frac{2}{178000}$, $\frac{4}{178000}$, $\frac{6}{178000}$, &c. ſunt craſſitudines ipſius in omnibus Annulis obſcuris, qua parte ii obſcuriſſimi ſunt.

OBS. VII.

Annuli tum minimi videbantur, cum Oculus meus in Axe Annulorum ad perpendiculum ſupra Vitra collocatus eſſet. Cum autem eos obliquius intuerer, majores erant facti; & dilatabant ſe perpetuo quaquaverſum, pro eo ut Oculum meum longius ab Axe removerem. Atq; Diametrum quidem unius ejuſdemq; Circuli; partim dimetiendo eam in diverſis Oculi obliquitatibus, partim aliis quibuſdam rationibus, partim etiam adhibendo bina iterum Priſmata ad Menſuras in maximis obliquitatibus colligendas; Diametrum, inquam, unius cujuſvis Circuli, & conſequenter craſſitudinem Aeris in Circuitu ipſius, inveni, in diverſis illis obliquitatibus, proportiones ſibi habere in ſequenti Tabula expreſſas, quam proxime.

Angulus Incidentiæ in Aerem.		*Angulus Refractionis in Aerem.*		*Diameter Annuli.*	*Craſſitudo Aeris.*
grad.	min.				
00	00	00	00	10	10
06	26	10	00	$10\frac{1}{13}$	$10\frac{2}{13}$
12	45	20	00	$10\frac{1}{3}$	$10\frac{2}{5}$
18	49	30	00	$10\frac{1}{4}$	$11\frac{1}{2}$
24	30	40	00	$11\frac{2}{5}$	13
29	37	50	00	$12\frac{1}{2}$	$15\frac{1}{2}$
33	58	60	00	14	20
35	47	65	00	$15\frac{1}{4}$	$23\frac{1}{4}$
37	19	70	00	$16\frac{4}{5}$	$28\frac{1}{4}$
38	33	75	00	$19\frac{1}{4}$	37
39	27	80	00	$22\frac{6}{7}$	$52\frac{1}{4}$
40	00	85	00	29	$84\frac{1}{10}$
40	11	90	00	35	$122\frac{1}{2}$

In duabus prioribus Columnis, exhibentur incidentium & emergentium Radiorum Obliquitates ad lamellam Aeream, hoc eſt, Anguli ipſorum Incidentiæ & Refractionis. In tertia Columna, Diameter Annuli cujuſvis colorati, in iſtis omnibus Obliquitatibus, exprimitur talibus Partibus, quarum decem tum conſtituunt ejuſdem Annuli Diametrum, cum radii ad perpendiculum incidunt. Deniq; in quarta Columna, Craſſitudo Aeris in Circuitu ejuſdem Annuli, exprimitur talibus Partibus, quarum itidem decem tum conſtituunt craſſitudinem illius in ejuſdem Circuitu, cum Radii ad perpendiculum incidunt.

Atq; ex hiſce quidem Menſuris, videor mihi colligere hanc Regulam: Nempe, Craſſitudinem Aeris proportionalem eſſe *Secanti* Anguli, cujus Sinus ſit Certa media proportionalis inter Sinus Incidentiæ & Refractionis. Ea autem media proportionalis, quatenus quidem eam ex his Menſuris definire potuerim, eſt prima ex 106 Arithmeticis mediis proportionalibus inter iſtos Sinus; incipiendo nimirum a Sinu Refractionis, cum Refractio fiat e Vitro in lamellam Aeream; a Sinu Incidentiæ autem, cum Refractio fiat e lamella Aerea in Vitrum.

OBS. VIII.

Macula nigra quoq; in medio Annulorum, augebatur obliquatione Oculi; quanquam vix adeo, ut id Senſu percipi poſſet: Verum ſi loco Vitrorum Objectivorum, adhiberentur Priſmata; dilatabatur ea manifeſtius, cum adeo oblique inſpiceretur, ut nulli Colores ei viderentur circunjecti. Minima tum erat, cum *Radii Luminis* in interjacentem Aerem obliquiſſime inciderent; pro eo autem ut horum obliquitas minueretur, ita illa magis magiſq; augebatur, uſq; dum Annuli colorati apparerent; tumq; iterum minuebatur; verum non tantum, quan-

tum ſe ante dilataverat. Atq; hinc manifeſtum eſt, Maculam illam pellucere, non modo qua parte Vitra ſe inter ſe contingerent plane, verum etiam qua exiguo quodam intervallo diſtarent inter ſe. Nonnunquam Maculam illam ita comparatam obſervavi, ut, cum fere ad perpendiculum inſpiceretur, ~~æquiparaverit diametro amplius, & prope ½~~ diametri exterioris circuitus coloris rubei in prima ſerie ſive ordine colorum; cum autem oblique inſpiceretur, evanuerit penitus, & opaca atq; alba ac reliquo Vitro ſimilis facta fuerit: Unde colligi poteſt, Vitra tum vix, aut ne vix quidem, ſe inter ſe contigiſſe; & Intervallum ipſorum in circuitu Maculæ illius ad perpendiculum inſpectæ, fuiſſe circiter quintam aut ſextam partem Intervalli eorundem in circuitu coloris rubei antedicti.

O B S. IX.

Cum Tranſpicerem bina contigua Vitra Objectiva, obſervabam interjacentem Aerem exhibere Annulos coloratos, Lumine *Tranſmiſſo*, æque ac *Reflexo*. Macula in Centro jam Alba erat; & Colores Ordine inde numerati, erant rubeus flaveſcens; niger; violaceus, cæruleus, albus, flavus, rubeus; violaceus, cæruleus, viridis, flavus, rubeus, &c. Verum Colores iſti valde languidi erant ac diluti, niſi cum Lumen valde oblique per Vitra trajiceretur: Etenim eo pacto, ſatis clari ac floridi videbantur; Attamen primus ille rubeus flaveſcens, etiam adhuc, ſicuti cæruleus in *quarta Obſervatione*, adeo exiguus erat atq; evanidus, ut vix diſcerni potuerit. Quum Annulos hoſce coloratos, Luminis Tranſmiſſu exhibitos, cum illis Reflexione exhibitis compararem; obſervabam Album ex oppoſito reſpondere Nigro, Rubeum Cæruleo, Flavum Violaceo, & Viridem colori Compoſito ex rubeo & violaceo: hoc eſt, partes vitri eas, quæ Inſpicienti

albæ

albæ viderentur, Tranſpicienti videri nigras; & contra: Similiter, quæ partes Inſpicienti cæruleæ viderentur, eas Tranſpicienti videri Rubeas; & contra: Et ſimiliter reliquos omnes Colores. Hoc qui fiat, expreſſum *Fig.* 3. habes in tertio Schemate; ubi AB, CD, ſunt Superficies Vitrorum contiguorum in E; lineæ autem nigræ interductæ, ſunt Superficierum iſtarum Intervalla in Progreſſione Arithmetica: Et Colores ſupra adſcripti, ii ſunt qui Lumine Reflexo videntur; colores autem infra adſcripti, ii qui Lumine Tranſmiſſo.

OBS. X.

Cum Vitra Objectiva ab extremis ſuis marginibus madefeciſſem nonnihil; aqua lente inter ea porro ſubrepſit; eoq; pacto Circuli minores ſunt facti, Coloreſq; languidiores: Adeo ut, dum aqua ultro adrepebat, Circuli dimidii, quo illa primum pervenit, abrupti ab alteris ſuis dimidiis viderentur, & in parvitatem contracti. Circulos hoſce minores in Aqua exhibitos dimenſus, inveni Diametros ipſorum ad Diametros ſimilium circulorum in lamella Aerea exhibitorum, eam fere habere proportionem, quam habent ſeptem ad octo; & conſequenter Intervalla Vitrorum in conſimilibus Circulis Aqua & Aere exhibitis, eſſe inter ſe circiter ut 3 ad 4. Utiq; fieri poteſt, ut Univerſalis ſit Regula iſta: Siquod Medium magis minuſve denſum quam Aqua, inter duo Vitra comprimatur; fore ut Intervalla Vitrorum in Annulis iſto Medio interjacente exhibitis, ſint ad Intervalla eorundem in conſimilibus Annulis interjacente Aere exhibitis, ut ſunt inter ſe Sinus qui metiuntur Refractionem quæ fiat ex iſto Medio in Aerem.

OBS. XI.

Cum Aquæ lamella inter Vitra interjaceret; ſi Vitrum ſuperius varie in margine ſuo apprimerem, quo

Annuli

Annuli ultro citroq; celeriter deferrentur; ſequebatur continuo Centrum ipſorum exigua quædam Macula alba, quæ, prout Aqua circumjecta in locum illum adrepebat, illico evaneſcebat. Specie videbatur tali, atq; etiam Coloribus talibus, quales Aer ibidem inter Vitra interjectus, exhibiturus fuiſſet. Atqui ea non erat Aer: Etenim bullulæ Aeriæ, ſiquæ forte in Aqua ineſſent, non continuo, adrepente Aqua, evaneſcebant. Proinde Reflexio illa, ex ſubtiliori aliquo Medio, quod trans Vitrum recedendo Aquæ adrepenti locum cedere potuerit, orta ſit neceſſe eſt.

OBS. XII.

Hæ mihi Obſervationes factæ ſunt in *Aperta Luce*. Verum, quo adhuc penitius hanc materiam ſpecularer, perſcrutando deinceps quinam eſſent futuri Effectus *Luminis Colorati* in hæcce Vitra Objectiva incidentis; Cubiculo Tenebras induxi: Et inſpexi eadem Vitra illuminata jam Reflexu Colorum Priſmaticorum Chartæ albæ plagula exceptorum; oculo nimirum ita collocato, ut Chartam coloratam in Vitris illis, tanquam in Speculo, poſſem Reflexione conſpicari. Eventus autem Experimenti is erat, ut Annuli jam multo diſtinctiores facti eſſent; & longe etiam majori numero ſub aſpectum venirent, quam in aperta Luce. Vidi aliquando hoc pacto amplius viginti; cum in aperta Luce diurna, haud amplius octo aut novem diſcernere potuerim.

OBS. XIII.

Cum Quendam mihi tum forte Adſiſtentem, Priſma hac illac circa Axem ſuum convertere juſſiſſem; quo Colores omnes ſua quiſq; vice in eam partem chartæ inciderent, quam Ego in ea parte Vitrorum, ubi Circuli apparebant, Reflexione conſpicarer; ut adeo Colores omnes ſua quiſq; vice ex Circulis iſtis reflecterentur ad Oculum

Oculum meum immotum interea permanentem: obſervavi Circulos quos exhibebat Lumen rubeum, manifeſto majores eſſe quam quos exhiberet Lumen cæruleum ac violaceum: Magnaq; voluptate perfuſus, videbam eos dilatare aut contrahere ſe gradatim, pro eo ac Color Luminis immutabatur. Vitrorum Intervallum in quovis Annulorum Luce rubea extrema exhibitorum, ad Intervallum ipſorum in eodem Annulo Luce violacea extrema exhibito, proportionem habebat majorem, quam habent 3 ad 2; & minorem, quam habent 13 ad 8; ſecundum pleraſq; autem Obſervationum mearum, eam, quam habent 14 ad 9. Atq; hæc quidem proportio una eademq; ferme, in omnibus Oculi obliquitatibus, videbatur; Niſi quum, loco Vitrorum Objectivorum, bina iterum Priſmata adhiberem: Tum enim, in magna quadam Oculi obliquitate, Annuli diverſis Coloribus exhibiti æquales videbantur inter ſe; &, in obliquitate adhuc majori, Annuli violaceo Lumine exhibiti majores videbantur, quam iidem Lumine rubeo exhibiti: Refractione Priſmatis videlicet, hoc in caſu, efficiente ut Radii maxime Refrangibiles inciderent obliquius in lamellam Aeream, quam Radii minime Refrangibiles. Hic erat Exitus hujus Experimenti in Lumine Colorato, quod quidem ſatis Forte & Copioſum eſſet quo Annuli ſub Aſpectum venirent. Atq; hinc porro inferri poteſt; ſi Radii maxime minimeq; Refrangibiles ſatis Copioſi ipſi fuiſſent, quo Annuli ſine ulla aliorum Radiorum admixtione ſub aſpectum venire potuiſſent; utiq; proportionem, quæ jam erat 14 ad 9, paulo majorem futuram fuiſſe, puta $14\frac{1}{4}$ vel $14\frac{1}{3}$ ad 9.

OBS. XIV.

Dum Priſma Motu æquabili circa Axem ſuum convertebatur, quo Colores omnes ſua quiſq; vice inciderent

rent

rent in Vitra Objectiva, eoq; pacto efficerent ut Annuli ſeſe contraherent atq; dilatarent ; Contractio vel Dilatatio cujuſq; Annuli, quæ conſequebatur hoc modo Coloris ſui variationem, celerrima erat in colore rubeo, in violaceo lentiſſima, & in intermediis Coloribus celeritate intermedia comparate. Porro, cum id perſcrutarer, *Quanta* eſſet Contractio illa ac Dilatatio in omnibus gradibus uniuſcujuſq; Coloris; inveni maximam eam eſſe in colore rubeo, in flavo minorem, in cæruleo adhuc minorem, & in violaceo omnium minimam : Utq; harum Contractionum ac Dilatationum proportiones quam poſſem accuratiſſime æſtimarem ; obſervabam totam Contractionem aut Dilatationem Diametri cujuſvis Annuli in univerſis gradibus coloris rubei, eſſe ad Contractionem aut Dilatationem Diametri ejuſdem Annuli in univerſis gradibus coloris violacei, circiter ut 4 ad 3, aut 5 ad 4 ; & quum Lumen eſſet coloris medii inter flavum & viridem, tum Diametrum Annuli eſſe quamproxime Mediam Arithmeticam inter maximam Diametrum ejuſdem Annuli in colore rubeo extremo, & minimam Diametrum ejuſdem in extremo colore violaceo ; Contra, quam evenit in Coloribus oblongæ Imaginis Refractione Priſmatis exhibitæ ; ubi color rubeus maxime contractus eſt, violaceus maxime expanſus, & in Medio colorum omnium eſt confinium Viridis ac Cærulei. Atq; hinc id porro videor mihi colligere : craſſitudines Aeris inter Vitra Objectiva interjacentis eo in loco, ubi Annulum exhibent ſua quiſq; vice Limites colorum quinque præcipuorum, rubei, flavi, viridis, cærulei & violacei, (hoc eſt, Limes extremus coloris rubei, Confinium rubei & flavi in medio coloris aurei, Confinium flavi & viridis, Confinium viridis & cærulei, Confinium cærulei & violacei in medio coloris indici, & Limes extremus coloris

vio-

violacei ;) eas, inquam, Aeris craſſitudines, eſſe inter ſe quamproxime ut Sex Chordæ Longitudines, quæ ſonent Notas illas muſicas in Sexta Majori, *ſol*, *la*, *mi*, *fa*, *ſol*, *la*. Verum cum Experimento conveniet aliquanto melius, ſi dicemus, craſſitudines Aeris inter Vitra interjacentis eo in loco, ubi Annulos exhibent ſua quiſq; vice Limites colorum ſeptem, rubei, aurei, flavi, viridis, cærulei, indici & violacei ; eas, inquam, Aeris craſſitudines, eſſe inter ſe ut Radices Cubicæ Quadratorum octo longitudinum Chordæ, quæ ſonent Notas illas muſicas in Octava, *ſol*, *la*, *fa*, *ſol*, *la*, *mi*, *fa*, *ſol*, ; hoc eſt, ut Radices Cubicæ Quadratorum, numerorum 1, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{1}{2}$.

OBS. XV.

Hi Annuli non fuerunt variis Coloribus, ſicuti illi qui in aperta Luce apparuerant ; ſed toti videbantur eo uno colore, qui eſſet in ſe a Priſmate projectus. Præterea, projiciendo colores Priſmate exhibitos in ipſa Vitra Objectiva directo, comperi id Lumen, quod incideret in nigra Annulorum coloratorum interordinia, Tranſmitti utiq; per Vitra ſine ulla Coloris ſui mutatione. Etenim ſuper chartam albam ultra collocatam, depingebat id Lumen Annulos, eodem colore atq; eos qui Reflexi eſſent, magnitudine autem eadem atq; Intervalla reflexorum Annulorum comparate. Atq; hinc manifeſto apparet, quæ ſit horum omnium Annulorum Cauſa atque Origo : Nempe, Aerem inter Vitra interjacentem, pro eo quanta ſit craſſitudine, ita eſſe comparatum, ut Lumen unius cujuſvis coloris aliis in locis reflectat, in aliis tranſmittat, (quomodo rem in quarto Schemate delineatam videre eſt ;) itemq; eodem in loco Lumen uno Colore reflectat, ubi id quod alio ſit colore tranſmittat. *Fig.* 4.

OBS. XVI.

Quadrata Diametrorum Annulorum illorum uno quovis colore Priſmatico exhibitorum, erant in Progreſſione Arithmetica; ſicuti in *Quinta Obſervatione*. Et diameter ſexti Circuli, cum is colore flavo citrino exhiberetur, & fere ad perpendiculum inſpiceretur, erat circiter $\frac{58}{100}$ partes Unciæ, aut paulo minor eo; congruenter *Sextæ Obſervationi*.

Hactenus expoſui quæ Obſervaverim in tenui lamella rarioris Medii denſiore terminati; qualis eſt Aer, vel Aqua, inter bina Vitra compreſſus. Supereſt ut deinceps exponam quæ Obſervaverim in tenuibus lamellis denſioris Medii rariore terminati; quales ſunt laminæ Lapidis Specularis fiſſilis e Muſcovia advecti, Bullulæ aquæ, & alia ſimilia corpora tenuia Aere undique terminata.

OBS. XVII.

Si Aqua Sapone ad Lentorem nonnihil incraſſata, in Bullam tenſa ſit inflando; notum eſt in vulgus, eam poſt parvum temporis ſpatium magna Colorum varietate apparituram. Quominus autem ejuſmodi Bullæ, Aere externo agitarentur; (qua quidem agitatione Colores ipſarum confuſius inter ſe & inordinati huc illuc deferuntur, adeo ut nequaquam accurate obſervari queant;) bullam, ſimul ac ad juſtam magnitudinem tenſa eſſet inflando, ſolebam Scypho vitreo pellucido deſuper impoſito circumtegere: quo pacto Colores ipſius, ordine admodum diſcreto emergebant; cingentes, tanquam totidem Annuli concentrici, bullæ ſummitatem: Qui quidem Annuli, pro eo ut Aqua bullam perpetuo tenuabat ſubſidendo, dilatabant ſe paulatim, & diffundebant ſeſe per totam bullam; deſcendentes ſerie continua a ſummo uſq; ad imum, ibiq; demum ordine evaneſcentes. Interea

terea autem, poſtquam colores omnes in ſumma bulla emerſerant, naſcebatur in Centro Annulorum parva rotunda macula nigra, ſimilis atq; illa in *prima Obſervatione*; quæ porro dilatabat ſe perpetuo, uſq; eo ut nonnunquam amplius $\frac{1}{3}$ vel $\frac{1}{4}$ Unciæ in Latitudinem haberet, antequam Bulla diſrumperetur. Exiſtimaveram primo aſpectu, nullum omnino Lumen ab Aqua inde loci reflexum fuiſſe: Verum poſtea attentius Maculam illam inſpiciens, diſcernebam in ea plures ~~parviores~~ minores maculas rotundas, quæ multo adhuc quam ipſa nigriores videbantur & tenebroſiores: Unde intellexi, eſſe utiq; aliquam Reflexionem illis in locis, quæ minus, quam iſtæ maculæ ~~parviores~~ exiguæ, tenebroſa eſſent: Atq; equidem, Experimentum adhuc ulterius proſequendo, comperi Imagines rerum aliquarum, ut Candelæ aut Solis, non modo in majori macula nigra, verum etiam in illis ipſis parvioribus ac tenebroſioribus maculis in majori illa incluſis inſpectas, Reflexione, quamvis languida admodum, tamen cerni poſſe.

Præter antedictos Annulos coloratos, apparebant etiam ſæpe parvæ aliquæ maculæ coloratæ, ſurſum deorſum, ultro citroq; commeantes in lateribus Bullæ; quæ *utiq;* orirentur ex inæquali quadam craſſitudine Aquæ inter ſubſidendum. Nonnunquam & nigræ quoq; maculæ in bullæ lateribus generatæ, aſcendebant paulatim; tandemq; in majorem illam maculam nigram, quæ eſſet in bullæ vertice, coibant.

O B S. XVIII.

Quoniam Colores harum Bullarum largiores clarioreſq; erant, adeoq; diſcretu etiam faciliores, quam Colores lamellæ Aereæ inter bina Vitra interjectæ; viſum eſt mihi hoc in loco diſtinctius exponere, quonam Ordine hi colores apparuerint & contemplandos ſe exhibuerint;

 quum

quum Reflexione Cæli ſubalbidioris inſpicerentur, corpore aliquo nigro interea ultra Bullam a parte poſteriori collocato. Erat autem is Ordo hujuſmodi: Color rubeus, cæruleus; rubeus, cæruleus; rubeus, cæruleus; rubeus, viridis; rubeus, flavus, viridis, cæruleus, purpureus; rubeus, flavus, viridis, cæruleus, violaceus; rubeus, flavus, albus, cæruleus, niger.

Tres priores Series colorum rubei & cærulei, valde dilutæ erant ac nubilæ; prima præſertim, in qua rubeus videbatur quodammodo ſubalbidus. Et in his quidem Seriebus vix alius ullus erat Color, qui Senſu percipi poſſet, præter rubeum & cæruleum; niſi quod cæruleus, (præcipue in ſecunda Serie,) accedebat nonnihil ad viridem.

In quarta quoq; Serie, Color rubeus dilutus erat ac nubilus; ſed non tantum, quantum in tribus prioribus. Huic ſucceſſit flavi quidem parum aut nihil, ſed viridis ſatis copioſus; qui porro flaveſcebat paululum initio, poſtea autem factus eſt viridis ſaligneus clarus & bonus, & deinde convertebat ſe in colorem ſubcæruleum; ei autem ſucceſſit neq; cæruleus neq; violaceus.

In quinta Serie, color rubeus primum purpuraſcebat valde; poſtea autem factus eſt clarior & floridior, nec tamen admodum purus: Huic ſucceſſit flavus, clarus admodum ac ſaturatus; ſed perexiguus, & qui illico mutabatur in viridem: At viridis iſte copioſus erat; atq; etiam purior aliquanto, ſaturatior, & floridior, quam viridis in priori Serie. Eum conſecutus eſt color cyaneus clariſſimus atq; optimus; deinde purpureus, qui & minor erat cyaneo, & ad rubeum multum acceſſit.

In Sexta Serie color rubeus, coccineus erat; primo clarus admodum ac floridus, poſtea autem etiam adhuc clarior; utique purus & excitatus valde, & Colorum omni-

omnium rubeorum optimus. Huic ſucceſſit color aureus floridus; deinde flavus clarus, largus, ac ſatur; qui erat itidem colorum omnium flavorum optimus; iſq; ſe convertebat primo in flavum ſubviridem, deinde in cæruleum ſubviridem: At viridis iſte, qui inter flavum & cæruleum intervenit, exiguus erat admodum ac dilutus; adeo ut albus viridicatus, potius quam color vere viridis, videretur. Cæruleus, qui proxime ſucceſſit, valde erat bonus; utiq; color cyaneus admodum clarus; aliquanto tamen infra cæruleum in præcedenti Serie. Violaceus porro, ſatur erat ac plenus; haud fere ullo admixto ſibi rubore: quantitate autem minor erat, quam cæruleus.

In ultima Serie color rubeus, coccineus erat in violaceum deſinens; brevi autem factus eſt color clarior, ad aureum accedens. Cui ſuccedens flavus, initio quidem ſatis bonus erat & floridus; poſtea autem dilutior evaſit, donec gradatim in ipſam tandem Albitudinem deſineret. Atq; hæc quidem Albitudo, ſiquando Aqua valde tenax eſſet facta & bene temperata, dilatabat paulatim & diffundebat ſe per maximam partem bullæ; palleſcens interim a Vertice magis magiſque, donec tandem ibi permultas quaſi fiſſuras ageret; quæ utiq; fiſſuræ, prout amplius dilatabantur, colore cyaneo videbantur ſatis quidem bono, obſcuro tamen & fuſco; albitudine interea inter maculas cæruleas aſſiduo minuente, donec Filis irregularis cujuſdam operis reticulati ſimilis eſſet facta, tandemq; plane evaneſceret; tumq; ſuperior bullæ pars omnis, obſcuriori illo colore cyaneo antedicto tincta videbatur. Atq; hic porro Color, ſimiliter ac antecedens Albitudo, dilatabat ſe quoquoverſus deorſum, donec ſe per totam nonnunquam bullam diffuderit. Interea autem a Vertice Bullæ, qui colore cyaneo magis obſcuro

erat

erat quam partes ejuſdem inferiores, quiq; etiam multis rotundis maculis cyaneis adhuc magis obſcuris interſtinctus videbatur; emergebat una plureſve maculæ valde nigræ, atq; intra eas aliæ adhuc nigriores, quas in Superiori ante Obſervatione memoravi: Atq; hæ quidem dilatabant ſe perpetuo, uſq; dum Bulla diſrumperetur.

Si Aqua non valde tenax eſſet, maculæ nigræ inter Albitudinem prorumpebant, ſine ullo coloris cærulei interventu, qui quidem Senſu percipi poſſet. Nonnunquam etiam prorumpebant intra præcedentem flavum, aut rubeum; vel etiam intra cæruleum ſecundi Ordinis; antequam Colores intermedii ſeſe explicandi ſpatium haberent.

Ex hac deſcriptione intelligere poteris, quam valde affines ſint hi Colores Coloribus illis in lamella Aerea generatis, quos in *Quarta* ſupra *Obſervatione* deſcripſimus: Quanquam hi quidem contrario, atq; illi, ordine diſpoſiti ſunt; propterea quod apparere tum incipiunt quando Bulla craſſior eſt, & convenientius numerantur ab infima & craſſiori parte bullæ ſurſum verſus.

OBS. XIX.

Cum Annulos Colorum a Vertice Bullæ emergentes, in variis obliquis Oculi poſitionibus intuerer; obſervabam eos, prout obliquitas illa Oculi augeretur, dilatare ſe ſatis quidem manifeſto; at multo tamen minus, quam dilataverant ſe Annuli in lamella Aerea in *Septima* ſupra *Obſervatione* memorati. Etenim Illi ſe dilataverant eouſque, ut quando obliquiſſime inſpicerentur, pertigerint ad locum in lamella Aerea amplius duodecim partibus craſſiorem quam eum, ubi, cum ad perpendiculum inſpecti eſſent, ſiti fuiſſent viſi: At Hi quidem, cum obliquiſſime in Bulla inſpicerentur, eo ſolum loci pertigerunt,

tigerunt, ubi Craſſitudo Aquæ ad Craſſitudinem ſuam illic, ubi iidem Annuli ad perpendiculum eſſent viſi, proportionem paulo minorem haberet, quam habent 8 ad 5. Utiq; ea proportio, ex optimis Obſervationum mearum, erat inter 15 & 15½ ad 10. Qui quidem horum annulorum Auctus, circiter 24 partibus minor eſt, quam Annulorum in lamella Aerea viſorum.

Nonnunquam Bulla unius & ejuſdem uſquequaque Craſſitudinis erat facta, niſi a Vertice ſuo prope maculam nigram: Id quod ex eo intellexi, quod illa unam eandemq; Totam Colorum ſuorum Speciem atq; Ordinem Oculo in omni Poſitione exhiberet. Atq; hoc quidem in Caſu Colores, qui in extremo ipſius Circuitu per radios maxime obliquos videbantur, alii erant ac qui aliis in locis per radios minus obliquos eſſent viſi. Item una eademq; bullæ pars, diverſis Spectatoribus Colores diverſos exhibebat; cum in diverſis Obliquitatibus inſpiceretur. Jam autem, Obſervando quantum Colores, vel in eiſdem partibus Bullæ, vel in diverſis partibus eadem craſſitudine, mutarentur per varias radiorum Obliquitates; Comperi, ope *Obſervationum* 4^tæ. 14^tæ. 16^tæ. & 18^væ. (quomodo eæ infra erunt explicatæ;) craſſitudinem Aquæ, qua unus idemq; color in diverſis Obliquitatibus exhibeatur, ea quamproxime Proportione eſſe, quam in ſequenti Tabula expreſſam habes.

Inci-

Incidentia in Aquam.		*Refractio in Aquam.*		*Craſſitudo Aquæ.*
deg.	min.	deg.	min.	
00	00	00	00	10
15	00	11	11	$10\frac{1}{4}$
30	00	22	1	$10\frac{4}{5}$
45	00	32	2	$11\frac{4}{5}$
60	00	40	30	13
75	00	46	25	$14\frac{1}{2}$
90	00	48	35	$15\frac{1}{2}$

In duabus prioribus Columnis exhibentur Obliquitates radiorum ad Superficiem Aquæ; hoc eſt, Anguli ipſorum Incidentiæ & Refractionis. Ubi pono Sinus qui metiuntur iſtam Incidentiam & Refractionem, eſſe in numeris integris ut 3 ad 4; quanquam veri quidem ſimile eſt, Vim Refringentem Aquæ, poſſe admixto Sapone eſſe nonnihil immutatam. In tertia Columna, bullæ Craſſitudo, qua quivis unus color in diverſis illis obliquitatibus exhibeatur, exprimitur talibus Partibus, quarum decem tum conſtituant craſſitudinem iſti colori exhibendo aptam, cum radii incidant ad perpendiculum.

Obſervavi aliquando, Colores, qui oriuntur in Chalybe polito, cum is calefiat; vel in Ære Campano, aliiſve Metallis, cum liquefiant & in Terram effuſa ſint, ut in aperto Aere refrigeſcant; mutatos fuiſſe nonnihil, ſicuti Colores Bullarum Aquæ, quum in diverſis Obliquitatibus inſpicerentur; Et ſpeciatim cæruleum ſaturum, ſeu violaceum, cum valde ex obliquo inſpectus eſſet, convertiſſe ſe in colorem rubeum ſaturum. Verum enimvero horum Colorum Mutationes, multo ſunt minores quam Colorum Aqua exhibitorum. Etenim Scoria, ſive pars Metalli vitrificata, quam pleraq; Metalla calefacta vel

vel liquefacta protrudunt perpetuo & in Superficiem ſuam emittunt; quæq; Metallum in modum tenuis cuticulæ vitreæ obtegendo, colores hoſce efficit; multo utiq; denſior eſt, quam Aqua: Invenio autem Colorum Mutationem eam, quæ fiat Obliquatione Oculi, in omni tenui corpore, ut cujuſq; materia denſiſſima eſt, ita minimam eſſe.

O B S. XX.

Quemadmodum in *Nona Obſervatione* Lamella Aerea, ita hic Bulla Aquæ; quem Colorem Reflexione Luminis exhiberet, ejus ſemper contrarium exhibebat Luminis Tranſmiſſu. Exempli gratia: Quum Bulla *Inſpecta*, Luminis Nubium Reflexu, rubea ab extremo ſui circuitu videretur; nubes eodem tempore, vel ſtatim poſt, per Bullam *Tranſpectæ*, colorem cæruleum in eodem ejus circuitu exhibebant: Et e contrario; quum Bulla Reflexo Lumine cærulea videretur, videbatur rubea Tranſmiſſo.

O B S. XXI.

Cum Lapidis Specularis lamellas pertenues, quarum utiq; Tenuitas tanta erat ut eæ Colores ſimiles ac Bulla aquæ exhiberent, madefeciſſem; colores ipſarum debiliores continuo languidioreſq; evadebant; maxime ſi lamellas ea ſui facie, quæ eſſet averſa ab Oculo, madefacerem: Atqui Gradus ſolummodo, non utiq; Genus Colorum, quod quidem ego diſcernere potuerim, immutabatur: Itaq; id, qua Craſſitudine ad certum quemvis colorem producendum debeat eſſe Lamella, ſolummodo ex ſua lamellæ ipſius denſitate, non item ex denſitate Medii circumjacentis, pendet. Atq; hinc, ope *Obſervationum decimæ ac decimæ ſextæ*, inveniri poterit quanta Craſſitudine ſint Bullæ Aquæ, vel Lamellæ Lapidis Specularis, vel alia quævis Corpora, ea ſui parte, qua certum quemvis colorem exhibent.

OBS. XXII.

Tenue Corpus pellucidum, quod ſit denſius Medio ſibi circumjecto, Colores clariores floridioreſq; exhibet, quam id quod Medio ſibi circumjecto fuerit ſimili proportione rarius. Id quod in Aere & Vitro ſpeciatim obſervavi. Etenim cum Vitrum in Lychno fornaceo ad ſummam uſq; tenuitatem inflando tetendiſſem, Lamellæ iſtæ vitreæ Aere circundatæ exhibebant Colores multo utiq; floridiores, quam quos Lamellæ Aereæ binis Vitris interjectæ exhibuerant.

OBS. XXIII.

Cum in id inquirerem, quantum Luminis ex ſingulis Annulis reflecteretur; obſervabam reflecti id copioſiſſime ex Annulis primis ſive intimis, in exterioribus autem gradatim minui ~~atq; deficere~~. Item Albitudinem primi Annuli clariorem eſſe, quam earum ~~Medii tenuioris~~ partium, quæ extra ultimos Annulos jacerent: Id quod manifeſto cernere poteram, Inſpiciendo, paulo majori interjecto intervallo, Annulos inter bina Vitra Objectiva exhibitos; vel conferendo inter ſe duas Aquæ Bullas interpoſito tali temporis ſpatio conflatas, ut ſimul in altera earum conſpiceretur Albor iſte qui Colores omnes ſequeretur, in altera iſte qui omnes præcederet.

OBS. XXIV.

Cum Vitrorum Objectivorum alterum alteri ſuperpoſitum eſſet, ita ut Annuli Colorum apparerent; quamvis nudo Oculo non amplius octo aut novem Annulorum iſtorum diſcernere potuerim, tamen per Priſma Inſpicienti longe major eorum numerus mihi viſus fuit; adeo ut jam amplius quadraginta numerare potuerim, præter alios permultos adeo exiguos atq; denſatos, ut oculorum acies eos diſtincte cernere ac numerare haud potuerit; verum ex ſpatio quod occupabant, eos nonnunquam plus centum

centum eſſe æſtimavi: Atq; equidem credo, Experimentum hocce proſequendo, longe adhuc plures poſſe aliquando diſcerni: Videntur enim reapſe eſſe innumeri, quamvis eatenus tantum ſub aſpectum veniant, quatenus Priſmatis Refractione ſeparari queant; uti infra uberius explicabitur.

Verum enimvero ea Priſmatis Refractione, una tantum horum Annulorum pars, illa videlicet verſus quam Refractio ea fieret, diſtinctior erat facta. Utiq; altera eorum pars confuſior erat facta, quam quum nudo Oculo inſpicerentur; Adeo ut iſta in parte, haud amplius unum aut duos & interdum nullos diſcernere potuerim Annulorum illorum, quorum octo aut novem ipſos etiam nudo Oculo diſcernere potueram. Item Segmenta eorum ſive Arcus, illa ipſa in parte ubi adeo numeroſi videbantur, plerunq; haud excedebant magnitudine tertiam partem Circuli. Porro, ſi Refractio valde eſſet magna, vel Priſma a Vitris Objectivis longius remotum; jam vero etiam horum ipſorum Arcuum partes mediæ, erant itidem factæ confuſæ; adeo ut iſtæ mediæ ipſorum partes evanuerint, in Albitudinem plane abeuntes; interea dum Extremitates ipſorum utræque, itemq; Arcus *ii*, qui longius abeſſent a Centro, Toti, diſtinctiores *Fig.* 5.
quam antea apparerent; ea nimirum ſpecie, quam in Quinto Schemate expreſſam vides.

Arcus hi, quo in loco diſtinctiſſimi videbantur, erant ſolummodo albi & nigri alternis, ſine ullo alio colore intermixto. Verum aliis in locis apparebant Colores: quorum utiq; Ordo Refractione Priſmatis ita erat inverſus, ut ſi Priſma primo proxime Vitra Objectiva manu tenerem, deinde autem id paulatim ad Oculum verſus retraherem; colores ſecundi, tertii, quarti, & ſequentium Annulorum, contraherent ſe proinde gradatim ad

Albitudinem inter Annulos emergentem, uſquedum in eam abeuntes penitus evaneſcerent a *media quidem parte* Arcuum ; & deinceps ordine contrario, iterum inde emergerent : At ab *extremitatibus* Arcuum, Colores ordinem ſuum ſervabant nihil immutatum.

Nonnunquam Vitrorum Objectivorum alterum alteri ita ſuperpoſui, ut ea nudo Oculo conſimilem uſquequaq; exhibuerint Albitudinem, ſine ullo vel minimo Annulorum coloratorum indicio ; & tamen in eiſdem per Priſma inſpectis, ingens Annulorum iſtorum viſa fuerit multitudo. Similiter, Laminæ Lapidis Specularis, & Bullæ Vitreæ in Lychno fornaceo conflatæ, quæ minus tenues fuerunt quam ut in eis ulli colores nudo Oculo cerni poſſent ; tamen per Priſma inſpectæ, ingentem exhibuerunt Colorum hic illic ſine ullo ordine undatim diſpoſitorum varietatem. Deniq; ſimili quoq; ratione, Bullæ Aquæ, antequam nudo Spectatoris Oculo colores exhibere cæperint ; per Priſma tamen inſpectæ, Annulis permultis & ſibi invicem & horizonti parallelis cinctæ fuerunt viſæ : Ad quem quidem effectum obtinendum, oportuit utiq; ut & Priſma horizonti parallelum, vel prope parallelum, teneretur ; & ita inſuper eſſet poſitum, ut Radiorum Refractio fieret ſurſum verſus.

OPTICES

LIBER SECUNDUS.

PARS II.

Conſiderationes ſuper præmiſſis Obſervationibus.

EXpoſitis quæ de Coloribus hiſce Obſervaverim; conveniens erit, antequam Obſervationes iſtas ad Colorum Corporum naturalium Cauſas explicandas accommodem, ipſarum Obſervationum eas, quæ ſint magis Compoſitæ, per Simpliciores, quales ſunt 2da, 3tia, 4ta, 9na, 12ma, 18va, 20ma, & 24ta, prius explanare. Primo igitur, ut inveniatur quomodo Colores in 4ta & 18va *Obſervationibus* producti fuerint; ſumantur in quavis linea recta a puncto Y longitudines YA, YB, YC, YD, YE, YF, YG, YH, ea proportione inter ſe, quam habent inter ſe Radices Cubicæ Quadratorum, numerorum illorum, $\frac{1}{2}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{8}{9}$, 1, quibus repræſentantur Chordæ longitudines quæ ſonent Notas omnes Muſicas in Octava; hoc eſt, ſumantur in proportione numerorum, 6300, 6814, 7114, 7631, 8255, 8855, 9243, 10000. Tum in punctis A, B, C, D, E, F, G, H, erigantur perpendiculares A α B β, *&c.* quorum Intervallis repræſentanda ſit Colorum infra ex oppoſito adſcriptorum amplitudo. Deniq; divide lineam A α ea proportione *Fig.* 6.

tione, quam denotant numeri 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, *&c*, in punctis Diviſionis adſcripti; Perq; iſta puncta Diviſionis, duc a puncto Y lineas 1 I, 2 K, 3 L, 5 M, 6 N, 7 O, *&c*.

Jam ſi finges A 2 repræſentare Craſſitudinem tenuis cujuſvis corporis pellucidi eam, qua Color violaceus extremus copioſiſſime reflectitur in primo Annulo ſive Serie Colorum; utiq; H K, *ex* 13*tia* *Obſervatione*, repræſentabit ejuſdem Craſſitudinem eam, qua Color rubeus extremus copioſiſſime reflectitur in eadem Serie. Item, *ex Obſervationibus* 5*ta* *&* 16*ta*, A 6 & H N denotabunt Craſſitudines eas, quibus iidem Colores extremi copioſiſſime reflectuntur in ſecunda Serie; & A 10 ac H Q, Craſſitudines eas, quibus iidem copioſiſſime reflectuntur in tertia Serie; Et ſic deinceps. Deniq; Craſſitudinem qua quivis Colorum intermediorum copioſiſſime reflectitur, definiet, *ex Obſervatione* 14*ta*, diſtantia lineæ A H a linearum 2 K, 6 N, 10 Q, *&c*, partibus intermediis; quibus videlicet nomina Colorum iſtorum comparate, infra ſunt ex oppoſito adſcripta.

Porro autem, ut latitudinem quoq; horum Colorum in unoquoq; Annulo ſive Serie definiamus; Repræſentet A 1 craſſitudinem minimam, & A 3 maximam, qua color violaceus extremus in prima Serie reflectitur; item repræſentent H I & H L, ſimiles terminos coloris rubei extremi; & colorum intermediorum terminos repræſentent ſimiliter partes linearum 1 I & 3 L intermediæ, quibus videlicet nomina Colorum iſtorum infra ſunt ex oppoſito adſcripta: Et ſic deinceps. Veruntamen hæc ita intelligi oportebit, ut Reflexiones ſemper fortiſſimæ eſſe ponantur in Spatiis mediis 2 K, 6 N, 10 Q, *&c*; indeq; gradatim ad limites iſtos 1 I, 3 L, 5 M, 7 O, *&c*, utroq; verſus decreſcere; in quibus porro limitibus non

exiſti-

exiſtimandum eſt eas diſtinctis eſſe terminis definitas, ſed deficere indefinite. Cumq; unam eandemq; latitudinem unicuiq; Seriei tribuerim; id eo factum intelligi velim, quia, tametſi Colores in prima Serie, propter fortiorem eo in loco Reflexionem, paulo latiores quam cæteri videantur, tamen ea inæqualitas adeo parva eſt adeoq; ſub Senſum vix cadit, ut Obſervationibus haud fere poſſit determinari.

Jam, ex hac Deſcriptione; ſi concipies Radios, quibus diverſi congeniti ſint Colores, vicibus alternis *Reflecti* in Spatiis 1 I L 3, 5 M O 7, 9 P R 11, &c; & *Tranſmitti* in Spatiis A H I 1, 3 L M 5, 7 O P 9, &c; facile intelligere poteris, quemnam Colorem, data quavis Corporis tenuis pellucidi craſſitudine, corpus id in aperto Aere exhibere debeat. Etenim ſi *Norma* applicetur parallela ad A H, eo intervallo interjecto, quo repræſentetur corporis pellucidi craſſitudo; utiq; Spatia alterna 1 I L 3, 5 M O 7, &c, quæ illa ſecabit tranſverſa, deſignabunt Colores Simplices Reflexos, ex quibus Color, quem ea corporis craſſitudo exhibitura ſit in aperto Aere, compoſitus erit. Exempli gratia; Si Viridis in tertia Colorum Serie, qualis ſit, quæratur; appone Normam, ut vides, ad $\pi \rho \sigma \varphi$; Et quoniam illa tranſit per partem cærulei ad π, & flavi ad σ, æque ac per viridem ad ρ; utiq; concludere poteris, colorem viridem, quem corpus ea craſſitudine exhibet, conſtare præcipue quidem ex Viridi Simplice, admixtis tamen aliqua portione Cæruleo & Flavo.

Porro, hoc pacto intelligere poteris, quemadmodum Colores a centro Annulorum extrorſum eo ſibi ordine invicem ſuccedere debeant, quem in 4ta & 18va *Obſervationibus* ſupra deſcripſimus. Etenim ſi Normam ab A H gradatim per intervalla omnia transferas: quum

per

per primum tranſierit ſpatium, quod denotat exiguam vel nullam Reflexionem a corporibus tenuiſſimis factam; perveniet ea primo ad 1, colorem violaceum; & ſtatim poſt ad cæruleum & viridem, qui una cum violaceo illo conficiunt cæruleum; deinde autem perveniet ad flavum & rubeum, quorum quidem acceſſione cæruleus ille convertitur in Alborem; iſq; Albor permanet, interea dum Normæ acies tranſit ab I ad 3; poſtea autem, deficientibus ſingulatim coloribus ex quibus compoſitus erat, convertit is ſeſe primo in flavum compoſitum, deinde in rubeum, & poſtremo rubeus iſte deficit ad L. Tum incipiunt Colores *ſecundæ Seriei*; qui itidem ex Ordine ſuccedunt, interea dum Normæ acies tranſit ab 5 ad O; floridioreſq; ſunt quam priores, propterea quod magis dilatati ſunt & ſeparati; Quam etiam eandem ob cauſam, loco prioris Albitudinis, intervenit jam inter cæruleum & flavum mixtura aurei, flavi, viridis, cærulei atq; indici; ex quibus omnibus compoſitus oriri debet viridis nubilus ac dilutus. Similiter Colores *tertiæ Seriei* ſuccedunt omnes ex ordine: primo violaceus; qui aliquantum intermiſcetur rubeo ſecundi ordinis, eoq; accedit ad purpureum rubeſcentem: deinde cæruleus & viridis; qui aliis coloribus minus quam ante intermixti ſunt, & proinde magis adhuc floridi evadunt, viridis præſertim: Poſtea ſuccedit flavus; cujus pars aliqua propius viridem, diſtincta quidem eſt & bona; pars autem ea quæ ſpectat ad rubeum ſuccedentem, ſicut & ipſe quoq; rubeus iſte, intermiſcetur violaceo & cæruleo *quartæ* deinceps *Seriei*; ex quibus proinde compoſiti oriuntur varii colores rubei, multum purpuraſcentes. Jam porro violaceo & cæruleo illis *quartæ Seriei*, qui Rubeum jam dictum ſubſequi deberent, commixtis cum eo in eoq; abſconditis; proxime ſuccedit Viridis: Iſq; primo

mo quidem multum deſcendit ad cæruleum; ſtatim autem poſt fit color viridis bonus; utiq; ſolus ſimplex & floridus color in tota hac quarta Serie; Nam ſimul primum ut ad flavum accedit, intermiſceri incipit coloribus *quintæ* deinceps *Seriei*; quorum utiq; admixtione, ſuccedentes flavus & rubeus valde diluti evadunt ac nubili; flavus præſertim, qui, cum ſit color debilior, vix ſcilicet exhibere ſe queat Senſu percipiendum. Poſthæc, diverſæ *Series*, earumq; Colores diverſi, magis magiſq; intermiſcentur invicem perpetuo; donec poſt tres vel quatuor amplius Series, (in quibus rubeus & cæruleus dominantur alterne,) colores omnes omnibus in locis æqua fere portione commiſcentur inter ſe, & Albitudinem uſquequaq; ſui ſimilem conficiunt.

Quoniam autem, *ex* 15ta *Obſervatione*, Radii uno Colore Tranſmittuntur eodem in loco, ubi Radii alio Colore Reflectuntur; utiq; Cauſa Colorum in 9na *&* 20ma Obſervationibus Lumine Tranſmiſſo exhibitorum, fit itidem hinc manifeſta.

Quod ſi jam non modo Ordo & Species horum Colorum, verum etiam ipſa accurate craſſitudo lamellæ ſive corporis tenuis, qua parte id certum quemvis Colorem exhibet, quæ, & quotenarum Unciæ partium ſit, quæratur; etiam hoc, per *Obſervationes* 6^{tam} *&* 16^{tam}, definiri poterit. Etenim, ex iſtis Obſervationibus, Craſſitudines lamellæ Aereæ inter bina Vitra interjacentis, qua parte ſex priores Annuli videbantur luminoſiſſimi, erant $\frac{1}{178000}$, $\frac{3}{178000}$, $\frac{5}{178000}$, $\frac{7}{178000}$, $\frac{9}{178000}$, $\frac{11}{178000}$, partes Unciæ. Jam ſi igitur Lumen in iſtis craſſitudinibus copioſiſſime reflexum, ſit flavum citrinum clarius, ſive confinium flavi ac aurei; utiq; craſſitudines iſtæ, erunt $F\lambda$, $F\mu$, $F\nu$, $F\xi$, $F o$, $F\tau$. Quo quidem cognito; facillime deinceps intelligi poterit, quamnam Aeris craſſitudinem repræ-

ſentet illa G φ, vel alia quævis diſtantia Normæ a linea A H.

Porro autem, quoniam, *ex* 10*ma* *Obſervatione*, Craſſitudo Aeris ad Craſſitudinem Aquæ, inter eadem Vitra eundem Colorem exhibentium, eſt ut 4 ad 3; item, *ex* 21*ma* *Obſervatione*, non, ſi mutetur Medium circumjectum, mutantur & Colores corporum ipſorum Tenuium; utiq; Craſſitudo Bullæ Aquæ, qua quivis Color exhibeatur, erit $\frac{3}{4}$ Craſſitudinis Aeris eundem colorem exhibentis. Similiter, *ex iiſdem* 10*ma* *&* 21*ma* *Obſervationibus*, Craſſitudo lamellæ Vitri, in quo Refractionem radiorum mediocriter refrangibilium metitur proportio Sinuum 31 & 20, poterit utiq; eſſe $\frac{20}{31}$ craſſitudinis lamellæ Aereæ, eundem Colorem exhibentium. Idemq; de aliis Mediis comparate intelligi poterit. Cæterum id hic obſervatum velim, non affirmare Me iſtam Proportionem, quæ eſt 20 ad 31, ſimilem eſſe in radiis univerſis. Habent enim Sinus aliorum radiorum, alias proportiones. At enim differentia iſtarum proportionum adeo parva eſt, ut ejus hic habere rationem non neceſſe exiſtimem. Hiſce igitur poſitis fundamentis, Tabulam ſequentem conſtruxi; in qua Craſſitudo Aeris, Aquæ, & Vitri ea qua quiſq; Color exhibetur clariſſimus & puriſſimus, exprimitur *Partibus* Unciæ in decies centies mille partes inter ſe æquales diviſæ.

Craſſi-

Craſſitudo coloratarum lamellarum & particularum

		Aeris.	*Aquæ.*	*Vitri.*
Colores ipſarum primæ Seriei.	Nigerrimus	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{10}{31}$
	Niger	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{20}{31}$
	Nigreſcens	2	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{2}{7}$
	Cæruleus	$2\frac{2}{5}$	$1\frac{4}{5}$	$1\frac{11}{20}$
	Albus	$5\frac{1}{4}$	$3\frac{7}{8}$	$3\frac{2}{5}$
	Flavus	$7\frac{1}{9}$	$5\frac{1}{3}$	$4\frac{3}{5}$
	Aureus	8	6	$5\frac{1}{6}$
	Rubeus	9	$6\frac{3}{4}$	$5\frac{4}{5}$
Secundæ Seriei.	Violaceus	$11\frac{1}{6}$	$8\frac{3}{8}$	$7\frac{1}{5}$
	Indicus	$12\frac{5}{6}$	$9\frac{5}{8}$	$8\frac{2}{11}$
	Cæruleus	14	$10\frac{1}{2}$	9
	Viridis	$15\frac{1}{8}$	$11\frac{1}{3}$	$9\frac{5}{7}$
	Flavus	$16\frac{2}{7}$	$12\frac{1}{5}$	$10\frac{2}{5}$
	Aureus	$17\frac{2}{9}$	13	$11\frac{1}{9}$
	Rubeus clarior	$18\frac{1}{3}$	$13\frac{3}{4}$	$11\frac{5}{6}$
	Coccineus	$19\frac{2}{3}$	$14\frac{3}{4}$	$12\frac{2}{3}$
Tertiæ Seriei.	Purpureus	21	$15\frac{3}{4}$	$13\frac{11}{20}$
	Indicus	$22\frac{1}{10}$	$16\frac{4}{7}$	$14\frac{1}{4}$
	Cæruleus	$23\frac{2}{5}$	$17\frac{11}{20}$	$15\frac{1}{10}$
	Viridis	$25\frac{1}{5}$	$18\frac{9}{10}$	$16\frac{1}{4}$
	Flavus	$27\frac{1}{7}$	$20\frac{1}{3}$	$17\frac{1}{2}$
	Rubeus	29	$21\frac{3}{4}$	$18\frac{5}{7}$
	Rubeus ſubcæruleus	32	24	$20\frac{2}{3}$
Quartæ Seriei.	Viridis ſubcæruleus	34	$25\frac{1}{2}$	22
	Viridis	$35\frac{2}{7}$	$26\frac{1}{2}$	$22\frac{3}{4}$
	Viridis Flaveſcens	36	27	$23\frac{2}{9}$
	Rubeus	$40\frac{1}{3}$	$30\frac{1}{4}$	26
Quintæ Seriei.	Cæruleus ſubviridis	46	$34\frac{1}{2}$	$29\frac{2}{3}$
	Rubeus	$52\frac{1}{2}$	$39\frac{3}{8}$	34
Sextæ Seriei.	Cæruleus ſubviridis	$58\frac{3}{4}$	44	38
	Rubeus	65	$48\frac{3}{4}$	42
Septimæ Seriei.	Cæruleus ſubviridis	71	$53\frac{1}{4}$	$45\frac{4}{5}$
	Albus rubeſcens	77	$57\frac{3}{4}$	$49\frac{2}{3}$

Jam ſi hanc Tabulam conferes cum ſexto Schemate; invenies ibi conſtitutionem cujuſq; Coloris; videlicet, ex quibuſnam Simplicibus coloribus Color quiſq; compoſitus ſit: indeq; judicare poteris, quantum perfectus ſit quiſq; eorum, vel imperfectus. Atq; hæc quidem ſufficiant ad *Obſervationes* 4^{tam} & 18^{vam} explicandas; niſi forte id amplius poſtules, ut delineetur qua forma hi Colores inter bina Vitra Objectiva, quorum utiq; alterum alteri ſuperpoſitum ſit, appareant. Quod porro ut fiat; deſcribatur amplus Circuli Arcus; item Linea recta, quæ iſtum Arcum Tangat; & parallelæ iſti Tangenti plures lineæ occultæ, tantis ab Tangente interjectis intervallis, quanta denotant Numeri Coloribus ſingulis in Tabula ex adverſo adſcripti. Etenim Arcus iſte, cum ſua Tangente, repræſentabunt Vitrorum Superficies, quibus Aer interjacens terminetur; & loca, ubi Lineæ occultæ Arcum ſecent, oſtendent quibuſnam a Centro vel a Puncto Contactus interjectis intervallis, Color quiſq; reflectatur.

Cæterum & alii adhuc ſunt hujus Tabulæ Uſus. Nam & ejus ope, Craſſitudo Bullæ in 19na *Obſervatione* colligebatur ex Coloribus quos illa exhiberet. Similiter, Particularum corporum naturalium Magnitudo, quæ ſit, ex coloribus ipſorum colligi poterit; uti infra oſtendetur. Item, ſi duarum tenuium lamellarum altera alteri ſuperponatur, vel adhuc plures ipſarum ita invicem committantur & coeant, ut ex omnibus una fiat lamella, quæ craſſitudine par ſit univerſis; utiq; ex hac Tabula colligi poterit, quiſnam inde ſit color oriturus. Exempli gratia: Obſervavit D. *Hookius*, in *Micrographia* ~~ſua~~, Lapidis Specularis lamellam quæ eſſet colore flavo languido, ſuperpoſitam lamellæ quæ eſſet colore cæruleo, confeciſſe colorem purpureum valde ſaturum. Utiq; flavus

primæ

primæ Seriei, eſt flavus languidus ; & craſſitudo lamellæ quæ iſtum colorem exhibet, eſt, *ex Tabula*, $4\frac{1}{5}$: Ad quam porro ſi addas 9, quæ eſt craſſitudo exhibens cæruleum in ſecunda Serie ; habebis jam $13\frac{1}{5}$, craſſitudinem quæ exhibet purpureum tertiæ Seriei.

Jam ut Explicemus deinceps *Obſervatiωnum* 2*dæ ac* 3*tiæ* Phænomena ; videlicet, quemadmodum fiat ut Annuli colorati (convertendo Priſmata circa Axem ſuum communem, Motu jam contrario ac in iſtis Obſervationibus dictum eſt,) convertant ſe in Annulos albos & nigros, & deinde in Annulos iterum coloratos, coloribus ſingulorum Annulorum jam inde inverſo ordine•diſpoſitis : recordandum eſt Annulos iſtos coloratos Dilatari, Obliquatione Radiorum ad Aerem inter Vitra interjacentem ; iſtamq; Dilatationem Annulorum, ſive productionem diametrorum ſuarum, evidentiſſimam & celerrimam (ſecundum *Tabulam* in 7*ma Obſervatione)* tum eſſe, cum Illi obliquiſſimi ſint. Hinc enim hujus rei cauſa facile intelligitur. Nempe Radii flavi, quoniam in prima Aeris illius inter Vitra interjacentis ſuperficie plus refringuntur quam rubei, fiunt utiq; eo pacto magis obliqui ad ſecundam ſuperficiem, a qua reflexi Annulos coloratos efficiunt ; & conſequenter Circulus flavus in unoquoq; Annulo, Magis dilatatus eſſe debet quam rubeus ; ejuſq; dilatatio Tanto eſſe major quam rubei, quanto major ſit Radiorum incidentium Obliquitas ; donec tandem circulus iſte flavus, æque ſit amplus factus ac rubeus in eodem Annulo. Similiter, reliqui Circuli, viridis, cæruleus, & violaceus, Dilatari itidem eo uſq; debebunt, majori adhuc Radiorum obliquitate ; ut & hi quoq; omnes tandem æqua propemodum amplitudine fiant, hoc eſt, æquo intervallo a Centro Annulorum diſtent, ac rubeus. Quo quidem in Caſu, Colores ejuſdem

dem Annuli coire in unum neceſſe eſt univerſos; ſuaq; omnium permixtione inter ſe, Annulum Album exhibere. Qui porro Annuli Albi, Annulos nigros obſcuroſq; ſibi interjectos habeant oportet; quia jam non expanſi ſunt utroque, & intermixti invicem, ut prius. Quam quoq; eandem ob cauſam, multo etiam diſtinctiores fieri debent, & inſuper longe majori numero ſub aſpectum venire. Veruntamen color violaceus; quoniam, obliquiſſimus cum ſit, aliquanto plus, pro Amplitudine ſua, quam reliqui Colores, dilatatur; utiq; abeſſe vix poterit, quin in extremis Albi marginibus ſeſe prodat.

Poſt hæc, quoniam adhuc majori Radiorum obliquitate, dilatatio violacei & cærulei adhuc magis exuperat dilatationem rubei & flavi, adeoq; violaceus ille & cæruleus adhuc longius a Centro Annulorum protenduntur; utiq; Colores jam deinceps ex Albo emergere debebunt ordine contrario, atq; ante diſpoſiti erant; nempe violaceus ac cæruleus ab exteriore margine cujuſq; Annuli, & rubeus ac flavus ab interiore. Violaceus autem, propter maximam Radiorum ſuorum obliquitatem; cum utiq; omnium maxime, pro Amplitudine ſua, dilatetur; apparebit & primus in exteriori cujuſq; Annuli albi margine, & maxime omnium conſpicuus. Item diverſæ Colorum Series, ad Annulos diverſos pertinentes, incipient iterum, explicatu & expanſu ſui quaquaverſum, intermiſceri invicem; eoq; pacto efficient, ut Annuli & minus ſint diſtincti, & minori iterum numero ſub aſpectum veniant.

Si, loco Priſmatum, adhibeantur Vitra Objectiva; Annuli, quos illa exhibent, jam non evadent albi & diſtincti per obliquitatem Oculi; propterea quod Radii in Tranſitu ſuo per Aerem inter iſta Vitra interjacentem, ferme

ferme paralleli ſunt Lineis in quibus in Vitra primo incidebant; & conſequenter Radii diverſis Coloribus, non ſunt ad Aerem iſtum alii aliis magis inclinati, quomodo in Priſmatibus quidem evenit.

Aliud adhuc horum Experimentorum Adjunctum eſt, conſideratu dignum; qui ſcilicet fiat, ut Annuli Albi ac Nigri, qui, quum interjecto paulo majori intervallo inſpiciantur, diſtincti apparent; iidem tamen, quum inſpiciantur propius, non modo confuſi appareant, verum etiam colorem violaceum in utriſq; Annuli cujuſq; Albi extremitatibus exhibeant. Hujus autem rei Cauſa hæc *eſt*: Radii, qui Oculum in diverſis partibus Pupillæ ingrediuntur, diverſas habent ad Vitra obliquitates; quiq; maxime obliqui ſunt, ii, ſi ſoli eſſent, Annulos majores, quam qui minus obliqui ſunt, repræſentaturi forent: Hinc Orbita Annuli cujuſq; Albi expanditur in Latitudinem extrorſum per radios maxime obliquos, introrſum autem per radios minime obliquos: Eaq; Expanſio tanto fit major, quanto major eſt radiorum obliquitatis differentia, hoc eſt, quanto Pupilla latior eſt, aut Oculus propius Vitra: Violaceus autem expandi debet omnium maxime; quia radii, qui Senſum eo colore afficiunt, *maxime* omnium obliqui ſunt ſecundæ ſive poſteriori Tenuis Aeris ſuperficiei, a qua reflectuntur; itemq; maximam habent obliquitatis ſuæ Variationem; quo fit ut iſte color, omnium citiſſime ex Albi marginibus emergat. Porro autem, prout latitudo cujuſq; Annuli hoc modo augetur, ita nigra ipſorum intervalla diminuantur neceſſe eſt, uſq; dum Annuli vicini fiant contigui inter ſe & commiſceantur invicem, primo exteriores, deinde & interiores propius Centrum; adeo ut tandem ſecerni & diſtingui haud queant amplius, ſed plane in Albitudinem ſui uſquequaq; conſimilem coiiſſe omnes videantur.

Inter

Inter omnes *Obſervationes* ſupra memoratas, nulla eſt quæ tam mira habeat Adjuncta, quam 24^{a}. Præcipue, quod certæ Tenues Lamellæ, quæ nudo Oculo Albitudine pellucida, æquabili, & ſui uſquequaq; ſimili, ſine ullis omnino Umbrarum veſtigiis, videntur; per Priſma tamen inſpectæ, Annulos coloratos exhibeant; cum e contrario, Priſmatis Refractione, corpora omnia ea ſolummodo ſui parte apparere ſoleant coloribus diſtincta, ubi vel Umbris terminentur, vel partes habeant inæqualiter luminoſas: Item, quod Annuli iſti eo modo exhibiti, perquam diſtincti ſint atq; albi; cum e contrario, Priſmatis Refractione, corporum omnium Species confuſæ ac coloratæ exhiberi ſoleant. Jam vero cauſam hujus rei, paullum modo ſi attendas, ita intelligere poteris: Nempe, Annuli iſti omnes colorati, inſunt revera in Lamella tum, cum ea nudo oculo *inſpiciatur*; quamvis, propter nimiam Orbitarum ſuarum latitudinem, intermixti ſint adeo & confuſi inter ſe, ut Albitudinem ſui uſquequaq; conſimilem conficere videantur: Quum autem Radii ad Oculum per Priſma tranſmittantur; tum Orbitæ diverſorum Colorum, qui inſunt in ſingulis Annulis, Refringuntur, pro ſua cujuſq; Refrangibilitate, aliæ magis, aliæ minus: Quo pacto Colores ex altera parte Annuli, (hoc eſt, ex altera parte Centri ipſius,) magis explicantur & dilatantur; ex altera autem parte, magis, quam antea, complicantur & contrahuntur: Et ſicubi Colores apta juſtaq; Refractione eouſq; contrahuntur, ut diverſi Annuli anguſtiores jam fiant, quam ut invicem intermixti ſint; utiq; Annuli iſto in loco diſtincti apparere debent; & ſimul Albi, ſi nimirum Colores, ex quibus ii Compoſiti ſunt, eouſq; ſint contracti, ut in unum plane coierint: Verum ex altera parte, ubi e contrario Orbita cujuſq; Annuli, ulte-

ulteriori Explicatu Colorum ſuorum, adhuc latior eſt factus; utiq; is multo jam magis, quam antea, cum aliis Annulis commixtus eſſe debet; & proinde minus eſſe diſtinctus.

Quo autem hanc materiam adhuc uberius explicemus; finge Circulos concentricos A V & B X, repræſentare cujuſvis Seriei colores rubeum ac violaceum, qui, una cum coloribus intermediis, unum quemvis horum Annulorum conſtituant. Jam quidem ſi hi circuli per Priſma inſpiciantur; utiq; circulus violaceus B X, majori Refractione, transferetur longius e loco ſuo, quam rubeus *A V*; adeoq; ad rubeum iſtum propius accedet illa in parte, quam verſus Refractiones fiunt. Exempli gratia: Si circulus rubeus transferatur ad *a v*, utiq; violaceus transferri poterit ad *b x*; adeo ut jam propius, quam ante, accedat ad rubeum in parte *x*: Siq; rubeus transferatur longius ad a v; utiq; violaceus itidem proportione, tanto ulterius transferri poterit ad b x, ut coeat jam plane cum rubeo in x: Siq; rubeus adhuc porro longius transferatur ad α ϒ; utiq; violaceus itidem, tanto etiam adhuc ulterius transferri poterit ad β ξ, ut jam plane prætervectus ſit rubeum in ξ, coeat autem cum eo in *e* & *f*. Quod ſi hoc idem de aliis quoq; Coloribus intermediis, æque ac rubeo & violaceo; itemq; de omnibus colorum iſtorum Seriebus, dictum ſimiliter intelligatur: facile jam percipies quemadmodum Colores unius ejuſdemq; Ordinis ſive Seriei, propinqui facti inter ſe ad *x v* & ϒ ξ, & coeuntes plane ad x v & *e* & *f*, debeant conſtituere Arcus Circulorum ſatis quidem diſtinctos, maxime ad x v vel ad *e* & *f*; ad *x v* autem, apparere ſeparati; & ad x v Albitudinem mutua permixtione conficere; rurſumq; apparere ſeparati ad ϒ ξ; ordine autem contrario, quam quo ante apparuerant, & quam etiamnum apparent ultra Fig. 7.

e & f. Verum ex altera parte, ad a b, a b, vel α β, Colores iſti multo etiam magis Confuſi, quam antea, apparere debent; dilatati nimirum atq; diffuſi uſq; adeo, ut coloribus aliorum Ordinum intermiſceantur. Similiſq; porro Confuſio erit Colorum ad ϒ ξ, inter e & f; ſi forte Refractio ſit valde magna, vel Priſma a Vitris Objectivis valde remotum: Quo quidem in Caſu nulla pars Annulorum ſub aſpectum veniet, præter duos exiguos Arcus ad e & f; qui porro eo majori intervallo inter ſe diſtabunt, quo Priſma a Vitris Objectivis adhuc longius removeatur: Hiq; exigui Arcus diſtinctiores & albiores eſſe debent a media ſui parte; ab extremitatibus autem, ubi confuſi eſſe incipiunt, inſimul colorati eſſe debent: Item Colores in una extremitate cujuſq; Arcus ordine contrario diſpoſiti eſſe debent, atq; in altera; propterea quod in Albitudine intermedia decuſſantur: Nempe extremitates Arcuum eæ, quæ ſpectant ad ϒ ξ, erunt rubeæ ac flavæ illa ſui parte, quæ ſit propior a Centro; ex altera autem parte, cæruleæ ac violaceæ; Extremitates autem eæ, quæ in contrarium ſpectant, erunt e contrario cæruleæ ac violaceæ illa ſui parte, quæ ſit propior a Centro; ex altera autem parte, rubeæ ac flavæ.

Jam ſicut Omnia quæ hactenus dicta ſunt, ex Luminis Proprietatibus Mathematica Deductione conſequuntur; ita Veritas ipſorum, Experimentis inſuper manifeſta fieri poteſt. Etenim ſi in Cubiculo tenebricoſo inſpiciantur per Priſma Annuli jam dicti, tum quum Reflexione diverſorum Colorum Priſmaticorum in Vitra Objectiva ſingulatim projectorum exhibeantur; quos nimirum Colores Priſmaticos *Adſiſtens Aliquis* transferat huc illuc ſuper Parietem vel Chartam e qua ad Vitra reflectantur, interea dum & Oculus Spectatoris & Priſma Oculo applicatum & Vitra ipſa Objectiva (ſicuti in

13^tia

13^{tia} *Obſervatione*) Immota maneant; utiq; Circuli, quos diverſi illi Colores ſingulatim exhibebunt, tali inter ſe Poſitu reperientur collocati comparate, qualem in Schematibus *abxv*, vel abxv, vel αβξϒ, deſcripſi. Atque eadem quidem ratione, aliarum quoq; Obſervationum Explicationes, quam veræ utiq; & certæ ſint, probari & examinari poſſunt.

Porro, ex iis quæ dicta ſunt, ſimilia Aquæ quoq; & tenuium Vitri lamellarum Phænomena intelligi & explicari poterunt. Verum enimvero in parvis iſtiuſmodi lamellarum fragmentis, illud inſuper notatu dignum eſt; fragmenta iſta, ſi ſuper Menſam jacentia circumagantur circa Centra ſua, interea dum per Priſma inſpiciantur; fore utiq; ut in certis poſitionibus, Undatim videantur Coloribus diſtincta; atq; eorum alia quidem, Undas iſtas in una duntaxat vel duabus exhibeant poſitionibus; pleraq; autem illas omni in poſitu, idq; per totam fere ſui faciem, exhibeant. Utiq; ea de cauſa, quod iſtiuſmodi lamellarum Superficies non ſint æquate planæ, ſed multas habeant partes eminentes, multas lacunoſas; qua quidem inæqualitate, utcunq; exigua, variatur tamen nonnihil Lamellæ craſſitudo. *Etenim* in diverſis lateribus lacunarum iſtarum, propter cauſas jam ante dictas, exhiberi debent Undæ in variis Priſmatis poſitionibus. Et quamvis perexiguæ ſint quidem & valde anguſtæ ſolummodo Vitri partes, quæ hujuſmodi Undas plerunq; exhibeant; nihilo tamen minus Undæ hæ per totam protenſæ Vitri faciem videri poterunt; propterea quod etiam ab anguſtiſſima iſtarum partium, colores ſunt diverſorum Ordinum, hoc eſt diverſorum Annulorum, confuſe reflexi; qui Priſmatis deinceps Refractione explicati, ſeparati, & quaquaverſum pro ſua cujuſq; Refrangibilitate diſperſi, exhibent

utiq; tot Undas diverſas, quot erant diverſi Colorum Ordines ab iſta Vitri parte confuſe reflexi.

Hæc ſunt præcipua tenuium Lamellarum ſive Bullarum Phænomena; quorum quidem Explicatio pendeat ex Luminis Proprietatibus ſupra expoſitis. Atq; hæc quidem Phænomena ex Proprietatibus iſtis conſequuntur (ut vides) neceſſario, & conveniunt cum eis, etiam ad minutiſſimas uſq; circumſtantias; neq; id ſolum, verum etiam ad eas ipſas viciſſim comprobandas conferunt permultum. Exempli gratia: ex 24ta *Obſervatione* apparet Radios diverſorum Colorum, tam Lamellis tenuibus ſive Bullis, quam Refractionibus Priſmatis exhibitorum, ſuos habere ſingulos Refrangibilitatis gradus: quo quidem pacto Radii uniuſcujuſq; Ordinis, qui, quum a Lamella vel Bulla reflectuntur, intermixti ſunt confuſe radiis aliorum Ordinum; ſeparentur ab eis deinceps Refractione, & conſocientur inter ſe; adeo ut Ordinatim, tanquam totidem Arcus Circulorum, ſub Aſpectum veniant. Neq; enim ullo modo fieri poſſet, ſi utiq; Radii eſſent omnes ex æquo Refrangibiles, ut Albitudini iſti, quæ nudo Oculo ſui uſquequaq; conſimilis videtur, Refractione tamen partes ſuæ ita tranſponerentur, ut inde in Albos iſtos Nigroſq; Arcus Ordinatim digeſtæ apparerent.

Apparet etiam, ex iis quæ dicta ſunt, inæquales radiorum diſſimilium Refractiones, non oriri ex cauſis irregularibus, quæ Caſu poſſint accidere; quales utiq; ſunt Venulæ in Vitro interſperſæ, inæqualis quædam Vitri facierum politura, vel fortuita occultorum Vitri meatuum poſitio; inæquales & fortuiti quidam Motus ſive Agitationes Aeris vel Ætheris; diffuſio, diffiſſio, aut diviſio unius & ejuſdem radii, in multas partes divergentes; aliæve ſimiles cauſæ. Nam, poſitis quibuſvis

ejuſ-

ejuſmodi irregularitatibus, fieri tamen nullo modo poſſet ut Refractiones Annulos antedictos tam valde diſtinctos tamq; diſtinctis terminis definitos exhiberent, quam faciunt in 24ta *Obſervatione*. Neceſſe eſt igitur, ut unuſquiſq; radius proprium ac ſuum ſemper habeat ſibi congenitum Refrangibilitatis gradum; cui congruenter, Refractio ipſius ſemper accurate & regulariter efficiatur; itemq; diverſi radii, diverſos habeant Refrangibilitatis gradus.

Adhæc, quod de Radiorum Refrangibilitate dictum eſt, id de eorum Reflexibilitate quoq; ſimiliter dictum intelligi poterit; hoc eſt, de Diſpoſitione eorum illa, qua ita comparati ſunt, ut alii majore, alii minore tenuium Lamellarum ſive Bullarum craſſitudine Reflectantur; Nempe, illas itidem Diſpoſitiones congenitas eſſe radiis, & immutabiles: Id quod Apparet ex *Obſervationibus* 13tia, 14ta, & 15ta, comparatis cum 4ta, & 18va.

Ex præmiſſis Obſervationibus Apparet quoque, Albitudinem eſſe Mixturam heterogeneam Colorum univerſorum; Lucemq; eſſe Mixturam Radiorum coloribus iſtis omnibus præditorum. Nam ex eo, quam ingens viſa eſſet multitudo Annulorum coloratorum in *Obſervationibus* 3tia, 12ma, & 24ta; liquet, quamvis in *Obſervationibus* 4ta & 18va non amplius octo aut novem apparerent, tamen revera longe majorem eſſe ipſorum numerum, qui utiq; intermiſcentur invicem eouſque, ut poſt octonas aut novenas illas Series, plane diluti fiant deinceps permixtione ſui mutua inter ſe, & in Albitudinem abeant, ad Senſus quidem judicium, ſui uſquequaq; conſimilem. Quam proinde Albitudinem, Colorum eſſe omnium Mixturam fatearis neceſſe eſt; & Lumen, quo ea ad Oculum tranſmittitur, Mixturam eſſe radiorum coloribus iſtis omnibus præditorum.

Deni-

Denique, ex 24ª *Obſervatione*, Apparet, inter Colores & Refrangibilitatem, mutuum ac perpetuum eſſe Connexum atq; reſponſum; Nempe radios maxime refrangibiles, eſſe violaceos; radios minime refrangibiles, rubeos; radioſq; coloribus intermediis, intermediis eſſe comparate Refrangibilitatis gradibus. Item ex *Obſervationibus* 13ᵗⁱᵃ, 14ᵗᵃ, & 15ᵗᵃ, comparatis cum 4ᵗᵃ vel 18ᵛᵃ. Apparet inter Reflexibilitatem quoq; & Colores, ſimilem eſſe Connexum atq; Reſponſum perpetuum; Nempe Colorem violaceum, iiſdem poſitis cæteris omnibus Circumſtantiis, Reflecti in minimis craſſitudinibus cujuſvis tenuis Lamellæ vel Bullæ; colorem rubeum, in maximis craſſitudinibus; coloreſq; intermedios, in intermediis comparate craſſitudinibus. Ex quo efficitur, colorificas itidem radiorum qualitates, congenitas eſſe atq; immutabiles: Et conſequenter Omnes omnium Colorum Species, quæ ſint uſpiam in Rerum Univerſitate, oriri utique, non ex phyſica ulla mutatione, quam Refractio aut Reflexio efficiat in Lumine; ſed ſolummodo ex variis Mixturis aut Separationibus Radiorum, Refrangibilitate ſua diverſa vel Reflexibilitate effectis. Atq; hac quidem Ratione, Scientia Colorum fit Theoria tam vere Mathematica, quam alia ulla pars Optices: Eatenus videlicet, quatenus Colores ex Luminis ipſius natura pendeant, neq; oriantur immutenturve Imaginationis Vi, aut Oculorum percuſſu vel compreſſu.

OPTI-

OPTICES
LIBER SECUNDUS.

PARS III.

De permanentibus Corporum Naturalium Coloribus; & Analogia quæ eſt inter eos Colores, & Colores tenuium Laminarum pellucidarum.

PErvenimus jam ad aliam Inſtituti noſtri partem; videlicet ut in id deinceps inquiramus, quæ ſit inter tenuium Laminarum pellucidarum & aliorum omnium Corporum Naturalium Phænomena, ſimilitudinis proportio. Ac de hiſce quidem Corporibus jam ſupra illud ſtatuimus; diverſis ea Coloribus ita apparere, prout radiis hos vel illos Colores ſibi congenitos habentibus, copioſius quam aliis omnibus Reflectendis, Natura apta ſint facta & conſtituta. Naturæ autem ipſorum Conſtitutio illa ac Ratio intima, qua nimirum ita ſunt comparata, ut Radios alios copioſius quam alios reflectant; ea demum quæ ſit, adhuc inquirendum reſtat: Hocq; in ſequentibus Propoſitionibus jam deinceps exponere conabor.

PROP.

PROP. I.

Eæ Corporum pellucidorum Superficies plurimum Luminis Reflectunt, quæ Vim Refringentem maximam habent; hoc eſt, quæ inter talia interjectæ ſunt Media, quorum Denſitates Refractivæ inter ſe maxime differunt. Et in confinibus Mediorum æqualiter Refringentium, nulla eſt Reflexio.

Quam magna ſit inter Reflexionem & Refractionem Analogia, ex eo apparere poterit, quod, cum Lumen ex uno Medio tranſeat oblique in aliud, quod quidem radios Refringat a Perpendiculari; quo major eſt Mediorum iſtorum Denſitatis Refractivæ Differentia, eo minor ad totalem Reflexionem faciendam poſtuletur Obliquitas. Etenim quam proportionem habent inter ſe Sinus, qui Refractionem metiuntur; eandem habet Sinus Incidentiæ is, ubi totalis incipit Reflexio, ad Semidiametrum Circuli: Et conſequenter Angulus Incidentiæ is, ubi totalis incipit Reflexio, minimus tum eſt; cum Sinus, qui Refractionem metiuntur, differunt maxime inter ſe. Exempli gratia: In tranſitu Luminis ex Aqua in Aerem, ubi Refractionem metitur Ratio Sinuum 3 ad 4; utiq; totalis Reflexio tum incipit, cum Angulus Incidentiæ ſit graduum 48, 35′. In tranſitu Luminis ex Vitro in Aerem, ubi Refractionem metitur Ratio Sinuum 20 ad 31; totalis Reflexio tum incipit, cum Angulus Incidentiæ ſit graduum 40, 10′. Et ſimiliter, in tranſitu Luminis e Cryſtallo, vel e Mediis adhuc magis Refringentibus, in Aerem; ad totalem faciendam Reflexionem, adhuc minor Obliquitas poſtulatur. Quæ itaq; Superficies maxime Refringunt; eæ citiſſime id omne Lumen, quod ſibi incidat, Reflectunt; Et conſequen-

quenter Vim Reflectentem maximam habere dicantur, neceſſe eſt.

Verum Propoſitionis hujuſce Veritas adhuc amplius inde apparere poterit, quod in Superficie interjacente bina quævis Media pellucida, (qualia utiq; ſunt Aer, Aqua, Oleum, Vitrum, Cryſtallus, Vitra Metallica, Vitra Iſlandica, Arſenicum album pellucidum, Adamantes, &c,) Reflexio ſemper fortior aut debilior fit pro eo, ac Superficies iſta Vim Refringentem majorem minoremve habeat. Sic enim in Confinio Aeris & Salis-Gemmæ, fortior eſt Reflexio quam in Confinio Aeris & Aquæ; in Confinio Aeris & Vitri vel Cryſtalli, adhuc fortior; & in Confinio Aeris atq; Adamantis, adhuc uſq; fortior. Siquod horum vel his ſimilium corporum ſolidorum pellucidorum, in Aquam immerſum ſit; ejus Reflexio multo, quam ante, languidior fit; atq; etiam adhuc languidior, ſi id immerſum ſit in Oleum Vitrioli vel Spiritum Terebinthi rectificatum, utiq; Liquores adhuc fortius Refringentes. Si Aqua in binas partes Superficie quavis Imaginaria diſtinguatur; Reflexio in binarum iſtarum partium confinio, plane eſt nulla. In confinio Aquæ & Glaciei, Reflexio admodum exigua eſt; in Aquæ & Olei, aliquanto major; in Aquæ & Salis-Gemmæ, adhuc major; in Aquæ & Vitri aut Cryſtalli aliorumve corporum denſiorum, etiam adhuc major; utiq; pro eo, quantum Media illa *Vi Refringente* inter ſe differant. Hinc in confinio Vitri & Cryſtalli, languida debet eſſe Reflexio; & in confinio Vitri communis ac Vitri Metallici, fortior: Quanquam hoc quidem nondum probavi Experiundo. At vero in confinio duorum Vitrorum Denſitate inter ſe æqualium & parium, nulla eſt Reflexio, quæ quidem Senſu percipi queat; id quod in *prima* ſupra *Obſervatione* oſtendimus: Idem au-

tem ſimiliter intelligi debet de Superficie quæ interjaceat binas Cryſtallos, vel binos Liquores, vel bina quævis Corpora, in quorum utiq; confinio nulla fiat Refractio. Efficitur igitur in univerſum, ut Cauſa quamobrem Media pellucida Uniformia, (qualia ſunt Aqua, Vitrum aut Cryſtallus,) nullam habeant Reflexionem, quæ quidem Senſu percipi poſſit, præterquam in externa ſua ſuperficie, ubi aliis Mediis Denſitate a ſe differentibus adjacent, hæc ſit nimirum; quod partes ipſorum contiguæ inter ſe, una eademq; ſint omnes Denſitate.

PROP. II.

Partes minimæ corporum naturalium fere omnium, ſunt aliqua modo pellucidæ: Et Opacitas iſtorum corporum oritur ex multitudine Reflexionum, quæ in interioribus ipſorum partibus fiant.

Obſervatum fuit hoc antea ab aliis; & facillime concedetur ab iis, qui Microſcopiis tractandis aſſueti fuerint. Porro autem probari etiam poterit amplius, apponendo quodlibet corpus ad foramen per quod aliquid Luminis in Cubiculum tenebricoſum tranſmittatur. Etenim quantumvis opacum id corpus in Aperto Aere videatur, eo tamen pacto pellucidum videbitur manifeſto; ita ſcilicet, ſi ſatis Tenue fuerit factum. Excipienda ſolummodo ſunt corpora Metallica alba: quæ propter nimiam denſitatem reflectere videntur fere id omne Lumen, quod in primam ipſorum ſuperficiem incidat; niſi cum in Menſtruis Diſſolvendo, comminuta ſint in particulas perquam exiguas; quo quidem in caſu, & ipſa quoq; ſimiliter evadunt pellucida.

PROP. III.

Inter corporum opacorum & coloratorum partes, multa interjacent Spatia; vel vacua, vel Mediis, quæ Denſitate ab iſtis partibus differant, repleta. Sic inter particulas, quibus Liquor quivis imbuitur & tingitur, interjacet Aqua; inter globulos Aquæ, ex quibus Nubes & Nebulæ conſiunt, interjacet Aer; & inter corporum durorum partes, interjacent Spatia, vacua plerunq; tum Aeris tum Aquæ, fortaſſe tamen non omnis Materiæ vacua.

Hujuſce Veritatem evincunt Propoſitiones duæ præcedentes. Nam, *per Prop.* 2^{dam}, multæ ſunt Reflexiones in interioribus Corporum partibus factæ; Hoc autem, *per Prop.* 1^{mam}, non fieret, ſi utiq; partes ipſorum prorſus eſſent contiguæ, ſine ullis interjectis iſtiuſmodi intervallis; Etenim Omnes Reflexiones fiunt in Superficiebus, quæ interjectæ ſint Mediis Denſitate inter ſe differentibus, *per Prop.* 1^{am}.

Sed præterea, hanc Interruptionem partium, præcipuam eſſe cauſam quamobrem Corpora ſint Opaca, inde etiam apparere poterit, quod Corpora illa omnia Opaca ſtatim pellucere tum incipiunt, cum forte occulti ipſorum meatus repleti ſint Materia aliqua, quæ Partibus ipſis par ſit vel fere par Denſitate. Sic Charta, in Aquam vel Oleum intincta; Lapis, qui dicitur *Oculus Mundi*, in Aqua maceratus; Lintea, Oleo vel Vernigine illita; aliaq; permulta corpora in iſtiuſmodi Liquoribus immerſa, qui occultos ipſorum meatus intime pervadant; fiunt eo pacto magis, quam ante, pellucida. E contrario, Corpora ea, quæ ſunt maxime pellucida, poterunt, vel occultorum ſuorum meatuum evacuatione, vel partium ſuarum ſeparatione, ſatis Opaca evadere: Sic Sales, vel Charta madida, vel *Oculus Mundi* Lapis,

cum ſint exiccata: Cornu, radulanum: Vitrum, cum in Pulverem redactum ſit, vel etiam rimas modo egerit: Reſina Terebinthina, ~~Aquæ affuſa, &~~ ſimul agitatæ, donec quadantenus commixta ſint: Deniq; Aqua ipſa, cum in multas bullulas tenſa ſit; idq; vel ſola in ſpeciem Spumæ; vel ſimul agitata cum Oleo Terebinthino, aliove aliquo Liquore commodo, quocum illa non commiſcebit ſe penitus: Opaca fiunt. Porro ad Opacitatem horum Corporum adhuc amplius adaugendam, confert nonnihil & illud: quod, *ex* 23*tia* *Obſervatione*, Reflexiones corporum pellucidorum admodum tenuium, multo ſunt fortiores, quam eorundem corporum paulo craſſiorum.

PROP. IV.

Quo Corpora Opaca eſſe queant, & Colorata; Partes ipſorum, itemq; earum Intervalla, debent non eſſe minora, certæ ac definitæ magnitudinis.

Etenim Corpora omnium Opaciſſima, ſi Partes ipſorum in ſummam uſq; Tenuitatem comminuantur, (ut Metalla in Menſtruis acidis diſſoluta,) evadunt continuo plane perfecteq; pellucida. Item recordari poteris, in 8*va* *Obſervatione*, binas Vitrorum Objectivorum Superficies, ubi valde eſſent proquinquæ, quamvis non contingerent prorſus inter ſe, tamen nullam ibi Reflexionem feciſſe, quæ quidem Senſu percipi poſſet: Et, in 17*ma* *Obſervatione*, Reflexionem in Aquæ Bulla, qua parte ea tenuiſſima erat facta, vix Senſu, an eſſet omnino aliqua, percipi potuiſſe; adeo ut, defectu Luminis Reflexi, maculæ valde nigræ in Vertice Bullæ apparerent.

Atq; hiſce quidem Cauſis comperio Aquæ, Salis, Vitri, Lapidum, aliorumq; id genus corporum, tribuendam

dam eſſe pelluciditatem. Multa enim me movent ut credam, corpora ea ita utiq; eſſe conſtituta, non ut pauciores interjectos habeant partibus ſuis meatus occultos, quam habent alia corpora; ſed ut partes ipſorum, earumq; intervalla, minores ſint ſcilicet quam quæ Reflexiones in communibus Superficiebus ſuis efficere queant.

PROP. V.

Pellucidæ Corporum partes, pro varia ſua Craſſitudine, Reflectunt radios uno Colore, & Tranſmittunt radios alio colore; eiſdem de cauſis, ac tenues Lamellæ ſive Bullæ Reflectunt vel Tranſmittunt radios iſtos comparate. Atq; huic quidem Cauſæ, Corporum omnium Colores omnes attribuendos exiſtimo.

Etenim ſi cujuſvis Materiæ Lamella tenuis, quæ, cum æquabili ſit undiq; craſſitudine, tota uno eodemq; ſui uſquequaq; conſimili Colore videtur; fingatur deinceps vel in fila diſſecari, vel in fragmenta diſrumpi, quæ ejuſdem ſint omnia Craſſitudinis, ac ipſa lamella: equidem nihil cauſæ video, quin unumquodq; filum ſive fragmentum, ſuum uſq; conſervet Colorem; & conſequenter ex iſtiuſmodi filorum ſive fragmentorum congeſtu, confiat Acervus Pulveris, qui ſit totus eodem Colore, ac erat ipſa lamella ante confringendum. Jam vero Partes corporum omnium naturalium, ſunt tanquam totidem fragmenta tenuis Lamellæ. Debent igitur hæ ſimiliter eiſdem de Cauſis, eoſdem Colores exhibere.

Rem autem hanc revera ita ſe habere; apparere poterit ex mira Proprietatum Similitudine & Conjunctione, quæ Partibus corporum naturalium cum fragmentis tenuium lamellarum intercedit. Utiq; pulchre coloratæ Avium

Avium quarundam, & præſertim Caudarum pavoniarum, Plumæ, una eademq; ſui parte Colores varios exhibent, pro varia Oculi poſitione; Simili prorſus ratione, ac fecerunt tenues lamellæ in *Obſervationibus* 7ma & 19na: Et proinde Plumarum iſtarum Colores, oriuntur ex tenuitate partium ſuarum perlucentium; hoc eſt, ex tenuitate parvorum capillamentorum, quæ majoribus plumarum ramulis ſive fibris lateralibus adnaſcuntur. Eodem ſpectat, quod Aranearum quarundam telæ, utiq; valde ſubtiles ac tenues, multicolores fuerint viſæ; (uti Nonnulli Obſervarunt;) & fila colorata panni cujuſdam bombycini, pro varia Oculi poſitione, varietate videantur verſicolori. Porro, pannus bombycinus, & laneus, aliaq; id genus corpora, in quæ Aqua vel Oleum intime penetrare poteſt, colorem obſcuriorem fuſcioremq; trahunt, cum in Liquores iſtos immerſa fuerint; rurſum autem, ſimul ut exiccata ſint, colorem ſuum clariorem recuperant; Utiq; eadem fere ratione, ac tenues lamellæ in *Obſervationibus* 10ma & 21ma. Adhæc, Bracteæ Auri, Vitra quædam picta, Infuſio Ligni Nephritici, & alia corpora nonnulla, Colorem unum Reflectunt, alium Tranſmittunt; Similiter ac tenues Lamellæ in *Obſervationibus* 9na & 20ma. Deniq; Pulveribus quibuſdam Coloratis, quibus utuntur Pictores, Colores ſui multa atq; elaborata tritura immutari poſſunt nonnihil: Qua equidem in re, nihil plane cauſæ video, cui ea Colorum mutatio attribui queat, præterquam particularum comminutioni inter conterendum; eodem modo, ac color tenuis lamellæ, pro craſſitudinis ſuæ variatione, immutatur. Quam ſane eandem ob cauſam, Plantarum quoq; & Herbarum Flores colorati, pellucidiores plerunq; evadunt Contundendo; aut aliquo ſaltem modo Colores ſuos immutant. Nec minus eodem facit, quod

ex diverſorum Liquorum permixtione, certæ Colorum ſpecies permiros interdum ac notatu digniſſimos Ortus atq; Mutationes habeant; Quorum quidem Cauſa nulli rei veriſimilius & rationi congruentius attribui poteſt, quam quod Corpuſcula Salina, quæ inſunt in uno Liquore, *Agant* varie in Corpuſcula colorata alterius, vel coaleſcant cum illis; adeo ut illa inde adaugeantur vel extenuentur, (quo non modo Magnitudo, verum etiam Denſitas ipſorum immutari poteſt,) vel dividantur in Corpuſcula adhuc minora, (quo Liquor, qui fuerat coloratus, poterit pellucidus evadere,) vel conſocientur complura inter ſe, & in grumulos coaleſcant, (quo ex binis Liquoribus pellucidis, confieri poterit Liquor coloratus:) Etenim videmus quam facile Menſtrua ejuſmodi ſalina, penetrent & diſſolvant Corpora ad quæ applicentur; atq; etiam alia eorum id præcipitent, quod alia diſſolverint. Similiter, ſi varia Atmoſphæræ Phænomena conſiderabimus; obſervare poterimus Vapores, quum quidem primum ſuſcitantur, non impedire quominus pellucidus ſit Aer; comminutos quippe in particulas exiguiores, quam quarum Superficies ullam efficere poſſint Reflexionem: Verum quum ad Pluviæ guttas conſtituendas, coaleſcere demum & in globulos coire cæpti ſint magnitudinum omnium intermediarum; tum utiq; ex globulis iſtis ea Magnitudine factis, qua Colores alii Reflectantur, alii Tranſmittantur, poſſe confieri ſcilicet Nubes variis Coloribus, pro varia globulorum, ex quibus compoſitæ ſunt, Magnitudine. Nec equidem video in Aqua, tam pellucida videlicet, quid poſſit aliud ineſſe, cui horum Colorum cauſa poſſit cum ulla veri ſimilitudine attribui; præter varias fluidarum ipſius & globoſarum particularum Magnitudines.

PROP.

PROP. VI.

Corporum partes, ex quibus Colores ipſorum pendent; denſiores ſunt quam Medium, quod Intervalla earum permeat.

Apparet hoc ex eo, quod Color cujuſvis Corporis pendet non modo ex illis radiis, qui ad perpendiculum in partes ejus incidant; verum ex illis etiam, qui aliis omnibus Angulis in eaſdem incidant. Nam ejuſmodi quidem Color Reflexus; ſi utiq; corpus ſive particula tenuis, rarior eſſet quam Medium circumjectum; quavis ſcilicet vel exigua Obliquitatis Mutatione, (ſecundum 7^am^ *Obſervationem*,) immutaretur & ipſe: Adeo ut iſtiuſmodi particula, in diverſis Radiorum incidentium Obliquitatibus, Colores prorſus Omnes Reflexura foret, tanta ſane varietate, ut Color oriturus demum unus ex omnibus illis, confuſe nimirum ex Acervo iſtiuſmodi particularum reflexis, deberet potius Albus aut leucophæus eſſe quam alius ullus Color, aut ſaltem valde imperfectus eſſe ac nubilus. Atqui e contrario; ſi corpus ſive particula tenuis, multo denſior ſit quam Medium circumjectum; jam utiq; Colores (ſecundum 19^nam^ *Obſervationem*) adeo parum immutabuntur Variatione Obliquitatis, ut radii qui reflectuntur minus oblique, prævalere inter cæteros ac dominari queant in tantum, ut totum iſtiuſmodi particularum Acervum ſuo Colore ſaturate infectum exhibere poſſint.

Porro, ad confirmandam hanc Propoſitionem confert nonnihil & illud; quod, ex 22da *Obſervatione*, Colores quos exhibet corpus tenue denſius in rariori concluſum, floridiores ſint quam quos exhibet rarius concluſum in denſiori.

PROP.

PROP. VII.

Magnitudo Partium, ex quibus Corpora Naturalia conſtant; quæ ſit, ex Coloribus ipſorum conjici poteſt.

Etenim cum Partes horum corporum, *per Prop.* 5, eoſdem, (uti veri quidem ſimillimum eſt,) Colores exhibeant, ac Lamella pari craſſitudine, modo eadem utræq; ſint Denſitate Refractiva; habeant autem hæ partes, uti multis quidem ex rebus facillime colligi videtur, Denſitatem plerunq; fere eandem, ac Aqua aut Vitrum; utiq; Magnitudines ipſarum definiri poterunt ex Tabulis præmiſſis, in quibus, qua Craſſitudine quemvis Colorem exhibeat Aqua aut Vitrum, expreſſum habes. Exempli gratia: Si quæratur quanta ſit Diametro Particula cujuſvis corporis, quæ, ſi Vitro par ſit Denſitate, reflectat Colorem viridem tertii Ordinis; oſtendit numerus $16\frac{1}{4}$, eſſe eam $\frac{16\frac{1}{4}}{100000}$ partes Unciæ.

Tota hujus rei difficultas in eo fere poſita eſt, cujuſnam Ordinis cenſendus ſit Corporis alicujus Color. Id autem ut inveniamus, recurrendum erit ad *Obſervationes* 4^{tam} & 18^{vam}; Unde colligi poterunt hæ, quæ ſequuntur, concluſiones.

Colores *coccinei*, aliiq; *rubei*, item *aurei* & *flavi*, ſi puri ſint & largi, erunt (uti vero quidem ſimillimum eſt) ſecundi Ordinis. Qui ſunt primi & tertii Ordinis, poterunt etiam ſatis eſſe boni; Niſi quod flavus primi Ordinis, ſit languidus; & aureus ac rubeus tertii Ordinis, permultum ſibi admixtum habeant violacei ac cærulei.

Colores *virides* poterunt eſſe boni, quarti Ordinis; at qui tertii ſunt Ordinis, erunt puriſſimi. Atq; hujus quidem Ordinis eſſe videtur color herbidus omnium Plantarum: partim, quia Colores ipſarum largi ſunt ac ſaturi; partim quia ipſæ, cum marceſcunt, convertunt ſe aliæ in Colorem flavum ſubviridem, aliæ in flavum

clariorem, vel aureum, vel etiam rubeum, intervenientibus nimirum Coloribus omnibus intermediis ante dictis. Quæ utiq; Mutationes efficì videntur Exhalatione Succi; unde videlicet particulæ coloratæ, denſiores potuerint eſſe factæ, atq; etiam auctæ nonnihil Accretione oleoſarum atq; terreſtrium partium ſucci. Jam vero Color viridis Plantarum, ſine dubio ejuſdem eſt Ordinis, ac Colores illi in quos ipſe ſe immutat; quia mutationes eæ fiunt gradatim: Colores autem iſti, quamvis plerunq; non admodum ſaturi, ſaturiores tamen ſæpe floridioreſq; ſunt, quam ut quarti poſſint Ordinis eſſe.

Colores *cærulei* & *purpurei*, poterunt eſſe vel ſecundi vel tertii Ordinis; at puriſſimi qui ſunt, Ordinis erunt tertii. Exempli gratia: Color Violarum, ejus videtur eſſe Ordinis; quia illarum Syrupus, admixtione Liquorum acidorum, convertit ſe in Colorem rubeum; urinoſorum autem vel alkalizatorum, in viridem. Etenim, cum corporum Acidorum ſit, diſſolvere ſive extenuare; Alkalizatorum autem, præcipitare ſive incraſſare; utique, ſi color purpureus hujus Syrupi eſſet ſecundi Ordinis, jam futurum eſſet ut Liquor acidus, extenuando particulas ejus coloratas, converteret eum in colorem rubeum primi Ordinis; alkalizatus autem, incraſſando particulas ejus, converteret eum in colorem viridem ſecundi Ordinis: At enim iſtorum Ordinum Colores rubeus & viridis, præſertim viridis, minus perfecti eſſe videntur, quam ſunt Colores hiſce Mutationibus producti. Jam vero igitur, ſi Color ille purpureus ponatur tertii eſſe Ordinis; Mutatio ipſius in rubeum ſecundi Ordinis, & viridem tertii, ſatis commode poterit exiſtimari.

Siquod reperiatur corpus Colore purpureo ſaturiori & minus rubeſcente, quam Violarum; veriſimillimum eſt, ejus Colorem ſecundi eſſe Ordinis. Veruntamen, quo-

quoniam nullum corpus eſt vulgo notum, cujus Color ſit perpetuo ſaturior, quam illarum; viſum eſt mihi Vocabulo a Violis deducto, ſignificare colores purpureos ſaturatiſſimos minimeq; omnium rubeſcentes, quamvis ii ſuper ipſarum Violarum colorem manifeſto excellant Puritate.

Color *cæruleus* primi Ordinis, quamvis languidus admodum & exiguus, poterit tamen in aliquibus fortaſſe Corporibus ſe exhibere; Nominatim, color cæruleus cæli ſereni ~~Ætheris~~, hujus Ordinis eſſe videtur. Etenim Vapores omnes, cum condenſari & in exiguas particulas coaleſcere incipiunt, ea primum fiunt magnitudine, qua iſtiuſmodi color cæruleus reflecti debeat; antequam ſe in Nubes, quæ ſint aliis Coloribus, induere poſſint: Ac proinde Color iſte, cum ſit primus quem Vapores reflectere incipiunt, debet utiq; Cæli eſſe color ſudi ac ſereniſſimi; in quo ſcilicet Vapores nondum eo excreverint craſſitudinis, ut colores alios reflectere queant: Id quod re comprobat Experientia.

Albor, ſi clariſſimus ſit ac luminoſiſſimus, primi erit Ordinis; ſi minus fortis & luminoſus, mixtura erit Colorum omnium Ordinum. Hujus poſterioris generis eſt Albitudo Spumæ, Chartæ, Linteorum, & plurimorum Corporum Alborum: Prioris eſſe generis exiſtimo Metalla Alba. Etenim cum Aurum, Metallorum omnium denſiſſimum, ſi in Bracteas ductum ſit, pelluceat; Metallaq; omnia, ſi in Menſtruis diſſoluta ſint vel Vitrificata, itidem pelluceant; Utiq; Opacitas Metallorum Alborum, non oritur ex Denſitate eorum ſola. Futurum omnino ſane eſſet, ut hæc Metalla, cum ſint Auro minus denſa, forent itidem magis pellucida; niſi ad ea Opacanda conſpiraret inſuper cum Denſitate ipſorum alia quædam Cauſa. Eam autem Cauſam exiſtimo eſſe

 par-

particularum ſuarum Magnitudinem talem, qua illæ ad Alborem primi Ordinis reflectendum aptæ ſint factæ. Etenim ſiquo forte pacto acciderit, ut illæ aliis factæ ſint magnitudinibus; poterunt utiq; alios Colores reflectere: Id quod evincunt Colores, qui nonnunquam in candefacto Chalybe inter temperandum apparent, & nonnunquam etiam in Superficie Metallorum fuſorum ſeſe exhibent, nempe in Scoria ſive Cuticula illa, quæ Metallis inter frigefaciendum adnaſcitur. Præterea autem, ut Albor primi Ordinis, fortiſſimus eſt qui corporum pellucidorum lamellis reflecti poſſit; ita fortior eſſe debet in denſiori materia Metallorum, quam in rariori Aeris, Aquæ, & Vitri. Nec equidem quicquam video, quin corpuſcula metallica ea craſſitudine, qua Albori primi Ordinis reflectendo apta ſint, poſſint utique, propter magnam ſuam Denſitatem, (ſecundum proportionem *primæ Propoſitionis*,) Lumen id omne quod ſibi inciderit reflectere, eoq; tam Opaca tamq; Splendentia fieri, ut Nihil poſſit ſupra. Utiq; Aurum ipſum, vel Cuprum; admixto Argento, vel Stanno, vel Regulo Antimonii, infra portionem dimidiam pondo; & *Amalgamatum*, ut loquuntur, cum Argenti vivi paululo; album fit: Ex quo apparet, & particulas Metallorum Alborum multo plus habere ſuperficiei, adeoq; exiguiores eſſe, quam Auri vel Cupri; itemq; eas tam eſſe opacas, ut particulas Auri vel Cupri trans ſe interlucere non permittant. Jam quidem Colores Auri & Cupri, quin ſecundi ſint Ordinis tertiive, dubitari haud poteſt: Fieri itaq; nequit, ut particulæ Metallorum Alborum multo ſint majores, quam neceſſarium eſt quo eæ Alborem primi Ordinis reflectere poſſint. Ne multo ſint majores, evincit quidem ipſa Argenti vivi Natura admodum Volatilis: Neq; vero, e contrario, multo mi-

nores

nores tamen eſſe debebunt; ne Opacitatem ſuam amittant; & vel pellucidæ fiant, ut quum Vitrificando aut in Menſtruis Diſſolvendo extenuatæ fuerint; vel Nigræ evadant, ut quum comminutæ fuerint, atterendo nimirum Argentum vel Stannum vel Plumbum aliis quibuſvis corporibus ad lineas nigras inducendas. Utiq; Primus & Solus Color, quem Metalla Alba comminutione particularum ſuarum induunt, eſt Nigror: Ac proinde Albor ipſorum is eſſe debet, qui confinis eſt Maculæ Nigræ in Centro Annulorum coloratorum; hoc eſt, Albor primi Ordinis. Veruntamen ſi hinc colligere velis, quanta ſit particularum metallicarum Magnitudo; habenda erit ratio Denſitatis ipſarum. Etenim ſi Argentum vivum pellucidum eſſet; Denſitas ejus tanta eſt, ut Sinus Incidentiæ in id, (quomodo Ego quidem calculum poſui,) foret ad Sinum Refractionis ſuæ, ut 71 ad 20, vel 7 ad 2. Quamobrem particulæ ejus, quo Colores eoſdem ac Aquæ Bullæ exhibere queant, debent eſſe minus craſſæ quam cuticula iſtarum Bullarum, ea proportione quæ eſt 2 ad 7. Unde fieri ſane poteſt, ut particulæ Argenti vivi prorſus tam ſint exiguæ, quam particulæ Liquorum quorundam volatilium pellucidorum; & tamen Alborem primi Ordinis Reflectant.

Denique, ad *Nigrorem* exhibendum, particulæ adhuc minores eſſe debent omnibus illis, quæ Colores cujuſcunq; modi exhibent. Nam particulæ omnes majuſculæ, plus reflectunt Luminis, quam ut Nigræ poſſint videri. Verum ſi paululo minores eſſe ponantur, quam ſatis ſit ad Reflectendum album & cæruleum languidum primi Ordinis; jam, ex *Obſervationibus* 4ta, 8va, 17ma & 18va, reflectent tam puſillum Luminis, ut & valde Nigræ appareant, & tamen lumen varie refringant fortaſſe intra ſe uſq; eo, donec id reſtinguatur penitus & intercidat;

quo

quo pacto ipſæ in omnibus Oculi poſitionibus Nigræ, ſine ulla pelluciditate, videantur. Atq; hinc quidem intelligi poteſt qui fiat, ut Ignis, &, adhuc ſubtilior illa rerum Diſſolutrix, Putredo, utiq; dividendo particulas corporum, nigra omnia efficiant; Item exiguæ admodum corporum nigrorum portiones, corpora alia, ad quæ applicentur, colore nigro facillime & copioſe inficiant; minutiſſimis nimirum horum corporum particulis, quæ eſt ingens earum multitudo, facillime ſe in craſſiores aliorum corporum particulas ſuperinducentibus; Item Vitrum cum Arena ſuper lamina cuprea enixius attritum, uſquedum id perpolitum fiat; reddat & Arenam, & ſimul intertrimentum Vitri ac Cupri, valde Nigra; Item corpora nigra, in Lumine Solis, omnium facillime calefiant & comburantur, (qui quidem Effectus partim ex multitudine Refractionum in anguſto Spatio factarum, partim ex faciliori particularum tam exiguarum commotione, oriri poteſt;) Et deniq; qui fiat, ut corpora nigra plerunq; ad colorem ſubcæruleum accedant aliquantum: (Id enim revera ita ſe habere, apparere poterit ex eo, quod Charta alba, illuminata Lumine a Corporibus Nigris reflexo, colore albo ſubcæruleo plerunq; videatur:) Hoc autem inde fit, quod Nigror confinis ſit cæruleo obſcuro primi Ordinis in *Obſervatione* 18ᵘᵃ deſcripto; ac proinde plures Radios qui ſint illo, quam alio ullo Colore, reflectat.

In hiſce Deſcriptionibus, res ſingulatim & enucleatius expendere volui; propterea quod fieri forte poterit aliquando, (ſi non etiam nunc quadantenus id effectum ſit,) ut Microſcopia eo Perfectionis perducantur, ut diſcerni in illis queant particulæ Corporum eæ, ex quibus Colores ipſorum pendeant. Etenim ſi Microſcopia vel jam ſunt, vel poſthac poterunt

runt eſſe eo Perfectionis perducta, ut corpora objecta ſatis diſtincte repræſentare queant quingentis vel ſexcentis partibus majora, quam quanta nudis Oculis, intervallo Pedis unius objecta, apparere ſolent; equidem ſperem futurum, ut grandiores particularum illarum, ex quibus Colores corporum pendent, diſcernere poſſimus. Quinimo ſi conſtrui queat Microſcopium, quod corpora objecta ad ter vel quater millies vero ampliora exhibeat; poſſint fortaſſe eæ omnes Oculis cerni particulæ, exceptis quæ Nigrorem efficiant. Interea nihil video ullius quidem momenti in hac Materia, quod in dubium juſte vocari queat; niſi id forte dubitationem aliquam habere videatur, quod ſtatuerim, Particulas pellucidas, quæ eadem craſſitudine & denſitate ſint ac tenuis Lamella, exhibere utiq; & eoſdem Colores. Jam vero hoc laxe quodammodo accipi velim; tum quia particulæ iſtæ poſſunt figuris eſſe irregularibus, multiq; radii oblique in eas incidant neceſſe eſt, adeoq; per eas breviori Trajectu, quam ſecundum Diametros ipſarum, tranſmitti debeant; tum quia Medii intra iſtiuſmodi particulas undiq; *Anguſte* contenti, Motus fortaſſe aliæve Qualitates, ex quibus Reflexio pendeat, Coarctatione illa immutari poſſunt nonnihil. Et tamen hanc poſteriorem cauſam non equidem multum ſuſpicari poſſum; cum obſervaverim parvas quaſdam lamellas Lapidis Specularis, quæ æquabili eſſent craſſitudine, per Microſcopium inſpectas, colorem eundem a marginibus & angulis ſuis, ubi incluſum Medium terminabatur, ac in aliis ſui partibus exhibuiſſe. Verum, utcunq; id ſit, permultum nobis ad dubitationem omnem tollendam conferet, ſi particulæ jam dictæ Microſcopiis tandem diſcerni queant: Quod fieri ſi poterit aliquando, metuo equidem ut unquam Senſus Videndi poſſit inde ulterius penetrare: Videtur

detur enim fieri nullo modo poſſe, ut cernamus ſecretiora & nobiliora Opera Naturæ intra ipſas particulas; utiq; propter nimiam Pelluciditatem Lumen omne in interioribus ſui partibus tranſmittentes.

PROP. VIII.

Reflexionis cauſa, non attribuenda eſt Impactioni Luminis in Partes corporum ſolidas ſive impervias; quomodo uſq; antehac creditum fuit.

Apparebit hoc ex ſequentibus Conſiderationibus. *Primo*, In Tranſmiſſu Luminis e Vitro in Aerem, Reflexio fit æque fortis, ac in Tranſmiſſu ejus ex Aere in Vitrum; imo vero, fortior aliquanto; multoq; etiam adhuc fortior, quam in Tranſmiſſu ejus e Vitro in Aquam. Jam quidem Aerem partes Lumini reflectendo plures, quam Aquam aut Vitrum, habere; id vero nullam habet Similitudinem Veri. Neq; tamen, ſi illud ipſum fingi utiq; poſſet, quicquam omnino inde porro conficeretur. Nam quum Aer omnis ſubmotus ſit a poſteriore Vitri ſuperficie, (puta in Machina Pneumatica a D. *Boyleo* inventa;) reflexio tamen fit æque fortis, vel etiam fortior aliquanto, quam antequam is ſubmoveretur. *Secundo*, Si Lumen inter tranſeundum e Vitro in Aerem, incidat obliquius quam in Angulo graduum 40 vel 41, reflectitur id in totum; ſin incidat minus oblique, tranſmittitur utiq; maximam partem. Jam quidem Animo & Cogitatione fingi non poteſt; lumen, uno quodam Obliquitatis gradu, ſatis quidem multos in Aere offendere poſſe Meatus, per quos id maximam plane partem Tranſmittatur; & tamen alio Obliquitatis gradu, prorſus in nil niſi partes ſolidas incurrere, quibus id totum Reflectatur: Præſertim cum in Tranſeundo quidem contra ex Aere in Vitrum, quantumvis oblique id incidat, inveniat tamen in Vitro ſatis multos meatus, per quos magna

na ex parte Tranſmittatur. Siquis porro hic illud ſibi fingere volet; lumen non utiq; ab Aere, ſed ab extremis Vitri partibus, in ipſa Superficie ejus ſitis, Reflecti; difficultas tamen eadem manebit: Præterquam quod ea Suppoſitio neq; Intellectu capi poteſt, atq; etiam plane Falſa eſſe inſuper apparebit, ſi Aqua modo, loco Aeris, poſt Vitrum aliqua in parte apponatur. Etenim eo pacto; quum idonea ſit facta obliquitas Radiorum, puta graduum 45 vel 46, qua nimirum ii Reflectantur omnes illo in loco, ubi Aer Vitro adjaceat; utiq; Tranſmittentur magnam quidem partem altero in loco, ubi Vitro adjaceat Aqua. Ex quo Apparet, Reflexionem vel Tranſmiſſum radiorum, non utiq; ex Impactione ipſorum in partes Vitri, ſed ex Conſtitutione Aeris & Aquæ poſt Vitrum jacentis, pendere. *Tertio*, ſi Colores, quos Radius Luminis per Priſma ad foramen in Cubiculo tenebricoſo poſitum trajectus exhibeat, incidant deinceps ſuo quiſq; ordine ſuper aliud Priſma majori interjecto intervallo ita collocatum, ut id eos omnes conſimili Obliquitate excipiat; utiq; ſecundi illius Priſmatis ad radios ſibi incidentes ea poterit eſſe facta Inclinatio, ut radii cærulei inde Reflectantur univerſi, & tamen rubei (eadem utiq; Obliquitate incidentes) ſatis copioſe Tranſmittantur. Jam, ſi Reflexio efficiatur Impactione radiorum in partes Aeris aut Vitri; id mihi exinde oſtendas velim, qui fiat ut, cúm radii omnes una eademq; Obliquitate incidere ponantur; cærulei quidem ſe in partes iſtas impingant univerſi, adeoq; Omnes Reflectantur; & tamen Rubei eodem loci in ſatis multos meatus incurrant, quo tranſmittantur plurimi. *Quarto*, ubi duo Vitra ſe contingunt inter ſe; nulla fit Reflexio, quæ quidem Senſu percipi poſſit; uti in *prima Obſervatione* dictum eſt: Et tamen nihil cauſæ video, quominus radii impingere ſe

 debeant

debeant perinde in partes Vitri Vitro contiguas, ac contiguas Aeri. *Quinto*, cum Summitas Bullæ Aquæ, (*in* 17*mâ Obſervatione*,) continua ſubſidentia & exhalatione Aquæ, valde tenuis erat facta; lumen perixiguum adeo, & ſub ſenſum vix cadens, inde reflectebatur, ut ea valde nigra appareret; quanquam eodem quidem tempore, in partibus circumcirca Maculæ iſti nigræ adjacentibus, ubi videlicet craſſior erat Aqua, Reflexio utiq; adeo fortis erat, ut Aquam valde Albam exhiberet: Neq; vero in minima ſolummodo craſſitudine, verum etiam in aliis permultis tenuium laminarum vel bullarum craſſitudinibus continua proportione excreſcentibus, abeſt omnis ſenſibilis Reflexio; Nam in *Obſervatione* 15*tâ* radii uno eodemq; Colore, tranſmittebantur in una craſſitudine, & in alia reflectebantur, per innumerabiles vices alternas. Attamen in Superficie corporis tenuis, qua parte id unius cujuſvis ſit craſſitudinis, omnino nihilo pauciores ſunt partes in quas radii ſe impingant, quam qua parte id alia quavis ſit craſſitudine. *Sexto*, ſi Reflexio efficeretur Impactione radiorum in ipſas Partes corporum; utique nullo pacto fieri poſſet, ut tenues laminæ vel bullæ una eademq; ſui parte reflecterent radios uno colore, & tranſmitterent radios alio colore; quomodo faciunt in *Obſervationibus* 13*tiâ* & 15*tâ*. Neq; enim ullo modo concipi aut fingi poteſt, caſu & fortuito ita evenire poſſe, ut alio in loco Radii cærulei (exempli gratia) in ipſas corporis Partes ſe impingant, & rubei omnes incurrant in Meatus; alio autem in loco, ubi Corpus vel paulo craſſius vel paulo tenuius fuerit, jam e contrario Radii cærulei incurrant in Meatus ejus, rubei autem impingant ſe in ipſas Partes. *Denique*, ſi radii Luminis Reflecterentur Impingendo ſe in ſolidas corporum Partes; utiq; Reflexiones eorum a politis corporum Superficiebus, non poſ-

poſſent eſſe tam accuratæ tamq; ad certam normam directæ, quam reapſe ſunt. Etenim quum Vitrum Arena, vel Stanno Uſto, vel Pulvere Samio politur; exiſtimari utiq; non poteſt, corpora ea, perfricando & atterendo Vitrum, efficere poſſe ut minimæ ipſius particulæ accurate læves & perpolitæ fiant univerſæ; adeo ut Superficies earum omnes, vere ſint planæ, aut vere Sphæricæ, eodemq; omnes ſpectent, unamq; omnes plane æquabilem conſtituant Superficiem. Quanto minores erunt particulæ Pulverum iſtorum; tanto minores quidem eſſe debebunt raſuræ, quibus ii Vitrum perpetuo interradent & atterent, uſquedum id expolitum ſit: Verum, quantumvis exiguæ illæ fuerint, non poterunt tamen Vitri faciem alia ulla ratione complanare & coæquare, quam deterendo id & deradendo, & partes ejus prominentes defricando; adeo ut perpolire Vitrum, nihil aliud ſit niſi aſperitatem ejus eatenus adradendo minuere & lævigare, quoad raſuræ in Superficie ipſius minutiores ſint factæ, quam ut Oculis cerni queant. Quare, ſi Lumen Reflecteretur Impingendo ſe in ſolidas partes Vitri; utiq; diſpergi deberet id quaquaverſum a Vitro accuratiſſime perpolito, æque ac ab aſperrimo. Manet itaque Quæſtio illa, nondum plane expedita; qui fiat ut Vitrum Pulveribus adradentibus expolitum, tamen Lumen tam ad certam normam reflectat, quam revera facit. Atq; hæc quidem Quæſtio non videtur aliter expediri poſſe, quam ſi dicamus radii cujuſvis Reflexionem effici, non utiq; ab uno corporis reflectentis puncto, ſed Vi aliqua per totam corporis Superficiem æquabiliter diffuſa; qua nimirum id in Radium ita *Agat*, ut tamen illum non contingat immediate. Nam corporum Partes, interjecto licet aliquo intervallo, *Agere* tamen in radios Luminis; id vero deinceps oſtendetur.

Jam autem, ſi Luminis Reflexionis cauſa, non utique Impactioni radiorum in ſolidas corporum Partes, ſed alii alicui rei tribuenda eſt; erit porro illud exinde veriſimillimum, qui radii Impingant ſe in ſolidas corporum Partes, utiq; non Reflecti eos, ſed reſtingui intra ipſa corpora & intercidere penitus. Alioqui enim duo nobis eſſent fingenda Reflexionis genera. Et vero, ſi reflecterentur radii, quotquot ſe in interiores Aquæ vel Cryſtalli pellucidæ Particulas impingant; forent ſane corpora iſta, non pellucida plane, ſed colore nubilo ac eluto. Porro, quo corpora videantur Nigra, neceſſe eſt ut permulti radii intercipiantur, reſtinguantur, & intra ipſa intercidant; Veri autem non videtur ſimile, radiorum ullos reſtingui & intercidere poſſe, niſi qui in ipſas corporum Partes ſeſe Impingant.

Atq; hinc quidem id inſuper intelligi poteſt; Corpora multo eſſe rariora, multoq; plures intra ſe Meatus habere, quam vulgo exiſtimatur. Utiq; Aqua 19 partibus levior eſt, & conſequenter 19 partibus rarior, quam Aurum: Aurum autem ipſum tam eſt rarum, ut & facillime nulloq; objecto impedimento Effluvia Magnetica per ſe tranſmittat, & Argentum vivum facile in Meatus ſuos recipiat, & ipſam etiam Aquam per ſe tranſmittat: Nam Globus ex Auro concavus, Aqua repletus, ac probe ferruminatus, & deinceps magna Vi compreſſus, Exudavit Aquam, (uti ex Teſte Oculato quidem Accepi,) & innumeris guttulis exiguis tanquam rorulentus undique Stillavit; tametſi Aurum ipſum interea nihil omnino rimæ egerit. Ex quibus omnibus efficitur, ut Aurum plures habeat Meatus, ~~quam~~ Partes ſolidas, ~~& conſequenter Aqua amplius quadragies tot Meatus habeat, quam quot Partes ſolidas~~. Et quicunq; Hypotheſin aliquam excogitaverit, qua Aqua tam queat rara eſſe, nec

tamen

tamen ulla Vi comprimi poſſit; poterit is ſane, ex eadem Hypotheſi, Aurum & Aquam, aliaque omnia corpora, tanto adhuc rariora, quantum ſibi ipſi libuerit, effingere. Adeo ut jam *Satis* admodum ſit *Spatii* in Corporibus omnibus pellucidis, qua *Lumen* Tranſitum ſibi per ea liberum atq; apertum reperiat. Magnes Virtutem suam sine ulla diminutione aut alteratione integram transmittit per Corpora omnia frigida et non Magnetica ut ☉, ☾, Vitrum ∇m. Vis gravitas...

PROP. IX.

Corpora Reflectunt & Refringunt Lumen una eademq; Vi, diverſe in diverſis Circumſtantiis ſe exerente.

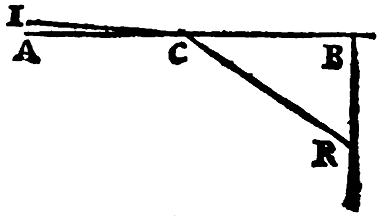
Apparet hoc permultis ex Rebus. *Primo*, Quia cum Lumen e Vitro in Aerem qua poſſit ſumma cum Obliquitate Tranſit; ſi jam deinceps paulo adhuc obliquius incidat, Reflectitur continuo in totum. Etenim Vitri Vis, poſtquam Refregerit Lumen quam potuerit Obliquiſſime; ſi id deinceps adhuc obliquius incidat, fortior exinde evadet, quam ut radiorum ullos tranſire permittat; & conſequenter Reflectit eos ex toto. *Secundo*, Quia Lumen in tenuibus Vitri lamellis Reflectitur per multas vices & Tranſmittitur alternis, pro eo ac Craſſitudo lamellæ in Progreſſione Arithmetica excreſcat. Hic enim, utrum Vis qua Vitrum in Lumen *Agit*, efficiat ut id Reflectatur, an vero ut Tranſmittatur permittat; pendet utiq; ex Craſſitudine Vitri. *Tertio* denique, Quia quæ corporum pellucidorum Superficies Vim Refringentem maximam habent, eæ itidem plurimum Luminis Reflectunt; quomodo in *Prima Propoſitione* oſtenſum eſt.

PROP.

PROP. X.

Si Lumen celerius ſit in corporibus quam in Inani, ea proportione, quæ eſt Sinuum qui Corporum Refractionem metiuntur; erunt utiq; Vires Corporum ad Reflectendum & Refringendum Lumen, proportionales Corporum ipſorum Denſitatibus quamproxime; Excepto quod Corpora Unctuoſa & Sulphuroſa, Refringant plus quam alia Corpora, quæ ſint eadem Denſitate.

Repræſentet A B, corporis cujuſvis Superficiem planam Refringentem; & I C, radium incidentem ei in C



valde oblique; adeo ut Angulus A C I ſit quasi infinite parvus; Et eſto C R Radius Refractus: Tum a dato puncto B, demitte lineam refringenti Superficiei perpendicularem B R, quæ Radio refracto C R occurrat in R. Jamq; ſi C R repræſentet Motum radii refracti; iſte autem Motus diſtinguatur in binos Motus C B & B R, quorum quidem C B parallelus ſit Plano refringenti, B R autem eidem perpendicularis; utiq; C B repræſentabit Motum Incidentis Radii, B R autem Motum Refractione generatum; ſicuti expoſuerunt nuperi de re Optica Scriptores.

Jam ſiquod Corpus, vel res quæcunque, interea dum movetur per Spatium datæ Latitudinis duobuſq; Planis inter ſe parallelis utrinq; terminatum, urgeatur prorſum in omnibus partibus iſtius Spatii, Viribus directo verſus

verſus poſterius Planum tendentibus; & antequam incideret in prius Planum, Motu vel nullo vel infinite parvo fuerit eo verſus delatum: ſiq; Vires in omnibus partibus iſtius Spatii inter bina Plana jacentibus, ſint, in æqualibus quidem intervallis ab iſtis Planis, æquales inter ſe; in inæqualibus autem intervallis, majores vel minores ſecundum quamlibet datam proportionem: utiq; Motus Viribus iſtis generatus in toto Tranſitu Corporis vel Rei antedictæ per id Spatium, erit in ſubduplicata proportione Virium; ut Mathematici facile quidem intelligent. Quamobrem ſi Spatium Activitatis refringentis Superficiei cujuſvis Corporis, ſit nimirum illud Spatium; debebit Motus Radii luminis, generatus Vi refringente corporis inter Tranſitum radii per id Spatium, hoc eſt Motus B R, eſſe in ſubduplicata proportione iſtius Vis refringentis. Erit itaq; Quadratum lineæ B R, & conſequenter Vis refringens Corporis, ut Denſitas ipſius Corporis quamproxime. Hoc autem apparebit ex ſequenti Tabula: In qua Proportio Sinuum, qui diverſorum corporum Refractiones metiuntur; Quadratum lineæ B R, poſito quod C B ſit 1; Denſitates Corporum, ex Specifica ipſorum Gravitate æſtimatæ; eorumq; Vis Refractiva, reſpectu Denſitatum ſuarum; in diverſis columnis deſcripta ſunt.

Corpora

Corpora Refringentia.	*Proportio Sinuum Incidentiæ & Refractionis Luminis Flavi.*	*Quadratum lineæ* B R, *cui proportionalis eſt Vis Refringens Corporis.*	*Denſitas & Specifica Gravitas Corporis.*	*Vis Refringens Corporis, Reſpectu Denſitatis ſuæ.*
Pſeudo-Topazius, lapis naturalis, pellucidus, fragilis, hirſutus, & Coloris Flavi.	23 ad 14	1’699	4’27	3979
Aer	3851 ad 3850	0’00052	0’00125	4160
Vitrum Antimonii	17 ad 9	2’568	5’28	4864
Selenites	61 ad 41	1’213	2’252	5386
Vitrum commune	31 ad 20	1’4025	2’58	5436
Cryſtallus de rupe	25 ad 16	1’445	2’65	5450
Cryſtallus Iſlandica	5 ad 3	1’778	2’72	6536
Sal Gemmæ	17 ad 11	1’388	2’143	6477
Alumen	35 ad 24	1’1267	1’714	6570
Borax	22 ad 15	1’1511	1’714	6716
Nitrum	32 ad 21	1’345	1’9	7079
Vitriolum Dantzicum	303 ad 200	1’295	1’715	7551
Oleum Vitrioli	10 ad 7	1’041	1’7	6124
Aqua Pluvia	529 ad 396	0’7845	1.	7845
Gummi Arabicum	31 ad 21	1’179	1’375	8574
Spiritus Vini rectificatus	100 ad 73	0’8765	0’866	10121
Camphora	3 ad 2	1’25	0’996	12551
Olivum	22 ad 15	1’1511	0’913	12607
Oleum ex Lini Semine	40 ad 27	1’1948	0’932	12819
Spiritus reſinæ Terebinthinæ	25 ad 17	1’1626	0’874	13222
Electrum	14 ad 9	1’42	1’04	13654
Adamas	100 ad 41	4’949	3’4	14556

Refractio Aeris in hac Tabula, eſt Refractio Atmoſphæræ ab Aſtronomis obſervata. Nam ſi Lumen tranſeat per multa refringentia corpora, ſive Media, gradatim invicem denſiora, & Superficiebus inter ſe parallelis terminata; utiq; Summa omnium Refractionum, æqualis

æqualis erit uni Refractioni ei, quæ eſſet futura Luminis immediate e primo Medio in ultimum tranſeuntis. Hocque perinde verum erit; etiamſi corporum refringentium numerus adaugeatur infinite, eorumq; diſtantiæ inter ſe tantundem minuantur, adeo ut Lumen jam refringi fingatur in ſingulis Trajectus ſui punctis, continuiſq; illis Refractionibus in lineam plane curvam inflectatur. Quamobrem tota Refractio Luminis inter tranſeundum per Atmoſphæram ab altiſſima & rariſſima ejus parte ad uſq; infimam & denſiſſimam, æqualis eſſe debet Refractioni ei, quæ eſſet futura Luminis ſimili Obliquitate tranſeuntis immediate ex Inani in Aerem qui ſit pari Denſitate ac infima pars Atmoſphæræ.

Jam quidem ex hac Tabula; ſi Refractiones *Pſeudo-Topazii*, *Selenitis*, *Cryſtalli de rupe*, *Cryſtalli Iſlandicæ*, *Vitri communis*, (hoc eſt, *Arenæ colliquefactæ*,) & *Vitri Antimonii*, (quæ ſunt Concreta terreſtria, lapidea, Alcalizata;) atq; *Aeris*, (qui, ut probabile eſt, generatur Fermentatione ex iſtiuſmodi Corporibus;) comparentur inter ſe: apparebit corpora iſta, quamvis Denſitate valde inter ſe differentia, tamen Vires habere Refractivas eadem fere proportione inter ſe, ac ipſas Denſitates ſuas; (excepto quod Refractio miræ illius Subſtantiæ, *Cryſtalli Iſlandicæ*, paulo major ſit quam reliquorum:) Et nominatim *Aerem*, qui eſt 3400 partibus rarior quam *Pſeudo-Topazius*, & 4200 partibus rarior quam *Vitrum Antimonii*; non obſtante tanta illa Raritate, Vim tamen Refractivam, pro ratione quidem Denſitatis ſuæ, eandem plane habere, ac habent ſibi duæ illæ valde Denſæ Subſtantiæ; excepto quatenus eæ quidem duæ, differant inter ſe.

Rurſum, ſi Refractiones *Camphoræ*, *Olivi*, *Olei ex Lini ſemine*, *Spiritus reſinæ terebinthinæ*, & *Electri*, (quæ ſunt Corpora pinguia, ſulphurea, unctuoſa;) atq;

Adamantis, (qui, ut probabile eſt, ſubſtantia eſt unctuoſa coagulata) comparentur itidem inter ſe: apparebit ſimiliter hæc quoq; corpora Vires habere Refractivas eadem fere proportione inter ſe, ac ipſas Denſitates ſuas; ſine ulla quidem variatione notatu digna. At vero Vires illæ Refractivæ Corporum horum Omnium Unctuoſorum, pro ſuæ quidem cujuſq; Denſitatis ratione, duplo vel triplo majores ſunt, quam Vires Refractivæ corporum antedictorum cum ſuis itidem ſingulorum Denſitatibus comparatæ.

Aqua Vim Refractivam intermediam quandam habet inter bina illa Subſtantiarum genera; &, ut veriſimile eſt, mediæ eſt inter utrumq; Naturæ. Nam ex ea quidem oritur Plantarum omnium Animaliumq; Materia; quæ conſtant tam ex partibus ſulphureis, pinguibus, & flammæ concipiendæ aptis, quam ex terreſtribus, macris, & Alcalizatis.

Sales & *Vitriola* Vires Refractivas intermedias habent, inter Corporum Terreſtrium & Aquæ; & proinde compoſita ſunt ex duabus iſtis Subſtantiis: Nam Spiritus ipſorum diſtillando utiq; & rectificando, abeunt magnam partem in Aquam; pars autem magna ſupereſt, ſpecie ac forma terræ ſiccæ & fixæ & ad Vitrificandum aptæ.

Spiritus Vini Vim Refractivam mediam habet inter eam quæ eſt Aquæ, & eam quæ eſt corporum Oleoſorum; Et proinde ex utriſq; videtur compoſitus, fermentatione utiq; in unum conjunctis; Aqua nimirum, ope Spirituum quorundam ſalinorum quibus imbuta eſt, Diſſolvente Oleum, idq; per iſtam Actionem Volatizante. Etenim *Spiritus Vini*, flammæ concipiendæ aptus fit per partes ſuas oleoſas; & diſtillatus ſæpe ex Sale Tartari, fit ſingulis diſtillationibus magis magiſq; aquoſus & Phlegmatis

matis plenus. Et Chymici Obſervant, Herbas (ut Lavendulam, Rutam, Majoranam, *&c*,) diſtillatas *per ſe*, ante fermentandum dare utiq; Olea ſine Spiritibus ardentibus; poſt fermentandum autem, Spiritus ardentes ſine Oleis: Ex quo apparet, Oleum ipſarum converti utiq; in Spiritum Fermentatione. Præterea comperiunt Chymici, ſi Olea Herbis fermentantibus affundantur parva portione, diſtillare utiq; ea poſt fermentandum, ſpecie ac forma Spirituum.

Ita, ex Tabula præcedente, videntur Corpora Omnia Vires habere Refractivas eadem aut fere eadem proportione inter ſe, ac ipſas Denſitates ſuas; Excepto quatenus particularum ſulphurearum oleoſarumq; abundantia vel defectu, Vis ea adaucta ſit vel imminuta. Atq; hinc quidem rationi videtur conſentaneum, ut Corporum omnium Vis Refractivæ cauſam, particulis ſuis ſulphureis maxima ſane ex parte, ſi non etiam in totum, attribuamus. Veri enim ſimillimum eſt, ineſſe in omnibus corporibus partes ſulphureas; in aliis quidem majori portione, in aliis minori. Ut autem Lumen Vitro Uſtorio coactum, *Agit* fortiſſime in Corpora ſulfuroſa, quo ea in Ignem & Flammam convertantur; Sic, quando omnis quidem Actio eſt reciproca, Sulphura *Agere* debent fortiſſime itidem in radios Luminis. Nam Actionem quidem, quæ eſt inter Lumen & Corpora, reciprocam eſſe, etiam vel hinc apparere poterit; quod, ut quodq; corpus denſiſſimum eſt, radioſq; fortiſſime refringit & reflectit; ita ipſum in Sole æſtivo, Actione Luminis refracti vel reflexi, itidem maxime calefiat.

Hactenus Vim Reflectendi & Refringendi, quæ in Corporibus ineſt, expoſui; oſtendiq; tenues pellucidas lamellas, fibras, ac particulas, pro ſua cujuſq; craſſitudine ac denſitate, reflectere quidem radios diverſorum

 gene-

generum, indeq; varios Colores exhibere; & conſequenter, ad producendos omnes corporum naturalium colores, nihil utiq; aliud opus eſſe, niſi certas particularum ſuarum pellucentium magnitudines ac denſitates. Verum Cauſa ac Ratio efficiens, qua iſtæ lamellæ, fibræ, ſive particulæ, pro ſua quidem cujuſq; craſſitudine ac denſitate, reflectant eo pacto radios diverſorum generum; ea demum quæ ſit, nondum explicavi. Ut huic igitur rei deinceps explicandæ, & ſequenti hujus Libri *Parti* intelligendæ, viam porro ſternam; paucas amplius Propoſitiones ſub finem hujus *Partis* hic apponam. Quæ hactenus propoſitæ fuerunt, erant de Corporum quidem Natura; quæ ſequuntur deinceps, erunt de Natura Luminis: Nam Amborum quidem Naturam probe intellectam oportet, antequam Actiones ipſorum mutuæ, quibus utiq; ex cauſis pendeant, intelligi queant. Quoniam autem Propoſitio proxime antecedens, pendebat de Velocitate Luminis; congruum erit ut incipiamus jam deinceps a Propoſitione, quæ ſit de eadem adhuc Luminis Proprietate.

PROP. XI.

Lumen propagatur Spatio Temporis, a Corporibus Lucidis; impenditq; in Tranſitu ſuo de Sole in Terram, ad ſeptem circiter vel octo Minuta.

Obſervavit hoc primus, *Römerus*; deinde & alii; ope Eclipſium Jovis Satellitum. Iſtæ enim Eclipſes, quum Terra inter Solem & Jovem interpoſita ſit, accidunt circiter ſeptem vel octo Minutis *citius*, quam ſecundum Tabulas accidere debent; quum autem Terra ſit ex adverſo Jovi ultra Solem oppoſita, tum illæ circiter ſeptem vel octo Minutis *tardius*, quam ſecundum Tabulas, accidunt: Ea videlicet de cauſa, quod Lumen Satellitum in poſteriori caſu, Spatium tota *Orbis*

bis Magni diametro longius, quam in caſu priori, emetiatur. Poterunt quidem aliquæ inæqualitates Temporis, ex Orbium iſtorum Satellitum Excentricitatibus oriri; At vero eæ non poterunt in omnibus Satellitibus, & in omnibus Temporibus, reſpondere Poſitioni & Diſtantiæ Telluris a Sole. Præterea, medii quidem Motus Satellitum Jovis, celeriores ſunt inter Deſcenſum ejus ab Aphelio ſuo ad Perihelium, quam inter Aſcenſum ejus in altera Orbis ſui parte: Verum neq; hæc inæqualitas quicquam omnino conjuncta eſt cum Poſitione Terræ; ipſaq; inſuper, in tribus interioribus quidem Satellitibus, minor eſt quam quæ Senſu percipi queat; uti, ex Gravitatis ipſorum Theoria, poſito calculo, comperi.

PROP. XII.

Omnis Radius Luminis in Tranſmiſſu ſuo per quamlibet Superficiem Refringentem, nanciſcitur Conſtitutionem quandam ſeu Diſpoſitionem Tranſitoriam, quæ in Radii Progreſſu æqualibus revertitur intervallis, efficitq; ut is in ſingulis Diſpoſitionis iſtius Acceſſibus, Tranſmittatur facilius per Superficiem Refringentem proxime deinceps objectam; in ſingulis autem ejuſdem Intermiſſibus ſive Intervallis, Reflectatur facilius ab ejuſmodi Superficie.

Apparet hoc ex *Obſervationibus* 5ta, 9na, 12ma, & 15ta. Liquet enim ex iſtis Obſervationibus, Radios unius ejuſdemq; generis, in tenuem quamlibet & pellucidam lamellam æqualibus plane Angulis Incidentes, Reflecti & Tranſmitti alternis per multas vices, prout craſſitudo lamellæ adaucta ſit in Progreſſione Arithmetica Numerorum 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, *&c*: Adeo ut, ſi prima Reflexio (qua nimirum Annulorum coloratorum ibi deſcriptorum primus ſive intimus efficitur) fiat in craſſitudine 1, futurum ſit ut radii Tranſmittantur in Craſſitudinibus

tudinibus 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, *&c*; eoq; pacto Maculam centralem Annuloſq; lucidos per Tranſmiſſionem viſos conforment; Reflectantur autem in craſſitudinibus 1, 3, 5, 7, 9, 11, *&c*; eoq; pacto effingant Annulos per Reflexionem viſos. Atq; hæc quidem alterna Reflexio ac Tranſmiſſio, quomodo ex 24ta quidem *Obſervatione* collegi, amplius centenas vices adimplent; imo, ex Obſervationibus in ſequenti Parte hujus Libri deſcribendis, vices ſuas alternant ad plura millia; propagatæ nimirum ab una Superficie Laminæ vitreæ ad alteram, quamvis craſſitudo ejus ſit amplius $\frac{1}{4}$ Unciæ: Adeo ut vices hæ alternæ, revera in omnem diſtantiam, ſine fine aut limite, ab omni Superficie Refringente, propagari videantur.

Pendet hæc alterna Reflexio ac Refractio, ab utraq; ſuperficie cujuſq; tenuis lamellæ; Pendet enim ex diſtantia ipſarum inter ſe. Item in *Obſervatione* 21ma, ſi alterutra ſuperficies tenuis lamellæ *Lapidis Specularis* madefiat; colores alterna Reflexione ac Refractione exhibiti, langueſcunt continuo; Ac proinde Reflexio illa & Refractio alterna, pendet ex ambabus Superficiebus.

Atq; hinc porro conſequens eſt, effici eam in ſecunda Superficie. Si enim in prima Superficie efficeretur, antequam radii ad ſecundam pervenirent; utiq; non penderet ex ſecunda.

Adhæc, pendet quodam modo ex Actione vel Diſpoſitione aliqua, propagata a prima Superficie ad ſecundam: Alioqui enim, jam in ſecunda Superficie, non penderet ex prima. Ea autem Actio ſive Diſpoſitio ita propagatur, ut æquis perpetuo intermittat & revertatur intervallis: Efficit enim in Omni Progreſſu ſuo, ut Radius, certa interjecta Diſtantia a prima ſuperficie, Reflectatur ex ſecunda; alia autem interjecta Diſtantia, Tranſmittatur; idq; æqualibus intervallis & per innumeras

meras vices. Denique, quoniam hæc Diſpoſitio Radii ita eſt comparata, ut is Reflectatur in diſtantiis 1, 3, 5, 7, 9, &c; Tranſmittatur autem in diſtantiis 0, 2, 4, 6, 8, 10, &c; (Nam ejus Tranſmiſſio per primam Superficiem, fit in diſtantia 0; & Tranſmittitur is per Ambas quidem ſimul, ſi illarum diſtantia inter ſe ſit infinite parva, vel etiam multo minor quam 1:) ideo Diſpoſitio ea, qua fit ut radius Tranſmittatur in diſtantiis 2, 4, 6, 8, 10 &c; exiſtimanda eſt *Reverſio Ejuſdem Diſpoſitionis*, quam habebat is initio in diſtantia 0, hoc eſt, cum Tranſmitteretur per primam Superficiem Refringentem. Quæ quidem Omnia, id efficiunt, quod erat mihi comprobandum.

Actio autem hæc ſive Diſpoſitio, Qualis tandem ſit; Utrum conſiſtat in Motu quodam circulatorio, an vibratorio, Radii ipſius, vel etiam Medii; an plane alia aliqua ex cauſa pendeat; in id vero Ego hic non inquiro. Qui hoc in animum ſuum inducere non poſſunt, ut quicquam novi aut recens inventi Accipiant, quod nequeant continuo Hypotheſi aliqua explicare; his in præſentia illud quidem ſibi fingere licebit: Ut Lapides in Aquam incidentes, excitant in Aqua Motum quendam Undulantem; & corpora omnia percuſſu ſuo Vibrationes cient in Aere: Ita Radios Luminis, Impingendo ſe in Superficiem quamlibet Refringentem vel Reflectentem, excitare ſcilicet Vibrationes quaſdam in Medio ſive Subſtantia refringente vel reflectente; eaſq; excitando, agitare utiq; partes ſolidas Corporis refringentis vel reflectentis; eoq; pacto efficere, ut Corpus id quodammodo incaleſcat; Porro, Vibrationes hoc modo excitatas, propagari inde in Medio ſive Subſtantia refringente vel reflectente, eodem fere modo ac Vibrationes ad efficiendum Sonum propagantur in Aere; moveriq; eas velocius

utiq;

utiq; quam ipſos Radios, adeo ut illos antevertant; Cumque Radius aliquis ſit in ea videlicet Vibrationis parte, quæ cum Motu ſuo conſpiret; tum eum per Superficiem Refringentem facile Tranſmitti; Cum autem ſit in contraria Vibrationis parte, quæ ſcilicet Motui ſuo obſiſtat; tum eum facile Reflecti; Et conſequenter Radium unumquemq; ita eſſe comparatum, ut, Vibrationibus ſingulis eum prævertentibus, Reflectatur is facilius, vel facilius Tranſmittatur, vicibus alternis. Verum, utrum hæc Hypotheſis vera ſit necne; in id, inquam, Ego hic non inquiro. Satis habebo, illud ipſum jam inveniſſe; utiq; Luminis Radios ita eſſe comparatos, ut aliqua ex cauſa Alternatim Reflectantur facilius, & facilius Refringantur, per multas vices.

DEFINITIO.

Acceſſus ſive Reverſiones Diſpoſitionis iſtius, qua ſit ut quilibet Radius facilius Reflectatur, appello ejus Vices facilioris Reflexionis: *Reverſiones autem Diſpoſitionis iſtius, qua ſit ut idem facilius Tranſmittatur, appello ejus* Vices facilioris Tranſmiſſus: *Et Spatium quod inter ſingulas ejuſdem Vicis Reverſiones intercedit, appello* Intervallum Vicium.

PROP. XIII.

Cauſa, quamobrem Superficies Corporum omnium craſſorum pellucentium, Luminis ſibi Incidentis partim Reflectant, partim Refringant, hæc eſt; quod Radiorum alii, quo tempore Incidunt, ſint in Vicibus facilioris Reflexionis; alii autem, in Vicibus facilioris Tranſmiſſus.

Colligi

Colligi poteſt hoc ex 24^{a} *Obſervatione*; ubi Lumen tenuibus Aeris & Vitri laminis reflexum, quod nudo Oculo æquabiliter in totis laminis album fuerat viſum, in eiſdem tamen per Priſma inſpectis Undulatum videbatur, & in permultos Lucis ac Tenebrarum Ordines pro alternis facilioris Reflexionis & facilioris Tranſmiſſus vicibus digeſtum: Priſmate nimirum ſeparante & diſtinguente Undas, ex quibus compoſitum erat id album reflexum Lumen; quomodo ſupra eſt explicatum.

Atq; hinc quidem ſequitur, Lumen, etiam antequam in Corpora pellucida incidat, Vices ſuas habere facilioris Reflexionis & facilioris Tranſmiſſus. Utiq; veriſimillimum eſt, id Vices iſtas tum nanciſci, cum e corporibus lucidis primum emittitur; illaſq; per totum ſuum Progreſſum uſq; retinere. Sunt enim hæ Vices Natura ſua durabiles; uti ex ſequenti parte hujus Libri amplius apparebit.

In hac Propoſitione, pono Corpora pellucida eſſe Craſſa: Quoniam ſi Craſſitudo Corporis multo ſit minor, quam eſt Intervallum Vicium facilioris Reflexionis & facilioris Tranſmiſſus radiorum; amittit id corpus Vim ſuam Reflectentem. Si enim radii, qui cum in aliquod Corpus ingrediuntur, ſubeunt Vices ſuas facilioris Tranſmiſſus, perveniant ad poſteriorem Corporis iſtius Superficiem antequam Vices iſtas deponant; utiq; Tranſmittantur oportebit. Atque ea quidem Cauſa eſt, quamobrem Bullæ Aquæ, quum valde tenues factæ ſint, Vim ſuam Reflectentem amittant; & corpora omnia Opaca, quum in partes valde exiguas ſint comminuta, pellucida evadant.

PROP. XIV.

Quæ Corporum pellucentium Superficies, Radium qui ſit in Vice facilioris Refractionis, Refringunt fortiſſime;

utiq; quam ipſos Radios, adeo ut illos antevertant; Cumque Radius aliquis ſit in ea videlicet Vibrationis parte, quæ cum Motu ſuo conſpiret; tum eum per Superficiem Refringentem facile Tranſmitti; Cum autem ſit in contraria Vibrationis parte, quæ ſcilicet Motui ſuo obſiſtat; tum eum facile Reflecti; Et conſequenter Radium unumquemq; ita eſſe comparatum, ut, Vibrationibus ſingulis eum prævertentibus, Reflectatur is facilius, vel facilius Tranſmittatur, vicibus alternis. Verum, utrum hæc Hypotheſis vera ſit necne; in id, inquam, Ego hic non inquiro. Satis habebo, illud ipſum jam inveniſſe; utiq; Luminis Radios ita eſſe comparatos, ut aliqua ex cauſa Alternatim Reflectantur facilius, & facilius Refringantur, per multas vices.

DEFINITIO.

Acceſſus ſive Reverſiones Diſpoſitionis iſtius, qua ſit ut quilibet Radius facilius Reflectatur, appello ejus Vices facilioris Reflexionis: *Reverſiones autem Diſpoſitionis iſtius, qua ſit ut idem facilius Tranſmittatur, appello ejus* Vices facilioris Tranſmiſſus: *Et Spatium quod inter ſingulas ejuſdem Vicis Reverſiones intercedit, appello* Intervallum Vicium.

PROP. XIII.

Cauſa, quamobrem Superficies Corporum omnium craſſorum pellucentium, Luminis ſibi Incidentis partim Reflectant, partim Refringant, hæc eſt; quod Radiorum alii, quo tempore Incidunt, ſint in Vicibus facilioris Reflexionis; alii autem, in Vicibus facilioris Tranſmiſſus.

Colligi

Colligi poteſt hoc ex 24ª *Obſervatione*; ubi Lumen tenuibus Aeris & Vitri laminis reflexum, quod nudo Oculo æquabiliter in totis laminis album fuerat viſum, in eiſdem tamen per Priſma inſpectis Undulatum videbatur, & in permultos Lucis ac Tenebrarum Ordines pro alternis facilioris Reflexionis & facilioris Tranſmiſſus vicibus digeſtum: Priſmate nimirum ſeparante & diſtinguente Undas, ex quibus compoſitum erat id album reflexum Lumen; quomodo ſupra eſt explicatum.

Atq; hinc quidem ſequitur, Lumen, etiam antequam in Corpora pellucida incidat, Vices ſuas habere facilioris Reflexionis & facilioris Tranſmiſſus. Utiq; veriſimillimum eſt, id Vices iſtas tum nanciſci, cum e corporibus lucidis primum emittitur; illaſq; per totum ſuum Progreſſum uſq; retinere. Sunt enim hæ Vices Natura ſua durabiles; uti ex ſequenti parte hujus Libri amplius apparebit.

In hac Propoſitione, pono Corpora pellucida eſſe Craſſa: Quoniam ſi Craſſitudo Corporis multo ſit minor, quam eſt Intervallum Vicium facilioris Reflexionis & facilioris Tranſmiſſus radiorum; amittit id corpus Vim ſuam Reflectentem. Si enim radii, qui cum in aliquod Corpus ingrediuntur, ſubeunt Vices ſuas facilioris Tranſmiſſus, perveniant ad poſteriorem Corporis iſtius Superficiem antequam Vices iſtas deponant; utiq; Tranſmittantur oportebit. Atque ea quidem Cauſa eſt, quamobrem Bullæ Aquæ, quum valde tenues factæ ſint, Vim ſuam Reflectentem amittant; & corpora omnia Opaca, quum in partes valde exiguas ſint comminuta, pellucida evadant.

PROP. XIV.

Quæ Corporum pellucentium Superficies, Radium qui ſit in Vice facilioris Refractionis, Refringunt fortiſſime;

tæ eundem, ſi ſit in Vice facilioris Reflexionis, Reflectunt facillime.

Etenim Oſtendimus ſupra, (in *Prop.* 8,) Cauſam Reflexionis non utiq; Impactionem eſſe Luminis in partes Corporum ſolidas & impervias, ſed aliam aliquam Vim qua iſtæ partes ſolidæ *Agunt* in Lumen interjecto aliquo intervallo: Oſtendimus quoque, (in *Prop.* 9,) Corpora Reflectere & Refringere Lumen una eademq; Vi diverſe in diverſis Circumſtantiis ſe exerente: Et, (in *Prop.* 1,) quæ Superficies Refringunt fortiſſime, eas plurimum itidem Luminis Reflectere. Quæ quidem Omnia conjuncta, & inter ſe collata, evincunt & comprobant cum hancce Propoſitionem, tum & præcedentem.

PROP. XV.

In Radiis cujuſvis unius & ejuſdem generis, emergentibus in quovis Angulo e quavis Refringente Superficie in quodvis unum idemq; Medium; Intervalla ſequentium Vicium facilioris Reflexionis & facilioris Tranſmiſſus, ſunt, vel accurate, vel quamproxime, ut Rectangulum Secantis Anguli Refractionis, & Secantis alius cujuſdam Anguli, cujus Sinus videlicet ſit prima ex 106 *Arithmeticis Mediis Proportionalibus inter Sinus Incidentiæ & Refractionis, incipiendo a Sinu Refractionis.*

Manifeſtum eſt hoc ex *ſeptima Obſervatione.*

PROP. XVI.

In Radiis diverſorum generum, emergentibus in æqualibus Angulis e quavis Refringente Superficie in unum idemq; Medium; Intervalla ſequentium Vicium facilioris Reflexionis & facilioris Tranſmiſſus, ſunt, vel accurate, vel quamproxime, ut Radices cubicæ Quadratorum Longitudinum Chordæ, quæ ſonent Notas illas muſicas in Octava, ſol, la, fa, ſol, la, mi, fa, ſol, *una cum gradibus ſuis omnibus intermediis, ad Colores Radiorum illorum reſpondentibus,*

tibus, ſecundum eam ſimilitudinem Proportionum, quam in ſeptimo Experimento ſecundæ Partis primi Libri expoſuimus.

Manifeſtum eſt hoc, ex *Obſervationibus* 13^tia^ & 14ta.

PROP. XVII.

Si Radii unius cujuſvis generis, tranſeant in diverſa Media ad perpendiculum; Intervalla Vicium ſuarum facilioris Reflexionis & facilioris Tranſmiſſus in quovis uno Medio, erunt ad earundem Intervalla in alio quovis Medio, ut Sinus Incidentiæ ad Sinum Refractionis radiorum tranſeuntium e primo duorum iſtorum Mediorum in ſecundum.

Manifeſtum eſt hoc ex 10ma *Obſervatione.*

PROP. XVIII.

Si Radii qui exhibent Colorem in Confinio flavi atq; aurei interjacentem, tranſeant ad perpendiculum e quovis Medio in Aerem; Intervalla Vicium ſuarum facilioris Reflexionis, fiunt $\frac{1}{89000}$ pars Unciæ. Et ejuſdem quoq; longitudinis ſunt Intervalla Vicium ſuarum facilioris Tranſmiſſus.

Apparet hoc ex 6ta *Obſervatione.*

Ex his Propoſitionibus facile eſt colligere, quanta ſint Intervalla Vicium facilioris Reflexionis & facilioris Tranſmiſſus radiorum cujuſvis generis refractorum in quovis Angulo in quodvis Medium; indeq; cognoſcere, utrum futurum ſit ut iidem Radii, cum deinceps in quodvis aliud Medium pellucidum incidant, Reflecti porro debeant, an Tranſmitti. Quæ quidem Res, quoniam ad ſequentem hujus Libri Partem recte intelligendam permultum conferet, congruum erat ut hoc in loco exponeretur. Eandemq; porro ob cauſam binas ſequentes quoq; adjeci Propoſitiones.

PROP. XIX.

Si Radii cujuſvis generis, incidentes in Superficiem politam Medii cujuſvis pellucidi, Reflectantur; Vices facilioris Reflexionis, quas ii habent in puncto Reflexionis, revertentur uſq; continuis vicibus; earumq; Reverſiones diſtabunt a Reflexionis puncto, ſpatiis quæ ſint in Arithmetica Progreſſione Numerorum 2, 4, 6, 8, 10, 12, &c. *Inq; Vicium iſtarum Intervallis, erunt Radii in* Vicibus *facilioris Tranſmiſſus.*

Etenim cum Vices facilioris Reflexionis & facilioris Tranſmiſſus, natura ſint durabili; ſtatiſq; antea Reverterint Intervallis, uſquedum Radius ad Medium Reflectens pervenerit; ibique, ut is Reflecteretur, effecerint: Utiq; nihil cauſæ eſt, quamobrem inde deinceps continuo ceſſarent. Jam vero ſi Radius in puncto Reflexionis, erat in Vice facilioris Reflexionis; utiq; Progreſſio Spatiorum, quibus hæ Vices a Puncto iſto exinde diſtent, incipiat neceſſe eſt ab 0, ſitq; adeo in Progreſſione Numerorum 0, 2, 4, 6, 8, *&c.* Ac proinde Progreſſio Spatiorum alterorum, quibus videlicet intermediæ Vices facilioris Tranſmiſſus diſtent ab eodem Puncto, debebit eſſe ſecundum Progreſſionem Numerorum imparium 1, 3, 5, 7, 9, *&c*; Contra, quam evenit tum, cum hæ Vices propagentur a Punctis Refractionis.

PROP. XX.

Intervalla Vicium facilioris Reflexionis & facilioris Tranſmiſſus, propagatarum a punctis Reflexionis in quodvis Medium; æqualia ſunt Intervallis ſimilium Vicium, *quas iidem Radii ita utiq; habituri eſſent, ſi Refracti forent in idem Medium per Angulos Refractionis æquales ſcilicet Angulis ſuis iſtis Reflexionis.*

Etenim quum Lumen Reflexum eſt e ſecunda Superficie tenuium Lamellarum, egreditur deinceps liberrime

me per primam Superficiem, ad conſtituendos Annulos Colorum eos qui Reflexione conſpiciuntur; egrediendoq; ita libere, efficit Colores Annulorum iſtorum clariores fortioreſque, quam ſunt ii qui ex altera parte tenuium lamellarum conſpiciuntur Lumine Tranſmiſſo. Itaq; radii Reflexi, ſunt in Vicibus facilioris Tranſmiſſus tum, cum egrediuntur: Quod quidem non ſemper ita eveniret, ſi Intervalla Vicium intra Lamellam poſt Reflexionem, non eſſent æqualia, tum longitudine tum numero, Intervallis earundem ante Reflexionem. Hocq; confirmat inſuper Proportiones in præcedente Propoſitione expoſitas: Nam ſi Radii, tum in ingreſſu tum in egreſſu primæ Superficiei, ſint in Vicibus facilioris Tranſmiſſus; Vicium autem iſtarum tum Intervalla tum Numerus, inter primam & ſecundam Superficiem, ante & poſt Reflexionem, æqualia ſint inter ſe; Utiq; Spatia, quibus Vices facilioris Tranſmiſſus diſtant ab utravis Superficie, in eadem neceſſe eſt Progreſſione ſint poſt Reflexionem, ac ante; hoc eſt, a prima Superficie quæ Tranſmiſit Radios, in progreſſione ſint Numerorum parium 0, 2, 4, 6, 8, *&c*; & a ſecunda quæ eos Reflexit, in progreſſione Numerorum imparium 1, 3, 5, 7, *&c.* Verum hæ duæ Propoſitiones, ex Obſervationibus in ſequenti parte hujus Libri exponendis, multo adhuc fient evidentiores.

OPTICES.

OPTICES
LIBER SECUNDUS.

PARS IV.

Obſervationes circa Reflexiones & Colores laminarum Craſſarum, pellucentium & politarum.

NUllum eſt Vitrum aut Speculum, quamtumvis perpolitum, quin, præter Lumen quod id Refringit vel Reflectit regulariter, diſpergat inſuper quoquoverſus Lumen quoddam debile; per quod polita ejus facies, quum Radio Solis in Cubiculum tenebricoſum immiſſo ſit illuminata, facile in omnibus Oculi poſitionibus cerni queat. Sunt autem Luminis hujuſce quaquaverſum diſperſi Phænomena quædam, quæ, cum ea primum Obſervarem, magnam quidem mihi moverunt Admirationem. Quæ Obſervaverim, hujuſmodi erant.

OBS. I.

Quum Sol in Cubiculum meum tenebricoſum per Foramen $\frac{1}{3}$ Unciæ latum colluceret, Radium Luminis intromiſſum excepi ad perpendiculum ſuper Speculo vitreo concavo-convexo, tornato ad Sphæram Pedes quinq;

quinq; Unciaſq; undecim Semidiametro complectentem, & Argentum vivum convexa ſui facie obtecto. Tum Tenens Chartam albam opacam, ſive Chartæ Scapum, in Centro Sphærarum ad quas tornatum erat Speculum; hoc eſt, intervallo circiter Pedum quinq; & Unciarum undecim a Speculo; tali nimirum in poſitu, ut Radius Luminis antedictus in Cubiculum tenebricoſum immiſſus, per exiguum deinceps foramen, quod eſſet in Medio Chartæ, tranſmitteretur ad Speculum; indeq; ad idem rurſus foramen Reflecteretur: Chartam, inquam, ita Tenens, Obſervavi ſuper ea quatuor vel quinq; Irides concentricas, ſive Colorum Annulos, Arcus cæleſtis Speciem habentes, & Foramini jam dicto circumdatas; eodem fere modo ac Annuli illi, qui *in Quarta & ſequentibus Obſervationibus primæ Partis hujus Secundi Libri* inter bina Vitra Objectiva viſi ſunt, ambiebant Maculam ſuam nigram: Erant tamen hi Annuli, quam illi, largiores dilutioreſque. Jam quidem hi Annuli, pro eo ut in amplitudinem ſe laxabant, dilutiores adhuc languidioreſq; evadebant; adeo ut eorum Quintus, ſub Senſum vix caderet: Nonnunquam tamen, cum Sol valde clarus colluceret; erant porro ſexti Annuli atq; etiam ſeptimi languida quædam Indicia. Siquando Charta diſtaret a Speculo, Intervallo multo majori multove minori Sex Pedum; utiq; Annuli diluti continuo, & evanidi ſunt facti. Item ſi Speculum diſtaret a Feneſtra, Intervallo multo majori Sex Pedum; utiq; Reflexus Luminis Radius adeo latus continuo erat factus, intervallo ſex Pedum a Speculo, quo in loco Annuli videlicet apparebant; ut Annulorum interiorum unus vel alter ~~exinde~~, obſcuraretur. Quamobrem Speculum, intervallo circiter ſex Pedum a Feneſtra, collocare ſolitus ſum; ut adeo apud ipſam Feneſtram Focus Vitri

incur-

incurreret in Centrum Concavitatis ſuæ ad Annulos ſuper Charta. Atq; hæc quidem ſemper exiſtimanda eſt Poſitio Speculi, in ſequentibus Obſervationibus; niſi ſiquando alia aliqua nominatim exprimatur.

OBS. II.

Colores harum Iridum ſuccedebant invicem a Centro extrorſum, eadem Specie & Ordine, ac illi qui in *Nona Obſervatione primæ Partis hujus Libri* in binis Vitris Objectivis, non utiq; Reflexu Luminis, ſed Tranſmiſſu, viſi ſunt. Nam primo, in communi horum Annulorum Centro, Macula erat alba, rotunda, debili lumine, latiorq; aliquanto quam ipſe Reflexus Luminis Radius: Qui porro Radius Reflexus, incidebat interdum in mediam illam Maculam; interdum autem, parva inclinatione Speculi, recedebat a medio Maculæ, eamq; ad uſq; Centrum albam conſpiciendam reliquit.

Maculam illam albam proxime ambiebat color leucophæus fuſcior: Cui ſucceſſerunt Colores primæ Iridis: Erant autem hi, ab interiore ſui parte, proxime ~~tenebras~~, violaceus & indicus parva portione: deinde cæruleus; qui ab exteriore ſui parte palleſcebat, deſiitq; in flavum exiguum virideſcentem: cui porro ſucceſſit flavus clarior; eiq; demum, ab exteriori Iridis limite, rubeus; qui ab exteriore ſui parte purpuraſcebat.

Primam hanc Iridem proxime ambiebat ſecunda: Cujus Colores ab intima ſui parte extrorſum, hoc erant Ordine diſpoſiti; Purpureus, cæruleus, viridis, flavus, rubeus clarior, rubeus purpuraſcens.

Huic ſuccedebant proxime Colores tertiæ Iridis: Qui erant Ordine extrorſum numerati, Viridis purpuraſcens, Viridis bonus, & Rubeus clarior quam præcedentis Iridis.

Iri-

Irides quarta & quinta, videbantur ab interiore ſui parte Colorem habere viridem ſubcæruleum; ab exteriori, rubeum: Verum in hiſce Colores adeo evanidi erant facti, ut diſcerni vix potuerint.

O B S. III.

Dimenſus horum Annulorum Diametros quam potui accuratiſſime ſuper Charta, Inveni illas quoq; eandem inter ſe Proportionem habere, ac Annulorum in binis Vitris Objectivis Lumine Tranſmiſſo exhibitorum. Etenim Diametri Annulorum quatuor primorum lucidorum, dimenſæ qua parte clariſſimæ erant ipſorum Orbitæ, Intervallo Sex Pedum a Speculo, fuerunt $1\frac{11}{16}$, $2\frac{3}{8}$, $2\frac{11}{12}$, & $3\frac{3}{8}$ Unciæ; quorum quidem numerorum Quadrata, ſunt in Progreſſione Arithmetica Numerorum 1, 2, 3, 4. Quod ſi Macula alba rotunda, quæ eſt in medio, annumeraretur una cum Annulis; ejuſq; Lumen in Centro, ubi id clariſſimum eſſe videtur, habeatur pro Annulo infinite parvo; jam utiq; Annulorum Diametrorum Quadrata, erunt in Progreſſione 0, 1, 2, 3, 4, *&c.* Porro, Dimenſus Obſcurorum quoq; Annulorum, inter Lucidos illos interjacentium, Diametros; Inveni earum Quadrata in Progreſſione eſſe Numerorum $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$, *&c*: Quippe Diametri primorum quatuor ex his Annulis, intervallo ſex Pedum a Speculo, erant $1\frac{3}{16}$, $2\frac{1}{16}$, $2\frac{2}{3}$, $3\frac{3}{20}$ Unciæ. Quod ſi Charta & Speculum majori minorive quam diximus, inter ſe diſtarent intervallo; utiq; & Diametri Circulorum majores minoreſve erant factæ, ſimili proportione.

O B S. IV.

Ex Proportionum ſimilitudine, quæ erat inter hoſce Annulos, & illos quos in Obſervationibus primæ Partis hujus Libri deſcripſimus; ſuſpicatus ſum multo utiq; plures forte in ſpeculo ineſſe poſſe hujuſmodi Annulos,

in ſe invicem diffuſos, & quorum adeo Colores mutua Commixtione confuſi invicem & ita diluti eſſent facti, ut ſeparatim cerni haud poſſent. Quocirca eos per Priſma inſpexi; quomodo illos in 24ᵗᵃ *Obſervatione* primæ Partis hujus Libri feceram. Cumq; Priſma ita mihi eſſet collocatum, ut id Refractione ſua Lumen Colorum inter ſe permixtorum ſepararet, Annuloſq; a ſe invicem diſtingueret; quomodo in 24ᵗᵃ illa Obſervatione fecerat: utiq; Annulos multo tum, quam antea, diſtinctius cernere potui; atq; etiam numerare eos ad octo vel novem, nonnunquam etiam ad duodecim vel tredecim. Quod niſi Lumen ipſorum adeo debile fuiſſet; equidem nihil dubito quin multo etiam adhuc plures diſcernere potuiſſem.

O B S. V.

Cum in feneſtra Priſma collocaſſem, quo intromiſſus Luminis Radius Refringeretur, adeoq; oblonga Colorum Imago in Speculum projiceretur; Speculum deinceps obtexi Charta Nigra, in qua Foramen eſſet, per quod Colorum unus quilibet Tranſmitti poſſet ad Speculum, interea dum reliqui omnes Charta interciperentur. Jamq; Vidi Annulos eo ſolo Colore, qui utiq; in Speculum incideret. Si Speculum illuminaretur Colore rubeo; annuli ex toto erant rubei, cum Intervallis tenebroſis: Si colore cæruleo; annuli ex toto erant cærulei: Et ſimiliter in cæteris Coloribus. Cumq; Annuli uno aliquo Colore ita eſſent facti; Quadrata Diametrorum ſuarum, dimenſarum qua parte Orbitæ ipſorum clariſſimæ eſſent, erant in Progreſſione Arithmetica Numerorum 0, 1, 2, 3, 4: Et Quadrata Diametrorum Intervallorum ſuorum obſcurorum, erant in Progreſſione Numerorum intermediorum $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$. Verum ſi Color mutaretur, mutabatur itidem & Magnitudo Annulorum

lorum. In Colore rubeo, Annuli erant largiſſimi; in indico & violaceo, minimi; inq; Coloribus intermediis, flavo, viridi, & cæruleo, intermediis itidem erant Annuli Magnitudinibus, ad Colorem nimirum reſpondentibus; hoc eſt, in colore flavo majores erant quam in viridi, inq; viridi majores quam in cæruleo. Atq; hinc quidem illud intellexi; cum Speculum Albo Lumine illuminatum eſſet, utiq; colores rubeum & flavum in exteriori parte Annulorum exhibitos eſſe per Radios minime Refrangibiles, cæruleum autem & violaceum per Radios maxime Refrangibiles: Item Colores cujuſq; Annuli diffuſos eſſe utroq; in Colores Annulorum ſibi utrinq; adjacentium, quomodo ſupra in prima & ſecunda Parte hujus Libri expoſitum eſt; mutuaq; ſui permixtione inter ſe, adeo dilutos eſſe factos, ut diſcerni invicem haud poſſent, niſi propius a Centro ubi minus eſſent commixti. Etenim in hac Obſervatione Annulos diſtinctius, & majori etiam numero, quam antea, diſcernere potui; utiq; ad octo vel novem in flavo Lumine, præter languidum quoddam Indicium decimi. Jam autem ut id porro invenirem, *Quantum* in ſe invicem diffunderentur & commixti eſſent Annulorum diverſorum Colores; dimenſus ſum Diametros Annulorum ſecundi & tertii; inveniq; eas, cum Annuli illi exhiberentur in Confinio Colorum rubei & aurei, eam habere proportionem ad Diametros eorundem Annulorum in Confinio cærulei & indici exhibitorum, quam habent 9 ad 8, præterpropter: Difficile enim erat hanc Proportionem definire Accurate. Item Circulos, quos in eodem Annulo exhiberent Ordine colores rubeus, flavus & viridis; plus inter ſe differre magnitudine, quam quos per eaſdem vices exhiberent viridis, cæruleus, & indicus: Nam Circulus quidem violaceus, tenebroſior erat quam ut Senſu percipi poſſet. Ut igi-

tur. Calculum inceptum perſequamur ; Ponamus differentias Diametrorum Circulorum, quos exhibent ſua quiſq; vice Colores rubeus extremus, confinium rubei & aurei, confinium aurei & flavi, confinium flavi & viridis, confinium viridis & cærulei, confinium cærulei & indici, confinium indici & violacei, & violaceus extremus ; eadem eſſe proportione inter ſe, ac ſunt differentiæ Longitudinum Monochordi earum, quæ ſonent Notas illas in Octava, *ſol*, *la*, *fa*, *ſol*, *la*, *mi*, *fa*, *ſol* ; hoc eſt, ac ſunt Numeri $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{18}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{2}{27}$, $\frac{1}{27}$, $\frac{1}{18}$. Quod ſi jam Diameter Circuli illius, quem exhibet Confinium colorum rubei & aurei, ſit 9 A; Diameter autem ejus Circuli, quem exhibet Confinium cærulei & indici, ſit 8 A ; ut eſt ſupra dictum ; Utiq; differentia ipſarum, 9 A---- 8 A, ad differentiam Diametrorum Circulorum illorum, quos exhibent rubeus extremus & Confinium rubei atq; aurei ; erit ut $\frac{1}{18}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{2}{27}$, ad $\frac{1}{9}$; hoc eſt, ut $\frac{8}{27}$ ad $\frac{1}{9}$, vel 8 ad 3 : Ad differentiam autem Diametrorum Circulorum illorum, quos exhibent violaceus extremus & Confinium cærulei atq; indici ; erit ut $\frac{1}{18}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{2}{27}$, ad $\frac{1}{27}+\frac{1}{18}$; hoc eſt, ut $\frac{8}{27}$ ad $\frac{5}{54}$, vel 16 ad 5. Quamobrem hæ Differentiæ, erunt $\frac{3}{8}$ A & $\frac{5}{16}$ A. Quarum jam primam Adde ad 9 A, & poſteriorem Subduc de 8 A ; habebiſq; Diametros Circulorum illorum, quos exhibent Radii maxime minimeq, Refrangibiles, nempe $\frac{75}{8}$ A & $\frac{61\frac{1}{2}}{8}$ A. Sunt igitur hæ Diametri inter ſe, ut 75 ad $61\frac{1}{2}$, vel 50 ad 41 ; earumq; Quadrata, ut 2500 ad 1681, hoc eſt, ut 3 ad 2 quamproxime. Quæ quidem Proportio non multum diſtat a Proportione Diametrorum Circulorum illorum, quos exhibuerunt colores rubeus & violaceus extremi in 13^tia^ *Obſervatione* primæ Partis hujus Libri.

OBS.

OBS. VI.

Cum Oculum meum collocaſſem eo in loco, ubi Annuli videbantur manifeſtiſſimi; ſpeculi faciem conſpicatus ſum Colorum Faſciis undatam, (rubeis, flavis, viridibus, cæruleis;) illarum ſimilibus, quæ in Obſervationibus primæ Partis hujus Libri inter bina Vitra Objectiva & in Aquæ Bullis viſæ ſunt; at amplioribus multo. Item hæ, eodem modo ac illæ, pro variis Oculi poſitionibus, Magnitudine varia videbantur; dilatantes ſe ac contrahentes, pro eo ut Oculum meum ultro citroq; moverem. Specie ac Forma erant Arcuum Circulorum concentricorum, ſicuti & illæ; eumq; Oculus meus poſitus eſſet ex adverſo Centri Concavitatis Speculi, (quod erat ſcilicet intervallo Pedum 5 & Unciarum 10 a Speculo,) centrum ipſarum commune in eadem erat linea recta cum Centro illo Concavitatis, & cum Foramine in Feneſtra. Verum in aliis Oculi poſitionibus, Centrum ipſarum alias itidem habebat poſitiones. Apparebant porro per Lumen Nubium propagatum ad Speculum per Foramen in Feneſtra: Cumq; Sol per id Foramen colluceret Speculo, Lumen ejus ſuper Speculo illum ſemper habebat Colorem, qui eſſet Annuli in quem id incideret; verum nimio ſplendore ſuo obſcurabat id Annulos iſtos Lumine Nubium exhibitos, niſi quando Speculum adeo longe admodum diſtaret a Feneſtra, ut Solis Lumen ſuper eo valde latum eſſet & languidum. Denique, cum Oculi poſitionem variarem; eumq; ultro citroque, propius longiuſve a directo Solis Luminis radio, moverem; Color reflexi Luminis Solis ſuper Speculum perpetuo variabatur eodem modo, ac ſuper Oculum meum; eodem nimirum colore ſe ſuper Oculum meum Spectatori cuivis Adſtanti ſemper ſe exhibente, qui Mihi ipſi ſuper Speculum videretur. Atq; hinc quidem

quidem intellexi, Annulos Colorum illos, quos ſuper Charta videram, effectos utiq; fuiſſe ex his reflexis Coloribus, propagatis nimirum a Speculo ad Chartam in diverſis Angulis ; illorumq; productionem, ex Terminatione Luminis atq; Umbræ neutiquam pendere.

O B S. VII.

Ex mira Similitudinum proportione, quæ erat hiſce omnibus Phænomenis cum illis Annulorum coloratorum ſupra in prima Parte hujus Libri deſcriptorum ; videbantur mihi Hi Colores generari in craſſa Vitri lamina eodem fere modo, ac Illi in lamellis valde tenuibus. Etenim experiundo comperiebam, ſi Argentum vivum de poſteriore Speculi facie defrictum eſſet, vitrum utiq; nudum eoſdem uſq; Annulos exhibere, licet multo quidem eos ~~multo~~ languidiores quam antea : Et conſequenter Phænomenon hoc non pendere ex Argento vivo ; niſi quatenus id, augendo Reflexionem poſterioris Vitri faciei, adaugeat itidem Lumen Annulorum coloratorum. Comperi inſuper, Speculum Metallicum ſine Vitro, ad Uſus Opticos ante hos aliquot annos factum, & optime perpolitum, nullos hujuſmodi Annulos exhibuiſſe : Indeq; id intellexi, utiq; Annulos hoſce non oriri ex una ſola Superficie ſpeculari ; ſed pendere ex ambabus Superficiebus laminæ vitreæ in Speculum adhibitæ, & ex eo quantæ eſſet craſſitudinis iſta lamina. Sicut enim, in 7ma *&* 19na *Obſervationibus* primæ Partis hujus Libri, tenuis lamella Aeris, Aquæ, aut Vitri, quæ æquabili eſſet craſſitudine, Colorem alium exhibebat quum Radii ſibi eſſent perpendiculares ; alium, quum ii aliquantum obliqui eſſent ; alium quum obliquiores; alium, quum adhuc obliquiores ; & ſic deinceps : Ita hic, in *ſexta Obſervatione hujus Partis*, Radii qui emerſerunt e Vitro in diverſis Obliquitatibus, effecerunt, ut id diverſos Colores exhiberet ; & propagati

gati inde ad Chartam in iſtis Obliquitatibus, depinxerunt in ea ſimiliter Annulos ſuo quemq; Colore. Et ſicut Cauſa, quamobrem Tenuis lamella Colores diverſos in diverſis radiorum obliquitatibus exhiberet, ea erat; quod radii unius ejuſdemq; generis Reflectantur a tenui lamella in una Obliquitate, & Tranſmittantur in alia; radii autem aliorum generum Tranſmittantur ubi hi Reflectuntur, & Reflectantur ubi hi Tranſmittuntur: Ita Cauſa, quamobrem Craſſa quoq; lamina Vitri, ſive Speculum, colores varios in variis obliquitatibus exhiberet, inq; iſtis obliquitatibus colores illos ad Chartam propagaret, ea itidem erat; quod radii unius ejuſdemq; generis emergerent e Vitro in una Obliquitate, in alia autem non emergerent, ſed reflecterentur a citeriore Vitri facie retro ad Argentum vivum; & prout Obliquitas ea major majorq; fieret, emergerent iterum & reflecterentur alternis per multas vices; in una autem eademq; obliquitate, radii unius generis reflecterentur, & aliorum generum tranſmitterentur. Liquet hoc ex *quinta Obſervatione bujus Partis*: Etenim in ea Obſervatione, quum Speculum illuminatum eſſet uno aliquo Colorum Priſmaticorum; exhibuit id coloratum Lumen Annulos permultos ſuper Charta, eodem omnes Colore, & nigris diſtinctos Interordiniis; Ac proinde id Lumen, inter emergendum e Speculo, Tranſmittebatur & non-Tranſmittebatur alternis a Speculo ad Chartam per multas vices, pro variis nimirum Emergentiæ ſuæ Obliquitatibus. Porro, quum e Priſmate in Speculum Color alius quivis projiceretur; utiq; Annuli ſuper Charta eo ſemper facti ſunt Colore, qui eſſet in Speculum projectus; magnitudinemq; inſuper una cum Colore ſuo immutabant: Ac proinde Lumen Tranſmittebatur jam & non-Tranſmittebatur alternis a Speculo ad Chartam,

in

in aliis, quam antea, Obliquitatibus. Videbantur mihi itaq; hi Annuli conſimilem plane Ortum habere, ac illi in Tenuibus Lamellis: Eo tamen diſcrimine, quod illi in Tenuibus Lamellis oriantur ex alternis Reflexionibus & Tranſmiſſionibus Radiorum in ſecunda Superficie Lamellæ, poſtquam ii ſemel videlicet per lamellam tranſierint: Hi autem in Craſſis Laminis, exhibeantur per Radios, qui, ante alternam iſtam Reflexionem & Tranſmiſſionem, jam bis ſcilicet per Laminam tranſierint; primo nimirum, cum tranſirent a citeriore Vitri facie ad Argentum vivum; & deinde, cum redirent ab Argento vivo ad eandem iterum faciem citeriorem; Qua demum in Superficie, vel tranſmittuntur ad Chartam, vel Reflectuntur retro ad Argentum vivum; pro eo videlicet, ac in Vicibus facilioris Reflexionis vel facilioris Tranſmiſſus tum ſint, cum ad iſtam pervenerint Superficiem. Nam in Radiis quidem illis, qui in Speculum incidunt *ad Perpendiculum*, reflectunturq; in eiſdem *Perpendicularibus Lineis*; in illis, inquam, Radiis, propter Angulorum ſuorum Linearumq; Incidentiæ & Reflexionis æqualitatem, Vicium quidem ſuarum Intervalla intra Vitrum tum longitudine tum numero paria eſſe debent poſt Reflexionem, ac ante; per Propoſitionem 19^{nam} tertiæ Partis hujus Libri; Ac proinde, quandoquidem omnes Radii, qui ingrediuntur per primam Vitri Superficiem, ſunt in Vicibus ſuis facilioris Tranſmiſſus tum, cum ingrediuntur; eorundem autem quotquot reflectuntur a ſecunda Superficie, ii quidem illic in Vicibus ſunt facilioris Reflexionis; utiq; iidem omnes debent iterum in Vicibus ſuis facilioris Tranſmiſſus eſſe tum, cum ad Superficiem primam reverterint; & conſequenter exire ibi e Vitro ad Chartam, ac depingere ſuper ea Maculam Albam Luminis in Centro Annulorum; Nam hæc

quidem

quidem Ratio æque valet in omnibus generibus radiorum; & conſequenter radii omnium generum promiſcue exire debent ad Maculam illam, eamq; permixtione ſui omnium inter ſe Albam utiq; exhibere. At vero in illis Radiis, qui reflectuntur *Obliquius quam Ingrediuntur*; in iis ſane Vicium ſuarum Intervalla majora ſint oportet poſt Reflexionem quam ante, per Propoſitiones 15^{tam} & 20^{mam}: Unde ii quidem Radii, fieri utiq; poteſt ut cum ad primam reverterint Superficiem, in certis quibuſdam Obliquitatibus Vices ſuas ibi habeant facilioris Reflexionis, adeoq; regrediantur ad Argentum vivum; in aliis autem Obliquitatibus intermediis, Vices ſuas ibidem ſubeant facilioris iterum Tranſmiſſus, adeoq; exeant ad Chartam, depingantque ſuper ea Annulos coloratos Maculæ albæ circumjectos. Quoniam autem Intervalla harum Vicium, in æqualibus quidem Obliquitatibus, majora ac pauciora ſunt in Radiis minus Refrangibilibus; minora autem ac plura, in Radiis magis Refrangibilibus: ideo Radii quidem minus Refrangibiles, in æqualibus Obliquitatibus, Annulos pauciores efficere debent, quam Radii magis Refrangibiles; majores autem eos, magiſq; expanſos; hoc eſt, Annuli rubei ampliores eſſe debent quam flavi, flavi quam virides, virides quam cærulei, & cærulei quam violacei; quomodo ii revera quidem in 5ta *Obſervatione* apparuerunt. Quocirca primus Annulorum Colores omnes complectentium, Maculæ albæ proxime circunjectus, debet utiq; rubeus eſſe extra, intra violaceus, & in medio flavus, viridis, ac cæruleus; quomodo is in ſecunda quidem Obſervatione viſus eſt: In ſecundo autem Annulo, & qui ſequuntur deinceps, iidem Colores magis magiſq; expanſi eſſe debent; uſquedum in ſe mutuo diffuſi, permiſceantur tandem invicem, & evaneſcant.

Hæ mihi videntur horum eſſe Annulorum Cauſæ ac Rationes in univerſum: Hocq; mihi cauſam dedit, ut diſtinctius deinceps obſervarem quanta eſſet Vitri Craſſitudo; & conſiderarem utrum Menſuræ ac Proportiones Annulorum ſingulatim, vere exinde, Calculum ponendo, colligi poſſent.

O B S. VIII.

Dimenſus ſum igitur Craſſitudinem Vitri hujuſce concavo-convexi; inveniq; eam uſquequaq; $\frac{1}{4}$ Unciæ accurate. Jam quidem, per 6^{tam} *Obſervationem primæ Partis hujus Libri*, tenuis lamella Aeris Tranſmittit Lumen clariſſimum primi Annuli, hoc eſt, Lumen flavum clarum, tum cum Craſſitudo ſua ſit $\frac{1}{89000}$ pars Unciæ: Per 10^{mam} autem *Obſervationem ejuſdem Partis*, tenuis lamella Vitri Tranſmittit idem Lumen ejuſdem Annuli, tum cum Craſſitudo ſua ſit minor ſecundum eam Proportionem quæ eſt Sinus Refractionis ad Sinum Incidentiæ, hoc eſt, cum Craſſitudo ſua ſit $\frac{11}{1513000}$ ſive $\frac{1}{137545}$ pars Unciæ; poſito nimirum quod Sinus iſti ſint ut 11 & 17. Quod ſi hæc Craſſitudo duplicetur porro, Tranſmittetur jam idem Lumen clarum ſecundi Annuli; ſi ea triplicetur, Tranſmittetur jam idem Lumen tertii Annuli; & ſic deinceps; Lumine flavo claro in hiſce omnibus Caſibus exiſtente nimirum in Vicibus ſuis facilioris Tranſmiſſus. Itaq; ſi multiplicetur hæc Craſſitudo per 34386, ut adeo evadat ea $\frac{1}{4}$ Unciæ; Tranſmittetur jam idem clarum Lumen Annuli 34386^{ti}. Finge jam hoc eſſe Lumen illud flavum clarum, quod Tranſmitti diximus in perpendiculo ab reflectente facie convexa Speculi per concavam ejuſdem faciem ad Maculam albam in Centro Annulorum Coloratorum ſuper Charta: Jamque, per Regulam in 7ma et 19na *Obſervatione* primæ Partis hujus Libri traditam, perq; *Propoſitiones* 15^{tam} & 20^{mam} tertiæ Partis; ſi

Radii

Radii fiant Obliqui ad Vitrum, utiq; Craſſitudo Vitri qua idem Lumen clarum ejuſdem Annuli Tranſmitti poſſit deinceps in quavis Obliquitate, erit ad Craſſitudinem illam $\frac{1}{4}$ Unciæ, ut Secans Anguli cujus Sinus ſit prima ex 106 Mediis Arithmeticis inter Sinus Incidentiæ & Refractionis, incipiendo a Sinu Incidentiæ, quum nimirum Refractio fiat e Lamina cujuſvis Materiæ in Medium ſibi circumjectum, id eſt, hoc quidem in Caſu, e Vitro in Aerem. Quod ſi porro Vitri Craſſitudo ita augeatur gradatim, ut id ad primam ſuam Craſſitudinem (quæ erat videlicet $\frac{1}{4}$ Unciæ,) eas dein habeat proportiones, quas habet numerus 34386 (numerus ſcilicet Vicium Radiorum Perpendicularium inter Tranſeundum per Vitrum adverſus Maculam albam in Centro Annulorum,) ad 34385, 34384, 34383, & 34382 comparate, (numeros videlicet Vicium Radiorum Obliquorum inter Tranſeundum per Vitrum adverſus Annulos Colorum, primum, ſecundum, tertium, & quartum;) Illa autem prima Vitri craſſitudo diviſa ſit in 100000000 partes æquales; Utiq; craſſitudines adauctæ, erunt 100002908, 100005816, 100008725, & 100011633; Et Anguli, quorum hæ quidem craſſitudines ſunt Secantes, erunt 26′ 13″, 37′ 5″, 45′ 6″, & 52′ 26″, *Radio* nimirum exiſtente 100000000; Quorum porro Angulorum Sinus ſunt 762, 1079, 1321, & 1525; & proportionales Sinus Refractionis, 1172, 1659, 2031 & 2345; *Radio* nimirum exiſtente 100000. Nam cum Sinus Incidentiæ e Vitro in Aerem ſint ad Sinus Refractionis, ut 11 ad 17; ad Secantes autem ſupra dictos, ut 11 ad primam ex 106 Mediis Arithmeticis inter 11 & 17, hoc eſt, ut 11 ad $11\frac{6}{106}$; utiq; Secantes iſti erunt ad Sinus Refractionis ut $11\frac{6}{106}$ ad 17, et ex hac Analogia dabunt adeo Sinus iſtos. Quare ſi Obliquitates Radiorum ad

 con-

concavam Vitri Superficiem tales ſint videlicet, ut Sinus Refractionis ipſorum in Tranſeundo e Vitro per iſtam Superficiem in Aerem, ſint 1172, 1659, 2031, & 2345; utiq; Lumen clarum Annuli 34386^{ti}, emerget e Vitro in iis craſſitudinibus, quæ ſint ad $\frac{1}{4}$ Unciæ, ut 34386 ad 34385, 34384, 34383, & 34382 comparate. Proinde, ſi vera Vitri Craſſitudo in hiſce omnibus caſibus ſit (ut in Speculo noſtro erat) $\frac{1}{4}$ Unciæ; utiq; Lumen clarum Annuli 34385^{ti}, ibi emerget, ubi Sinus Refractionis ſit 1172; & annulorum 34384^{ti}, 34383^{tii}, ac 34382^{di}, ibi, ubi Sinus iſte ſit 1659, 2031, & 2345 comparate. Porro in hiſce Angulis Refractionis propagabitur horum Annulorum Lumen a Speculo ad Chartam, ibiq; depinget Annulos ambientes Maculam illam luminis albam rotundamq; in Centro, quæ erat (ut diximus) lumen Annuli 34386^{ti}. Et Semidiametri horum Annulorum ſubtendent Angulos Refractionis, factos in concava Speculi Superficie: Ideoq; Diametri ipſorum, erunt ad diſtantiam Chartæ a Speculo; ut Sinus iſti Refractionis duplicati, ad *Radium*; hoc eſt, ut 1172, 1659, 2031, & 2345 duplicati, ad 100000. Quocirca ſi Intervallum, quo Charta diſtet a concava Speculi Superficie, ſit (ut in tertia harum Obſervationum erat) Sex Pedum; utiq; Diametri Annulorum hujus Luminis flavi clari ſuper Charta depictorum, erunt 1'688, 2'389, 2'925, & 3'375 Unciæ: Sunt enim hæ Diametri, ad ſenos Pedes; ut ſupra dicti Sinus duplicati, ad *Radium*. Jam vero hæ Diametri Annulorum flavorum clarorum, *Computando* repertæ; eædem plane ſunt, ac illæ quas in tertia harum Obſervationum repperimus *Dimetiendo*; quæ erant videlicet $1\frac{11}{16}$, $2\frac{3}{8}$, $2\frac{11}{12}$, & $3\frac{3}{8}$. Itaq; Theoria qua colliguntur horum Annulorum Proportiones, ex Craſſitudine laminæ vitreæ ſive Speculi, & ex Obliqui-

tate

tate radiorum emergentium; convenit plane cum ipſis Obſervationibus. Cæterum in hac quidem Computatione, Diametros clarorum Annulorum quos exhibuit Lumen Colorum univerſorum, æquales ſtatui Diametris Annulorum eorum quos utiq; exhibuit Lumen Flavum clarum: Etenim ex illo flavo Lumine conſit pars clariſſima Annulorum qui ſint Colorum univerſorum. Quod ſi adhæc Menſuras Diametrorum Annulorum illorum, quos Alius quivis Color purus videlicet & Simplex exhibeat, accurate colligere cupias; utiq; id facile efficere poteris, ponendo Diametros iſtas eſſe ad Diametros Annulorum flavorum clarorum, in ſubduplicata proportione Intervallorum Vicium Radiorum iſtis Coloribus, cum nimirum radii ii omnes æqualiter inclinati ſint ad Superficiem Refringentem vel Reflectentem quæ Vices iſtas excitarit; hoc eſt, ponendo Diametros Annulorum quos exhibent Radii in extremis limitibus Colorum illorum ſeptem, rubei, aurei, flavi, viridis, cærulei, indici & violacei, utiq; proportionales eſſe Radicibus cubicis numerorum illorum $1, \frac{8}{9}, \frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{9}{16}, \frac{1}{2}$, qui denotant videlicet Longitudines Monochordi eas, quæ ſonent Notas muſicas in Octava. Etenim hoc pacto, Diametri Annulorum iſtis Coloribus, comperientur eam quamproxime inter ſe habere proportionem, quam ſecundum Quintam harum Obſervationum habere utiq; debent.

Atq; his quidem rationibus ſatis mihi viſus ſum comprobaſſe, Annulos hoſce ejuſdem eſſe generis eundemq; Ortum habere, ac illos qui in Tenuibus viſi fuerant Lamellis; Et conſequenter Diſpoſitiones Radiorum ſive Vices illas alternas facilioris Reflexionis faciliorisq; Tranſmiſſus, propagari utiq; ab omni Reflectente & Refringente Superficie ad longa uſq; Intervalla. Nihilo tamen minus, ne hæc res ullam videretur habere

poſſe

poſſe dubitationem, ſequentem Obſervationem inſuper adjeci.

O B S. IX.

Si Annuli iſti pendent (uti dictum eſt) ex Craſſitudine Laminæ Vitri; utiq; Diametri ipſorum in æqualibus diſtantiis a diverſis Speculis ſive Vitri Laminis concavo-convexis talibus, quæ ſint ad eandem Sphæram tornatæ, debebunt eſſe reciproce in Subduplicata Proportione Craſſitudinum Laminarum ipſarum Vitri. Quare ſi in eis illa Proportio Experiundo fuerit comperta; erit profecto perfecte abſoluta Demonſtratio, Annulos hoſce (ſicuti & illos in Tenuibus Lamellis exhibitos) pendere utiq; ex Vitri Craſſitudine. Comparabam mihi igitur aliam Vitri Laminam concavo-convexam, ad eandem Sphæram, ac erat prior Lamina, utraq; ſui facie tornatam: Ejus Craſſitudo erat $\frac{5}{62}$ partes Unciæ; Et Diametri trium primorum Annulorum clarorum, qua parte lucidiſſimæ eſſent ipſorum Orbitæ, erant, Intervallo quidem Sex Pedum a Vitro, Unciarum 3, $4\frac{1}{6}$, & $5\frac{1}{8}$. Jam quidem Craſſitudo prioris Vitri, utiq; $\frac{1}{4}$ Unciæ, erat ad hujus Craſſitudinem ut $\frac{1}{4}$ ad $\frac{5}{62}$, hoc eſt, ut 31 ad 10, vel 310000000 ad 100000000; Quorum quidem numerorum Radices, ſunt 17607 & 10000: Quam autem proportionem habet prima harum Radicum ad ſecundam; eandem habent 3, $4\frac{1}{6}$, & $5\frac{1}{8}$, nempe Diametri Annulorum clarorum exhibitorum in hac Obſervatione a Vitro Tenuiori; ad $1\frac{11}{16}$, $2\frac{3}{8}$, & $2\frac{11}{12}$, Diametros ſcilicet eorundem Annulorum exhibitorum in Tertia harum Obſervationum a Vitro Craſſiori: Hoc eſt, Diametri Annulorum ſunt reciproce in Subduplicata Proportione Craſſitudinum Laminarum ipſarum Vitri.

Itaq;

Itaq; in Laminis Vitri, quæ quidem ſimiliter concavæ ſint ex una ſui facie, & ſimiliter convexæ ex altera, & Argento vivo Fac' ſuas convexas ſimiliter obtectæ, nihilq; plane præterquam Craſſitudine ſola inter ſe differant; diametri Annulorum ſunt reciproce in Subduplicata Proportione Craſſitudinum Laminarum ipſarum. Atq; hinc ſatis quidem apparet, pendere utiq; Annulos ex utriſq; Vitri Superficiebus. Pendent nimirum ex convexa Superficie; quia lucidiores ſunt quum ea Superficies Argento vivo obtecta ſit, quam quum nuda. Pendent itidem ex concava Superficie; quia in Speculo, quod tali Superficie careat, ii nulli ſunt. Pendent deniq; ex ambabus Superficiebus, earumq; diſtantia inter ſe; quia, variata ſolummodo illa diſtantia, variatur itidem & Annulorum Magnitudo. Hoc autem, quod pendeant Annuli iſto modo ex ambabus Vitri Superficiebus, ſimile plane eſt ac quæ ſupra dicta ſunt de eo quemadmodum Colores Tenuium laminarum pendeant ex Superficierum ſuarum binarum diſtantia inter ſe: Quippe & Magnitudo horum Annulorum, eorumq; Proportio inter ſe, item Magnitudinis ſuæ variatio ex Vitri Craſſitudinis variatione orta, Colorumq; ſuorum Ordo, talia plane ſunt, qualia oriri utiq; debent ex Propoſitionibus in fine Tertiæ Partis hujus Libri ſubjectis; quæ nimirum Propoſitiones deductæ erant ex Phænomenis Colorum Tenuium Lamellarum in prima Parte deſcriptis.

Alia adhuc ſunt aliqua Annulorum horum coloratorum Phænomena; Verum ſequuntur ea omnia ex iiſdem Propoſitionibus; ideoq; confirmant tum veritatem Propoſitionum iſtarum, tum Analogiam quæ eſt inter hoſce Annulos & illos in Tenuibus Lamellis exhibitos. Nonnulla Phænomenorum iſtorum hic ſubjungam.

OBS.

OBS. X.

Quum Solis Luminis Radius Reflecteretur a Speculo, non directo ad Foramen in Feneſtra, ſed ad locum parvo inde Intervallo diſtantem; Centrum commune Maculæ albæ ante dictæ, & Annulorum omnium coloratorum, incidit in medio Intervallo inter Radium Luminis Incidentis & Radium Luminis Reflexi; & conſequenter in ipſo adhuc Centro ſphæricæ Concavitatis Speculi, quandocunq; Charta, qua Annuli colorati excipiebantur, poſita eſſet in eo Centro. Pro eo autem, ut Radius Luminis Reflexi, Inclinando videlicet Speculum, recedebat magis magiſq; a Radio Luminis Incidentis, & a communi Centro Annulorum coloratorum inter duos iſtos Radios interjacente; ita Annuli iſti in Amplitudinem perpetuo excreſcebant, itemq; Macula illa alba rotunda: & novi Annuli colorati emergebant Ordine e Centro ipſorum communi; & Macula illa Alba facta eſt Albus Annulus novis illis Annulis circunjectus; & Radii luminis Incidens ac Reflexus, ſemper incidebant in partes Annuli iſtius Albi ſibi invicem e diametro oppoſitas, ibiq; in ejus circuitu Speciem duorum Parheliorum, qualia in Corona Solem ambientes nonnunquam videntur, Lumine ſuo exhibebant. Itaq; Diameter iſtius Annuli, pertingens videlicet a medio Luminis ejus ex una parte ad medium Luminis ejus ex altera parte, ſemper æqualis erat Intervallo ei, quod inter mediam partem Radii Incidentis & mediam partem Radii Reflexi interjaceret, dimenſo nimirum ſuper Charta in qua Annuli videbantur. Porro, Radii qui Annulum iſtum formabant, Reflectebantur a Speculo in Angulis qui eſſent æquales Angulis ſuis Incidentiæ, & conſequenter Angulis ſuis Refractionis, qua ingrediebantur in Vitrum: Attamen Anguli ſui Reflexionis, non erant in eodem Plano cum Angulis ſuis Incidentiæ.

O B S. XI.

Colores novorum Annulorum contrario erant Ordine diſpoſiti, ac priorum; Oriebantur autem hoc modo. Macula luminis alba rotunda in medio Annulorum, permanſit Alba ad uſq; Centrum; uſquedum Intervallum id, quo Radii Incidens & Reflexus diſtabant inter ſe ſuper Charta, factum eſſet circiter $\frac{7}{8}$ Unciæ; tumq; deinde Macula ea, tenebroſa fieri cæpta eſt in media ſui parte. Cum autem illud Radiorum Intervallum, factum eſſet porro circiter $1\frac{1}{16}$ Unciæ; tum Macula iſta Alba, fiebat deinceps Annulus, ambiens ſcilicet maculam rotundam tenebroſam, quæ in media ſui parte Colorem ipſa trahere cæpit violaceum atq; indicum: Annuli autem lucidi, Maculam hanc novam ambientes, facti erant jam æquales Annulis illis Tenebroſis, qui in Quatuor primis Obſervationibus hoſce ipſos ſinguli ſingulos proxime ambierant; Hoc eſt, Macula Alba erat jam factus Annulus Albus, æqualis primo Annulorum illorum Tenebroſorum; & primus Annulorum illorum lucidorum, factus erat jam æqualis ei, qui fuerat ſecundus tenebroſorum; & ſecundus Annulorum illorum lucidorum, æqualis jam ei, qui fuerat tertius tenebroſorum; & ſic deinceps. Etenim Diametri Annulorum lucidorum, erant jam $1\frac{3}{16}$, $2\frac{1}{16}$, $2\frac{2}{3}$, $3\frac{3}{20}$, *&c*, Unciæ.

Quum Radiorum Incidentis ac Reflexi diſtantia inter ſe, paulo adhuc major eſſet facta; Emergebat deinde e medio Maculæ nigræ jam dictæ, poſt colorem illum indicum, cæruleus; & deinceps ex eo cæruleo, viridis palleſcens; brevi autem poſtea, flavus quoq; & rubeus. Cumq; color ad Centrum clariſſimus eſſet, nempe inter flavum ac rubeum; utiq; Annuli lucidi, æquales tum erant facti Annulis lucidis illis, qui in Quatuor primis

Obſervationibus hoſce proximo deinceps Ordine ſinguli ſingulos ambierant; Hoc eſt, Macula Alba in medio Annulorum illorum, factus erat jam Annulus Albus, æqualis primo Annulorum illorum lucidorum; & primus Annulorum illorum lucidorum, æqualis jam ei, qui fuerat eorundem ſecundus; & ſic deinceps. Etenim Diametri Annuli Albi, cæterorumq; Annulorum lucidorum ei circumjectorum, erant jam circiter $1\frac{11}{16}$, $2\frac{3}{8}$, $2\frac{11}{12}$, $3\frac{3}{8}$, &c, Unciæ.

Quum Radiorum Incidentis ac Reflexi diſtantia inter ſe ſuper Charta, paulo etiam adhuc major eſſet facta; Emergebant deinde Ordine e Centro, poſt colorem rubeum antedictum, purpureus, cæruleus, viridis, flavus, & rubeus multum admodum purpuraſcens. Cumq; color in Centro clariſſimus eſſet, nempe inter flavum ac rubeum; utiq; priores colores, indicus, cæruleus, viridis, flavus, & rubeus, facti erant jam Iris ſive Annulus coloratus, æqualis primo Annulorum illorum lucidorum, qui in Quatuor primis Obſervationibus apparuerant; & Annulus Albus ſupra memoratus, qui jam erat ſecundus Annulorum lucidorum, æqualis erat factus ſecundo priorum illorum Annulorum lucidorum; & primus Annulorum illorum lucidorum, qui jam erat tertius, æqualis erat factus ei qui fuerat tertius illorum; & ſic deinceps. Etenim Diametri Eorum, erant jam $1\frac{11}{16}$, $2\frac{3}{8}$, $2\frac{11}{12}$, $3\frac{3}{8}$, &c, Unciæ. Diſtantia autem duorum Luminis Radiorum inter ſe, & Diameter Annuli Albi, erant $2\frac{3}{8}$ Unciæ.

Quum horum duorum Radiorum diſtantia inter ſe, uſq; etiam adhuc major eſſet facta; Emergebat deinde e medio rubei purpuraſcentis, primo Macula rotunda obſcurior; poſtea autem, e medio hujus, alia Macula clarior. Jamq; Colores illi proxime antecedentes (purpureus, cæruleus, viridis, flavus, & rubeus purpuraſcens,) facti

facti erant Annulus æqualis primo Annulorum illorum lucidorum in Quatuor primis ſupra Obſervationibus memoratorum; Annuliq; huic circumjecti, æquales Annulis illi circumjectis, comparate. Diſtantia autem duorum Luminis Radiorum inter ſe, & Diameter Annuli Albi, (qui jam tertius erat factus Annulus,) erant circiter 3 Unciarum.

Poſthæc, Colores Annulorum in medio, valde diluti cæpti ſunt videri. Et, ſi Diſtantia duorum illorum Luminis Radiorum inter ſe, adhuc Semuncia, vel Uncia adjecta, major uſq; eſſet facta; utiq; Annuli iſti in medio, evaneſcebant penitus; permanente tamen aliquandiu Annulo Albo antedicto, una cum ſingulis biniſve Annulorum ſibi utrinq; proxime adjacentium: Verum ſi duorum Radiorum Luminis Diſtantia illa inter ſe, etiam adhuc major eſſet facta; utiq; & Hi quoq; Annuli evaneſcebant. Nam Lumen quod e diverſis partibus Foraminis in Feneſtra, incidebat in Speculum in diverſis Angulis Incidentiæ; fecit jam Annulos diverſarum Magnitudinum, qui ſeſe invicem diluebant expungebantque; id quod intellexi, intercipiendo partem aliquam iſtius Luminis: Etenim quum ea illius pars intercepta eſſet, quæ propius diſtaret ab Axe Speculi; annuli continuo videbantur contractiores; Quum pars ea, quæ longius ab iſto Axe diſtaret; videbantur ii magis dilatati.

O B S. XII.

Cum Colores Priſmate exhibiti, projicerentur per vices ſuper Speculum; Annulus ille, qui in duabus proxime præmiſſis Obſervationibus Albus fuerat, una jam eademq; magnitudine erat in omnibus Coloribus: At Annuli extra eum jacentes, majores quidem erant in colore viridi quam in cæruleo, in flavo adhuc majores, maximiq; omnium in rubeo; Et e contrario, Annuli in-

tra eum jacentes, minores erant in colore viridi quam in cæruleo, in flavo adhuc minores, minimiq; omnium in rubeo. Etenim in Illo quidem Albo Annulo; quoniam Anguli Reflexionis radiorum, æquales eſſent Angulis ſuis Incidentiæ; utiq; Radii cujuſq; reflexi *Vices* intra Vitrum poſt Reflectendum, æquales erant tum Longitudine tum Numero, *Vicibus* ejuſdem Radii intra Vitrum ante Incidendum in Superficiem Reflectentem; Ac proinde, quando omnes quidem Radii omnium generum, tum cum in Vitrum ingrederentur, erant in Vice ſua facilioris Tranſmiſſus; utiq; erant itidem in Vice facilioris Tranſmiſſus tum, cum ad eandem Superficiem poſt Reflectendum revertiſſent; & conſequenter Tranſmittebantur iterum, exibantq; ad Annulum Album ſuper Charta: Atq; hæc quidem cauſa eſt, quamobrem Annulus ille unam eandemq; haberet magnitudinem in ſingulis Coloribus, & in permixtione univerſorum Albus appareret. Atqui in aliis Annulis, quorum quidem Radii aliis Reflectuntur Angulis; utiq; Radii minime Refrangibiles, quoniam *Vicium* ſuarum Intervalla maxima habent, efficiunt ut Annuli, qui ſint ſuo Colore, grandioribus quam cæteri augeantur vel minuantur intervallis, in Progreſſione ſua utroque, ab Annulo illo Albo, ſive ad exteriora verſus, ſive ad interiora; adeoque Annuli iſto Colore, maximi ſint extra, intra autem minimi: Atq; hæc quidem Cauſa eſt, quamobrem in Obſervatione proxime præmiſſa, cum Speculum illuminatum eſſet Lumine Albo, Annuli Exteriores, coloribus univerſis exhibiti, apparerent rubei extra, & cærulei intra; interiores autem, cærulei extra, & rubei intra.

Hæc ſunt Phænomena craſſiorum Vitri laminarum concavo-convexarum, quæ quidem una eademq; uſquequaq; ſint Craſſitudine. Alia ſunt earundem Phænomena, cum

eæ

eæ paulo craſſiores ſint ex una parte quam ex altera ; & alia adhuc, cum eæ magis minuſve concavæ ſint quam convexæ, vel cum ſint plano-convexæ, vel utrinq; convexæ: Etenim in iſtis omnibus caſibus, exhibent eæ Annulos quidem coloratos ; ſed varia ratione. Quæ quidem omnia, quatenus Ego quidem adhuc Obſervaverim, conſequuntur ex Propoſitionibus in Fine tertiæ Partis hujus Libri ſubjunctis ; adeoq; ad Veritatem Propoſitionum iſtarum confirmandam faciunt. Verum enimvero Phænomena illa, multipliciora ſunt ; & Computationes, quibus ea ex dictis Propoſitionibus deducuntur, perplexiores ; quam ut ea hoc in loco amplius perſequar. Satis habebo hanc Materiam eatenus Me in præſenti eſſe proſecutum, ut, quibus quidem ex cauſis id genus Phænomena oriantur, Invenerim ; hocq; Inveniendo, Propoſitiones in tertia Parte hujus Libri traditas ſatis Confirmarim.

O B S. XIII.

Ut Lumen reflexum a Lente Argento vivo faciem ſuam poſteriorem obtecta, exhibet Annulos Colorum ſupra deſcriptos: Ita id, tranſeundo itidem per Guttam Aquæ, ſimiles utiq; Colorum Annulos efficere debet. Nempe, inter primam Reflexionem Radiorum intra Guttam ; colorum alii Tranſmitti debent, ſicuti in Lente ; alii autem, Reflecti ad Oculum. Exempli gratia: Si Diameter guttulæ ſive globuli Aquæ, ſit circiter 500ma pars Unciæ ; ut adeo Radius rubeus, inter Tranſeundum per medium iſtum globulum, habeat intra globulum 250 Vices facilioris Tranſmiſſus ; radii autem rubei omnes, qui radium illum medium certo interjecto intervallo ambiunt circumcirca, habeant intra globulum 249 Vices ; ſimileſq; radii omnes, majori quodam circumcirca interjecto intervallo, habeant 248 Vices ; radiiq; ſimiles, adhuc

huc majori quodam circumcirca interjecto intervallo, 247 Vices; & ſic deinceps: Utiq; concentrici hi Radiorum circuli, poſt Tranſmiſſionem ſuam, Incidentes in Chartam Albam, depingent ſuper ea circulos rubeos concentricos; ita quidem, ſi id Luminis, quod per unum ſolum globulum Tranſmittatur, ſatis Forte ſit ut Senſu percipi queat: Et, ſimili ratione, Radii aliorum Colorum, Annulos itidem aliorum Colorum exhibebunt. Finge jam Die Sereno Solem collucere per tenuem Nubeculam ex iſtiuſmodi globulis Aquæ vel Grandinis conſtantem; globuloſq; iſtos eadem eſſe omnes magnitudine: Jamq; Sol per Nubeculam iſtam conſpectus, cinctus utiq; videbitur concentricis Colorum Annulis, talibus ac diximus; Eritq; Diameter primi Annuli rubei, graduum $7\frac{1}{4}$; ſecundi, graduum $10\frac{1}{4}$; & tertii, 12 33′; Et pro eo ut Aquæ globuli majores minoreſve fuerint, ita hi quoq; Annuli majores erunt facti vel minores. *Hæc* quidem eſt Theoria: Eiq; optime congruit Experientia. Etenim Menſe *Junio* 1692, Vidi per Reflexionem in Vaſe Aquæ ſtagnantis, tres *Halos*, Coronas, ſive Annulos coloratos circum Solem, ſpeciem præbentes trium parvarum Iridum, idemq; cum Sole Centrum habentes. Colores primæ ſive interioris Coronæ ſive *Halo*, erant cæruleus intra adverſus Solem, rubeus extra, & albus in medio inter cæruleum ac rubeum: Colores ſecundæ, erant purpureus ac cæruleus intra, extra rubeus palleſcens, & viridis in medio: Colores tertiæ, erant cæruleus palleſcens intra, & extra rubeus palleſcens. Hæ Coronæ, erant ſibi invicem proxime circumjectæ; adeo ut Colores ipſarum a Sole extrorſum, hoc eſſent continenter Ordine diſpoſiti: cæruleus, albus, rubeus; purpureus, cæruleus, viridis, flavus palleſcens, rubeus; cæruleus palleſcens, & rubeus palleſcens. Diameter ſecundæ Coronæ, dimenſa ab

ab uſq; medio flavi ac rubei ex una parte Solis, ad medium ejuſdem Coloris ex altera parte, erat graduum 9½ circiter. Ad Diametros primæ atq; tertiæ dimetiendas, ſpatium temporis non habui: Videbatur autem Diameter primæ, eſſe circiter 5 aut 6 graduum; & tertiæ, circiter 12. Harum ſimiles Coronæ, videntur nonnunquam & circum Lunam; Nam in principio *Anni* 1664, *Feb.* 19no. Veſperi, duas iſtiuſmodi Coronas Lunam ambientes conſpicatus ſum. Diameter primæ, ſive interioris, erat circiter trium graduum; & ſecundæ, circiter quinq; graduum cum dimidio. Proxime circum Lunam Circulus erat Albus; quem deinceps ambiebat Corona interior, quæ intra (proxime circulum illum Album) colore erat viridi ſubcæruleo, flavo autem ac rubeo extra; hancq; demum ambiebat Corona exterior, quæ colore erat cæruleo ac viridi intra, extra autem rubeo. Videbatur quoq; eodem tempore, *Halos*; intervallo graduum circiter 22, 35′, a Centro Lunæ: Erat ea Elliptica; ejuſq; Diameter longior, perpendicularis erat Horizonti, in inferiore ſui parte diſcedens longius a Luna. Audivi narratum, tres pluresve interdum Coronas colorum concentricas Lunam ex Ordine ambire viſas fuiſſe. Utiq; quo magis æquales fuerint inter ſe Globuli antedicti Aquæ vel Glaciei; eo plures apparere debebunt Colorum coronæ; eoq; clariores videbuntur ipſarum Colores. Cæterum *Halos* illa, quæ Lunam intervallo graduum 22½ ambiebat, alius eſt generis. Equidem ex eo, quod illa Elliptica eſſet, longiuſq; a Luna diſcederet in inferiore ſui parte quam in ſuperiore; colligere mihi videor, productam fuiſſe eam Refractione in Grandine aliqua vel Nive, Aeri innatante, & ſitu quidem ad Horizontem parallelo diffuſa; Angulo Refringente, exiſtente nimirum graduum circiter 58 vel 60.

OPTI-

OPTICES LIBER TERTIUS.

Obſervationes circa Inflexiones Radiorum Luminis, & Colores inde generatos.

OBſervavit *Grimaldus*, ſi Solis Luminis Radius immittatur in Cubiculum tenebricoſum per Foramen perexiguum; futurum ut Umbræ corporum in iſto Lumine poſitorum, latiores ſint, quam deberent utiq; eſſe, ſi radii in rectis lineis prope corporum iſtorum extrema tranſirent; itemq; Umbras iſtas ternis inter ſe parallelis Luminis colorati limbis, faſciolis, ſive ordinibus, fimbriatas viſum iri: Verum ſi id foramen largius ſit factum; tum utiq; fimbrias illas in latitudinem ſe laxare, & inter ſe permiſceri invicem, ut adeo diſcerni amplius haud queant. Exiſtimarunt nonnulli, Umbras haſce latiores, fimbriaſq; coloratas, Ortum ſuum habere ex conſueta Aeris Refractione: At hi quidem de re haud ſatis explorata judicarunt: Etenim circumſtantiæ hujuſce Phænomeni, quatenus Ego quidem eas Obſervaverim, hujuſmodi fuerunt.

OBS. I.

In Lamella plumbea foramen exiguum Acicula feci, cujus latitudo eſſet $\frac{1}{42}$ Unciæ: Nam 21 quidem ejuſmodi acicularum in Ordinem compoſitæ, Semunciam explebant latitudine. Per id foramen immiſi in cubiculum meum tenebricoſum, Solis Luminis radium; comperiq; Umbras Capillorum, Filorum, Acicularum, Stramenti, alio-

aliorumq; id genus parvorum corporum, in illo Luminis radio poſitorum, multo eſſe latiores, quam deberent utiq; eſſe, ſi radii Luminis prope corporum iſtorum Extrema in lineis rectis tranſirent: Et nominatim Capillum humanum, cujus latitudo eſſet duntaxat $\frac{1}{280}$ Unciæ, in illo Lumine collocatum, intervallo circiter duodecim Pedum a Foramine, Umbram projeciſſe, quæ, intervallo quatuor Unciarum a Capillo, haberet in latitudinem $\frac{1}{60}$ partem Unciæ, hoc eſt, amplius quatuor partibus latior eſſet quam ipſe capillus; intervallo autem duorum Pedum a Capillo, haberet in latitudinem circiter $\frac{1}{28}$ Unciæ, hoc eſt, decem partibus latior eſſet quam ipſe Capillus; & intervallo decem Pedum, haberet in latitudinem $\frac{1}{8}$ Unciæ, hoc eſt, 35 partibus latior eſſet quam ipſe Capillus.

Nec refert utrum Capillus Aere circundatus ſit, an alia quavis materia pellucida. Etenim, cum laminam vitream perpolitam madefeciſſem, capillumq; in Aqua ſuper id vitrum poſuiſſem, aliamq; deinde laminam vitream perpolitam ſuperimpoſuiſſem, ut adeo Aqua repleret id omne Spatii quod inter Vitra interjaceret; Tenui laminas haſce in radio Luminis antedicto, ita ut Lumen per Vitra ad perpendiculum tranſiret; Jamq; Umbra Capilli, iiſdem iterum interjectis intervallis, eandem, ac ante, magnitudinem habebat. Porro Raſuræ, quæ forte in politis Vitri laminis ineſſent, Umbras itidem projiciebant, multo utique, quam fieri debuit, latiores: Itemq; Venæ in ejuſmodi politis Vitri laminis, Umbras latiores ſimiliter projiciebant. Quare nimia harum Umbrarum Latitudo, non utiq; ex Aeris Refractione, ſed omnino ex alia aliqua cauſa oriatur neceſſe eſt.

Sit igitur Circulus X, Capilli pars media: ADG, BEH, & CFI; tres radii, tranſeuntes prope unum latus *Fig.* 1.

tus extremum capilli, in diverſis diſtantiis: K N Q, L O R, & M P S; alii tres radii, tranſeuntes prope alterum latus extremum capilli, in ſimilibus diſtantiis: D, E, F, & N, O, P; loca ubi Radii Inflectuntur inter tranſeundum prope capillum: G, H, I, & Q, R, S; loca ubi Radii incidunt in Chartam G Q: I S, latitudo Umbræ capilli projectæ in Chartam: Et T I, V S; duo radii, tranſeuntes ſine Inflectendo, (quum nimirum capillus ſubmotus ſit,) ad puncta I & S. Jam quidem manifeſtum eſt, Lumen id omne, quod inter binos illos radios T I & V S intervenit, Inflecti inter tranſeundum prope capillum, & detorqueri ex Umbra I S: Quippe ſiqua pars ejus Luminis non Inflecteretur; incideret utiq; in Chartam intra illam Umbram, eamq; ibi illuminaret; contra, quam Experientia comperimus. Et quoniam, quando Charta magno intervallo diſtet a Capillo, Umbra valde lata eſt; ideoq; radii T I & V S, magno intervallo diſtant inter ſe: ſequitur utique, capillum Agere in Radios Luminis, etiam majuſculo quidem interjecto intervallo præter ſe tranſeuntes. At vero Agit is fortius in Radios propius ſe tranſeuntes; eaq; Actio ita langueſcit gradatim, prout Radii majoribus interjectis intervallis tranſeunt; quomodo rem in Schemate expreſſam habes: Etenim hinc fit, ut Umbra capilli multo latior ſit, pro ratione quidem diſtantiæ Chartæ a capillo, tum quum Charta propius a capillo diſtet, quam quum longius.

O B S. II.

Umbræ Corporum omnium, (Metallorum, Lapidum, Vitri, Ligni, Cornu, Glaciei, *&c.*) in hoc Lumine collocatorum, fimbriatæ erant ternis inter ſe parallelis Luminis colorati limbis, ſive faſciis; Quarum quidem fimbriarum ea, quæ eſſet Umbræ contigua, latiſſima erat ac luminoſiſſima; quæ autem ab Umbra maxime diſtaret,

ea

ea & anguſtiſſima erat, tamq; debilis, ut ægre cerni potuerit. Colores ipſarum difficile erat diſcernere & diſtinguere inter ſe; niſi quum Lumen exciperetur valde oblique Charta lævi, vel alio aliquo corpore albo, æquo ac plano; quod utiq; efficeret ut ii multo, quam alioqui, latiores apparerent. Tumq; Colores manifeſto ſe exhibebant conſpiciendos, hoc Ordine. Prima ſive interior Fimbria, colore erat violaceo ac cæruleo ſaturo, proxime Umbram; deinceps cæruleo claro, viridi, ac flavo, in media ſui parte; & rubeo, extra. Secunda Fimbria, ferme contigua erat primæ; & Tertia, ſecundæ; Ambæ autem, cæruleæ erant intra, & flavæ rubeæq; extra; verum Colores ipſarum languidi erant admodum, tertiæ præſertim. Colores itaq; ab uſq; Umbra, hoc erant Ordine diſpoſiti; Violaceus, indicus, cæruleus palleſcens, viridis, flavus, rubeus; cæruleus, flavus, rubeus; cæruleus palleſcens, flavus palleſcens, & rubeus. Umbræ bullularum & raſurarum, quæ forte in politis laminis Vitri ineſſent, erant itidem ſimilibus Luminis colorati limbis fimbriatæ. Item, ſi laminæ Vitreæ, quales ad Specula ſolent adhiberi, ſectæ ~~Adamante~~ in Obliquum prope Extrema ſua, collocentur in antedicto Luminis radio; utiq; id Lumen, quod per parallelas tranſibit Vitri facies, fimbriatum erit iſtiuſmodi Colorum limbis, qua parte eæ planæ facies committuntur cum planitie illa in Obliquum ſecta ~~Adamante~~; hocq; pacto apparebunt nonnunquam quatuor vel quinque Fimbriæ Colorum. Sint videlicet AB, CD, Facies Speculi parallelæ; & *Fig.* 2. BD, planities ſecta in Obliquum ~~Adamante~~, quæ ſcilicet cum facie AB in Angulo valde obtuſo committatur ad B. Tranſeat jam id omne Lumen, quod inter radios ENI & FBM intervenit, recta per planas Vitri facies inter ſe parallelas, incidatq; in Chartam inter I & M;

quodq; inter radios GO & HD intervenit, refringatur id omne per planitiem BD in obliquum ſectam Adamante, incidatq; in Chartam inter K & L: Jamq; Lumen id, quod tranſit recta per planas Vitri facies inter ſe parallelas, inciditq; in Chartam inter I & M; fimbriatum erit tribus pluribuſve limbis colorum, ad M. Simili deniq; ratione, ſiquis Solem per Plumam vel Tæniam nigram oculo proxime applicatam intueatur; videbit is multos Arcus coloratos; Umbris nimirum, quas Fibræ vel Fila illa tenuia in *Tunicam Retinam* projiciunt, ejuſmodi Fimbrias colorum ſibi adjunctas habentibus.

O B S. III.

Quum Capillus diſtaret a Foramine, intervallo duodecim Pedum; incideretq; Umbra ejus oblique in planam albamq; *Scalam Unciarum partiumq; Unciæ*, ultra capillum intervallo ſemipedali collocatam; itemq; eadem Umbra exciperetur deinceps ad perpendiculum ſuper eadem *Scala*, interjecto Pedum novem intervallo; Dimenſus ſum latitudinem Umbræq; & Fimbriarum, quam potui accuratiſſime; inveniq; eas *Partibus Unciæ* deſcriptas, hujuſmodi eſſe.

Intervallo

	Intervallo ſemipedali.	*Intervallo novempedali.*
Latitudo Umbræ.	$\frac{1}{54}$	$\frac{1}{9}$
Spatium quod inter medias partes luminis clariſſimi fimbriarum interiorum ex utraq; parte Umbræ interjaceret.	$\frac{1}{38}$ vel $\frac{1}{39}$	$\frac{7}{50}$
Spatium quod inter medias partes luminis clariſſimi fimbriarum mediarum ex utraq; parte Umbræ interjaceret.	$\frac{1}{23\frac{1}{2}}$	$\frac{4}{17}$
Spatium quod inter medias partes luminis clariſſimi fimbriarum exteriorum ex utraq; parte Umbræ interjaceret.	$\frac{1}{18}$ vel $\frac{1}{18\frac{1}{2}}$	$\frac{3}{10}$
Spatium quod inter medias partes luminis clariſſimi fimbriarum primæ & ſecundæ interjaceret.	$\frac{1}{120}$	$\frac{1}{21}$
Spatium quod inter medias partes luminis clariſſimi fimbriarum ſecundæ & tertiæ interjaceret.	$\frac{1}{170}$	$\frac{1}{31}$
Latitudo partis lucidæ (ſcilicet colorum viridis, albi, flavi, ac rubei,) fimbriæ primæ.	$\frac{1}{170}$	$\frac{1}{32}$
Latitudo Spatii obſcurioris, inter fimbrias primam & ſecundam.	$\frac{1}{240}$	$\frac{1}{45}$
Latitudo partis lucidæ, fimbriæ ſecundæ.	$\frac{1}{290}$	$\frac{1}{55}$
Latitudo Spatii obſcurioris, inter fimbrias ſecundam & tertiam.	$\frac{1}{340}$	$\frac{1}{63}$

Has

Has menſuras collegi, excipiendo Umbram capilli adeo Oblique ſuper *Scalam* intervallo ſemipedali objectam, ut illa duodecim partibus latior appareret, quam cum ad perpendiculum in eandem Scalam eodem interjecto intervallo incideret; tumq; deinceps Inſcribendo in Tabula, partes duodecimas latitudinum eo modo obſervatarum.

O B S. IV.

Quum Umbra Fimbriæq; projicerentur Oblique ſuper corpus album, æquum atq; planum; idq; corpus ab Capillo removeretur gradatim; Fimbria prima Senſu percipi cæpta eſt, clariorq; lumine reliquo videri, intervallo minore quam *Quartæ partis Unciæ unius* ab Capillo; & linea obſcura ſive parva umbra inter primam illam & ſecundam fimbriam, cerni cæpta eſt intervallo minore *Tertiæ partis Unciæ*. Fimbria ſecunda ſub aſpectum venire cæpit, intervallo minore *Unciæ dimidiatæ*; & umbra inter ſecundam illam ac tertiam fimbriam, intervallo minore quam *Unciæ integræ*; & tertia ipſa fimbria, intervallo minore *trium Unciarum.* Majoribus deinceps interjectis ab Capillo intervallis, multo adhuc manifeſtius ſub Senſum ceciderunt hæ fimbriæ; attamen eaſdem quam proxime latitudinum ſuarum intervallorumq; retinebant proportiones, ac quum apparerent primum. Etenim diſtantia inter mediam partem primæ fimbriæ, ac ſecundæ; ad diſtantiam inter mediam partem ſecundæ, ac tertiæ; erat ut tria ad duo, vel decem ad ſeptem: Harumq; duarum diſtantiarum poſterior, æqualis erat latitudini Luminis clari, ſive partis luminoſæ, Fimbriæ primæ: Eaq; latitudo, ad

lati-

latitudinem Luminis clari Fimbriæ ſecundæ, erat ut ſeptem ad quatuor; & ad intervallum obſcurum fimbriarum primæ ac ſecundæ, ut tria ad duo; & deniq; ad ſimile intervallum obſcurum fimbriarum ſecundæ ac tertiæ, ut duo ad unum. Videbantur enim Fimbriarum latitudines, eſſe in Progreſſione Numerorum 1, $\sqrt{\frac{1}{3}}$, $\sqrt{\frac{1}{5}}$; earumq; intervalla in eadem eſſe utiq; Progreſſione, ac ipſæ; hoc eſt, fimbriæ ipſæ ſimulq; earum intervalla, eſſe in continua Progreſſione Numerorum 1, $\sqrt{\frac{1}{2}}$, $\sqrt{\frac{1}{3}}$, $\sqrt{\frac{1}{4}}$, $\sqrt{\frac{1}{5}}$, quamproxime. Atq; hæ quidem Proportiones eædem fere permanſerunt, in omnibus diſtantiis a Capillo: Nam Intervalla obſcura fimbriarum, pro ratione quidem fimbriarum ipſarum, æque lata erant tum, cum primum apparerent, ac quum poſtea longe diſtarent a Capillo; quamvis non æque tenebroſa utique, et diſtincta.

OBS. V.

Cum Sol in Cubiculum meum tenebricoſum per Foramen $\frac{1}{4}$ Unciæ latum colluceret; collocavi, interjecto duorum triumve Pedum intervallo, plagulam Chartæ conſpiſſatæ, denigratam ex utraq; ſui parte, & in cujus medio foramen erat quadratum circiter $\frac{3}{4}$ Unciæ quoquoverſus, per quod Radius Solis tranſmitteretur. Tum deinde ad id foramen Laminam Cultri præacuti Chartæ iſti conſpiſſatæ ita agglutinavi Pice, ut ea Luminis per foramen tranſmiſſi partem aliquam interciperet. Erant autem *Plana* Chartæ conſpiſſatæ & Laminæ Cultri, parallela inter ſe, & radiis luminis ad perpendiculum objecta. Jamq; cum hæc ita eſſent collocata, ut nihil Luminis in ipſam chartam conſpiſſatam incideret, ſed tranſmitteretur radius totus per foramen ad Cultrum,

trum, ibiq; partim incideret in laminam cultri, partim prope aciem ejus tranſiret; Excepi luminis partem eam, quæ prope aciem Cultri tranſierat, ſuper charta alba deinceps, intervallo duorum triumve Pedum, ultra Cultrum collocata; ibiq; vidi duas Luminis languidioris radiationes, utroq; verſus e Luminis Radio illo in Umbram, tanquam Caudas Cometarum, ſe emittentes. Verum, quoniam directum Solis Lumen, nimia ſua claritate ſuper Chartam, obſcurabat languidiores haſce radiationes, adeo ut ægre eas diſcernere potuerim; pertudi adhuc & hanc Chartam, ut Solis lumen & illic per parvum foramen tranſmiſſum, incideret demum in pannum nigrum ulterius collocatum; jamq; binas illas radiationes ſuper charta, manifeſto admodum ſum conſpicatus. Erant eæ conſimiles plane inter ſe; & propemodum pares etiam longitudine ac latitudine, & quantitate Luminis. Lumen ipſarum, qua parte id directo Solis Lumini adjacebat, ſatis erat Forte, circiter ad $\frac{1}{4}$ vel $\frac{1}{2}$ Unciæ; indeque, pro eo ac a directo illo Lumine recedebat, minuebatur gradatim, uſquedum penitus ad Senſum evaneſceret. Tota longitudo utriuſvis harum radiationum, dimenſa ſuper Chartam intervallo trium Pedum a Cultro, erat circiter ſex vel octo Unciarum; adeoq; ſubtendebat Angulum ad aciem Cultri, circiter 10 vel 12 vel ſummum 14 graduum. Nonnunquam tamen videbar mihi videre, lumen ipſarum ad tres vel quatuor gradus adhuc ulterius ſe emittere; verum adeo valde languidum illud, ut & id vix diſcernere potuerim, & etiam ſuſpicatus ſim inſuper, poſſe id forſitan oriri (ex parte ſaltem) alia aliqua ex cauſa, quam duas ipſas videlicet radiationes. Etenim collocans Oculum meum eo in lumine, ultra extremitatem radiationis illius quæ eſſet poſt tergum cultri; oculumq; dirigens ad Cul-

Cultrum ; diſcernere poteram ſuper Acie ejus, lineam quandam Luminoſam : Idq; non modo cum Oculus meus in eadem ſitus eſſet linea cum ipſis radiationibus illis ; verum etiam cum extra lineam iſtam poſitus eſſet, ſive ad mucronem cultri, ſive ad manubrium verſus. Videbatur linea illa Luminoſa, contigua eſſe Aciei Cultri ; anguſtiorq; erat, quam Lumen fimbriæ interioris ; & anguſtiſſima quidem tum eſt viſa, cum Oculus meus a directo Lumine longiſſime diſtaret ; ideoq; tranſire videbatur inter lumen fimbriæ illius interioris, ac aciem ipſam cultri ; quæq; ejus pars proxime Aciem tranſiret, eam eſſe maxime inflexam, quanquam non quidem omnem.

O B S. VI.

Collocavi alium Cultrum prope priorem, ita ut Acies ipſorum parallelæ eſſent inter ſe, & invicem obverſæ ; radiuſq; luminis incideret in ambos ſimul cultros, ejuſq; pars aliqua inter Acies ipſorum tranſmitteretur. Cumq; Acies ipſorum diſtarent jam inter ſe circiter $\frac{1}{400}$ parte Unciæ ; Radius inter Acies tranſmiſſus diſpertivit ſe medium in binas partes, Umbramq; reliquit binis iſtis ſui partibus interjacentem. Umbra illa adeo nigra erat & tenebroſa, ut Lumen id omne prorſus, quod inter Cultros tranſiret, inflexum videretur, & vel in hanc vel in illam partem detortum. Et prout Cultri ad ſe invicem propius admoverentur ; ita Umbra illa latior erat facta, radiationeſq; antedictæ contrahebant ſeſe in brevitatem ab interioribus ſuis extremitatibus propius Umbram ; donec, cum Cultri tandem ſe inter ſe contingerent, Lumen totum penitus evaneſceret in Umbram.

Atq; hinc quidem id colligo ; utiq; Luminis illud, quod eſt minus inflexum, proficiſciturq; ad interiores radiationum extremitates, tranſire videlicet præter Cultrorum Acies majuſculo interjecto intervallo ; idq; intervallum ſcilicet, tum quum Umbra inter binas illas radiationes apparere incipit, eſſe circiter $\frac{1}{800}$ partem Unciæ : Quod autem Luminis tranſit propius & propius Acies Cultrorum ; id utiq; magis adhuc magiſq; eſſe inflexum, proficiſciq; ad eas videlicet radiationum partes, quæ ſint a directo Lumine longius longiuſq; remotæ ; Quippe, quando Cultri ad ſe invicem propius admoveantur uſque dum contingant plane inter ſe, eæ ſemper radiationum partes evaneſcunt poſtremæ, quæ fuerint a directo Lumine maxime remotæ.

O B S. VII.

In Quinta Obſervatione, Fimbriæ non apparebant ; ſed, propter nimiam Foraminis in Feneſtra latitudinem, adeo latæ erant factæ, ut ſibi invicem intermiſcerentur, adeoq; in unum coirent continuum Lumen in principio radiationum. Verum in Sexta Obſervatione, prout Cultri ad ſe mutuo admoverentur propius, paulo antequam Umbra inter binas radiationes appareret, cerni cæptæ ſunt Fimbriæ ab interioribus extremitatibus radiationum ex utraq; parte directi Luminis ; tres videlicet ex una parte, factæ ab acie unius cultri ; & tres ex altera parte, factæ ab acie alterius cultri. Diſtinctiſſimæ tum erant, cum Cultri a Foramine in Feneſtra maximo diſtarent intervallo ; & quanto anguſtius factum eſſet id foramen, tanto adhuc diſtinctiores videbantur iſtæ Fimbriæ ; adeo ut, ultra ternas ſupra memoratas, cernere nonnunquam potuerim languidum ali-

aliquod indicium etiam quartæ. Porro, pro eo ac Cultri propius ad ſe invicem admoverentur; ita Fimbriæ diſtinctiores perpetuo amplioreſq; evadebant, uſquedum evaneſcerent. Prima omnium evaneſcebat fimbria exterior, deinde media, poſtremo interior. Cumq; omnes porro evanuiſſent; lineaq; luminoſa intermedia, valde lata eſſet facta, extendens ſeſe utroq: in radiationes illas in Quinta ſupra Obſervatione memoratas; Cæpit deinceps apparere Umbra antedicta in medio hujus lineæ, eamq; mediam diviſit in binas lineas luminoſas, ipſaq; augebatur porro uſque, donec totum Lumen evaneſceret. Utiq; tanta erat hæc Fimbriarum amplificatio, ut radii qui ad Fimbriam interiorem proficiſcuntur, viderentur amplius viginti partibus Magis eſſe inflexi tum, quum illa prope eſſet ut evaneſceret, quam quum Cultrorum alter eſſet ſubmotus.

Atq; ex hac quidem & ſuperiore Obſervationibus inter ſe collatis, id colligo: utiq; Lumen primæ Fimbriæ tranſiiſſe præter Cultri Aciem, interjecto intervallo majore quam $\frac{1}{800}$ *partis Unciæ*; lumenq; ſecundæ Fimbriæ tranſiiſſe majore intervallo interjecto, quam fecerat lumen primæ; lumenq; tertiæ, majori adhuc intervallo quam lumen ſecundæ; lumen autem Radiationum illarum in Quinta & Sexta Obſervationibus deſcriptarum, tranſiiſſe propius Cultrorum Acies, quam fecerat ulla Fimbriarum.

OBS. VIII.

Cum duos Cultros ita acui juſſiſſem, ut Acies eis admodum exactæ atq; rectæ eſſent datæ; mucroneſq; ipſorum ita in Tabulam infixiſſem, ut Acies eorum & eſſent invicem obverſæ, & concurrentes prope a Mu-

cronibus Angulum rectilineum continerent inter ſe; Manubria eorum deinceps, interpoſita Picis maſſula, interjunxi; ne poſſet Angulus iſte torquendo variari. Diſtantia Acierum Cultrorum inter ſe, intervallo quatuor Unciarum a puncto Angulato ubi Acies iſtæ concurrebant, erat $\frac{1}{8}$ Unciæ; ideoq; Angulus, quem Acies inter ſe concurrentes continerent, erat circiter gradus 1, 54′. Cultros hoc modo conjunctos, collocavi in radio Solis immiſſo in Cubiculum meum tenebricoſum per foramen $\frac{1}{42}$ parte Unciæ latum; collocabam autem eos ita, ut intervallo decem vel quindecim Pedum ab iſto foramine diſtarent: Jamq; Excipiens id Lumen, quod inter Acies Cultrorum tranſmitteretur, valde oblique ſuper Normam albam ac lævem, intervallo Semunciæ vel Unciæ a Cultris; vidi ibi fimbrias, quas effecerunt binæ Cultrorum Acies, porrectas ſecundum extremas cultrorum umbras, in lineis ad umbrarum iſtarum extremitates parallelis, nec quicquam (quod quidem Senſu percipi poſſet) ſe in latitudinem laxantes, donec concurrerent tandem in Angulis qui eſſent æquales Angulo iſti quem continerent inter ſe binæ cultrorum Acies; ubi autem ita concurrebant & coibant, ibi ſine decuſſando penitus terminabantur. Verum ſi Norma jam multo majori intervallo a Cultris diſtaret; fimbriæ ex-inde latiores fiebant aliquanto, prout ad ſe invicem propius accedebant; cumq; coirent, decuſſabantur deinceps, multoque quam antea fiebant uſq; latiores.

Unde id colligo; utiq; diſtantias, quibus fimbriæ præter Cultrorum Acies tranſeunt, non augeri vel immutari appropinquatione mutua Cultrorum inter ſe; verum Angulos quidem, in quibus Radii ibi inflectuntur, multum augeri iſta Cultrorum appropinquatione; Cul-

Cultrumq; qui ſit propior alicui radio, eum quidem determinare quam in partem inflectendus ſit iſte radius; cultrum autem alterum, ei inflexionem iſtam adaugere.

O B S. IX.

Cum Radii inciderent valde oblique ſuper Normam, intervallo $\frac{1}{3}$ Unciæ a Cultris; Linea obſcura inter primam & ſecundam Fimbriam Umbræ Cultri unius, & linea obſcura inter primam & ſecundam Fimbriam Umbræ Cultri alterius, concurrebant inter ſe, intervallo $\frac{1}{5}$ Unciæ ab extremo illo Lumine quod inter Cultros in Acierum ſuarum concurſu tranſmittebatur. Ideoq; diſtantia Acierum Cultrorum inter ſe, qua parte hæ lineæ obſcuræ concurrebant, erat $\frac{1}{160}$ pars Unciæ. Nam ut quatuor Unciæ, ad $\frac{1}{8}$ partem Unciæ: ita eſt quævis longitudo Acierum Cultrorum, a puncto concurſus ſui dimenſa; ad diſtantiam Acierum iſtarum inter ſe, qua parte eæ interjecto longitudinis iſtius intervallo a puncto concurſus diſtant: nimirum ita eſt $\frac{1}{5}$ pars Unciæ, ad $\frac{1}{160}$ partem Unciæ. Itaq; Lineæ illæ obſcuræ ſupra memoratæ, concurrunt in medio ejus Luminis, quod inter Cultrorum Acies tranſmittitur qua parte eæ diſtant inter ſe $\frac{1}{160}$ partem Unciæ: Parſq; dimidia ejus Luminis tranſit præter Aciem Cultri unius, intervallo non majore $\frac{1}{320}$ partis Unciæ; incidenſq; in Chartam, exhibet ibi fimbrias Umbræ Cultri iſtius: Pars autem altera dimidia ejus Luminis, tranſit præter Aciem Cultri alterius, intervallo itidem non majori $\frac{1}{320}$ partis Unciæ; incidenſq; in Chartam, exhibet ibi fimbrias Umbræ Cultri alterius. Verum ſi Charta illa, qua radii excipiantur, diſtet a Cultris intervallo majori quam $\frac{1}{3}$ partis

partis Unciæ; utiq; lineæ obſcuræ ſupra memoratæ, concurrent jam inter ſe majori intervallo, quam $\frac{1}{[illegible]}$ partis Unciæ, ab extremo illo Lumine quod inter Cultros in Acierum ſuarum concurſu tranſmittitur; ideoq; lumen quod incidit in Chartam qua parte Lineæ iſtæ obſcuræ concurrunt inter ſe, tranſmittitur jam ipſum quidem inter Cultros qua parte Acies ipſorum diſtant inter ſe amplius $\frac{1}{160}$ parte Unciæ.

Etenim alio quodam tempore, cum iidem bini Cultri collocati eſſent intervallo octo Pedum ac quinq; Unciarum a parvo foramine in Feneſtra, quod Acicula (ut ſupra) feceram; Lumen quod incidebat in Chartam qua parte Lineæ obſcuræ ſupra memoratæ concurrebant inter ſe, tranſmiſſum erat tunc inter Cultros qua parte Acies ipſorum diſtarent inter ſe intervallis in ſequenti Tabula expreſſis, quum nimirum Charta a Cultris diſtaret intervallis in eadem itidem Tabula adſcriptis.

Diſtantiæ

Diſtantiæ Chartæ a Cultris, menſura Unciaria expreſſæ.	*Diſtantiæ Acierum Cultrorum inter ſe, partibus Unciæ milleſimis expreſſæ.*
$1\frac{1}{2}$	0'012.
$3\frac{1}{3}$.	0'020.
$8\frac{3}{5}$.	0'034.
32.	0'057.
96.	0'081.
131.	0'087.

Atq; hinc quidem id colligo; Lumen, quod Fimbrias exhibet ſuper Charta, non utiq; idem eſſe Lumen in omnibus diſtantiis Chartæ a Cultris; ſed quum Charta propius ad Cultros admota ſit, tum utiq; fimbrias oriri ex radiis qui & propius præter Acies Cultrorum feruntur, & Inflectuntur Magis, quam quum Charta majori interjecto intervallo a Cultris diſtet.

OBS. X.

Quum Cultrorum Umbrarum Fimbriæ inciderent ad perpendiculum ſuper Chartam magno intervallo objectam; videbantur eæ Hyperbolarum forma ac ſpecie, menſuraſq; habebant illas quæ ſequuntur. Sint C A & C B, lineæ ſuper Chartam ductæ, Cultrorum aciebus parallelæ, & inter quas Lumen Omne inter Cultros tranſmiſſum incideret utiq;, ſi id inter Cultrorum Acies plane ſine Inflectendo foret tranſmiſſum: *Fig. 3.*

Sitq;

Sitq; DE, linea recta per punctum C ducta; qua & Anguli ACD, BCE, inter ſe fiant æquales; & Lumen id omne, quod incidit in Chartam a Puncto ubi Cultrorum Acies concurrunt, terminetur: Porro, ſint *e i s*, *f k t*, & *g l v*, tres lineæ hyberbolicæ, repræſentantes Terminum Umbræ Cultri unius, lineam obſcuram inter Fimbrias primam & ſecundam iſtius Umbræ, & lineam obſcuram inter Fimbrias ſecundam et tertiam ejuſdem Umbræ: & *x i p*, *y k q*, & *z l r*, aliæ tres lineæ hyberbolicæ, repræſentantes Terminum Umbræ Cultri alterius, lineam obſcuram inter Fimbrias primam & ſecundam Umbræ iſtius, & lineam obſcuram inter Fimbrias ſecundam & tertiam ejuſdem Umbræ. Finge tres haſce Hyperbolas, ſimiles & æquales eſſe tribus prioribus, eaſq; in tranſverſum ſecare in punctis *i*, *k*, & *l*; Umbraſq; Cultrorum terminari, & a primis fimbriis luminoſis diſtingui, per lineas *e i s* & *x i p*; uſq; eo donec fimbriæ illæ inter ſe concurrant, & ſeſe mutuo in tranſverſum ſecent; tumq; deinde lineas iſtas Fimbriis ipſis incurrere, & tanquam totidem lineas tenebroſas ſecare eas in obliquum, Terminantes deinceps primas luminoſas fimbrias ab interiore ſui parte, eaſq; diſtinguentes ab alio quodam lumine, quod *incipit* porro apparere in *i*, illuminatq; totum ſpatium triangulum *i p* D E *s*, definitum lineis illis obſcuris & linea recta DE. Jam quidem harum Hyperbolarum Aſymptotos una, eſt linea ipſa DE; alteræ autem earundem Aſymptoti, parallelæ ſunt lineis CA & CB. Sit igitur *r v* linea ducta ubivis ſuper Chartam, parallela Aſymptoto DE; ſecetq; hæc linea lineas rectas AC in *m* & BC in *n*, & lineas ſex Hyperbolicas obſcuras in punctis *p*, *q*, *r*, *s*, *t*, *u*: Jamq; dimetiendo diſtantias *p s*, *q t*, *r v*; indeq; colligendo Longitudines Ordina-

dinatarum *np*, *nq*, *nr*, vel *ms*, *mt*, *mv*; idq; in diverſis diſtantiis lineæ *rv* ab Aſymptoto D E; utiq; invenire poteris quot libuerit puncta harum Hyperbolarum; indeq; intelligere, lineas haſce curvas, eſſe utiq; Hyperbolas, parum admodum diſtantes ab Hyperbolis conicis: Item dimetiendo lineas C *i*, C *k*, C *l*; invenire poteris alia harum curvarum puncta.

Exempli gratia: Cum Cultri diſtarent a Foramine in Feneſtra, decem pedibus; chartaq; a Cultris, pedibus novem; Anguluſq; quem continebant inter ſe Cultrorum Acies, cui nimirum æqualis eſt Angulus A C B, ſubtenderetur Chorda quæ eſſet ad Semidiametrum ut 1 ad 32; lineaq; *rv* diſtaret ab Aſymptoto D E, Uncia dimidiata: Dimenſus ſum lineas *ps*, *qt*, *rv*; inveniq; eas, 0'35, 0'65, 0'98 partes Unciæ comparate; Addendoq; ad earum dimidias lineam ½ *mn*, (quæ hic erat $\frac{1}{128}$ pars Unciæ, ſive 0'0078;) Summæ *np*, *nq*, *nr*, erant 0'1828, 0'3328, 0'4978 Unciæ. Dimenſus ſum quoq; diſtantias Fimbriarum, quæ porrigebant ſe inter *pq* & *st*, *qr* & *tv*, & proxime ultra *r* & *v*; qua parte nimirum Lumen ipſarum cujuſq; clariſſimum erat; Inveniq; eas 0'5, 0'8, & 1'17 Uncias.

OBS. XI.

Cum Sol in Cubiculum meum tenebricoſum colluceret per parvum rotundum foramen, quod in lamina plumbea feceram tenui Acicula, ut ſupra; colloca*v*i ad id foramen Priſma, quo Lumen refringeretur, depingeretq; ſuper oppoſito Pariete Imaginem coloratam talem, qualem in tertio Experimento primæ Partis primi Libri deſcripſimus. Tumq; Inveni Umbras corporum

omnium in lumine illo colorato inter Priſma & Parietem collocatorum, Fimbrias ſibi habere ejus ſolummodo Coloris, qui eſſet Luminis in iſta corpora eo tempore projecti. In Lumine rubeo ſaturo, Fimbriæ hæ erant ex toto rubeæ; nihil quicquam habentes, quod quidem Senſu percipi poſſet, coloris cærulei aut violacei. Contra, in Lumine cæruleo ſaturo, erant eædem ex toto cæruleæ; nihil ſibi habentes, quod quidem Senſu percipi poſſet, coloris rubei vel flavi. Similiter, in viridi Lumine, erant eædem ex toto virides; excepto quod paululum tum in eis ineſſet coloris flavi ac cærulei, qui nimirum colores in viridi Priſmatis Lumine erant adhuc aliqua portione admixti. Porro, Comparans inter ſe Fimbrias in Luminibus diverſorum Colorum exhibitas; Obſervavi eas, quæ eſſent in Lumine rubeo exhibitæ, omnium eſſe maximas; quæ in Lumine violaceo, minimas; quæq; in Lumine viridi, magnitudine intermedias. Etenim, cum Fimbrias, quæ capilli humani Umbræ adhærerent, dimetirer in tranſverſum Umbræ, intervallo ſex Unciarum a Capillo; diſtantia inter partem mediam ſive luminoſiſſimam primæ ſive interioris Fimbriæ ex una parte Umbræ, & partem eandem Fimbriæ conſimilis ei ex oppoſito reſpondentis ex altera parte Umbræ, erat, in Lumine quidem rubeo ſaturo, $\frac{1}{37\frac{1}{4}}$ pars Unciæ; in Lumine autem violaceo ſaturo, $\frac{1}{46}$. Item ſimilis diſtantia inter medias ſive luminoſiſſimas partes ſecundarum Fimbriarum, ex utraq; parte Umbræ, erat, in Lumine quidem rubeo ſaturo, $\frac{1}{22}$; in violaceo autem, $\frac{1}{27}$ pars Unciæ. Atq; hæ quidem Diſtantiæ Fimbriarum inter ſe, eandem plane proportionem retinebant in omnibus diſtantiis a Capillo

pillo, ſine ulla variatione quæ quidem Senſu percipi potuerit.

Itaq; Radii, ex quibus Fimbriæ iſtæ compoſitæ erant in Lumine rubeo, tranſibant præter Capillum majori interjecto intervallo, quam ii, ex quibus ſimiles compoſitæ erant Fimbriæ in Lumine violaceo. Quare Capillus, in Fimbriis iſtis conformandis, *Agebat* ſimiliter in Lumen rubeum, ſive Radios minime refrangibiles majori interjecto intervallo; ac in Lumen violaceum, ſive radios maxime refrangibiles, minori interjecto intervallo: Suaq; iſta videlicet *Actione*, digerebat Lumen rubeum in Fimbrias ampliores, violaceum in ~~parviores~~ contractiores, radioſq; coloribus intermediis in Fimbrias magnitudinibus comparate intermediis; Nihil interim omnino immutato Luminis ullum genus Colore.

Quum igitur Capillus in prima ac ſecunda harum Obſervationum, collocatus eſſet in Radio Albo Luminis Solaris; umbramq; projiceret, ternis Luminis colorati limbis fimbriatam; utiq; Colores iſti non oriebantur ex novis ullis modificationibus, quas Capillus ſcilicet radiis Luminis impreſſerit; ſed ex variis duntaxat Inflexionibus, quibus radii diverſorum generum a ſe invicem ſepararentur; qui quidem radii ante ſeparandum, compoſuerant, permixtione colorum ſuorum omnium inter ſe, Radium Album Luminis Solaris; verum quandocunq; ſint a ſe invicem ſeparati, conſtituunt Lumina diverſis illis coloribus, quibus ii exhibendis ſinguli Natura apti ſunt facti. In hac Undecima Obſervatione, ubi Colores jam erant ante a ſe invicem ſeparati, quam Lumen præter Capillum tranſiret; radii minime refrangibiles, qui, quandocunq; ſint a reliquis ſeparati, colorem rubeum exhibent, Inflectebantur majori jam intervallo diſtantes a Capillo;

adeo ut ii ternas fimbrias rubras exhiberent, majori intervallo diſtantes a media parte Umbræ Capilli: Radii autem maxime Refrangibiles, qui, quandocunq; ſint a reliquis ſeparati, colorem violaceum exhibent, Inflectebantur minori jam intervallo diſtantes a Capillo; adeo ut hi ternas fimbrias violaceas exhiberent, minori intervallo diſtantes a media parte Umbræ Capilli: Et Radii intermediis Refrangibilitatis gradibus, Inflectebantur intermediis jam intervallis diſtantes a Capillo; adeo ut illi Fimbrias intermediis coloribus exhiberent, intermediis intervallis diſtantes a media parte Umbræ Capilli. In Secunda autem Obſervatione, ubi Colores univerſi permixti ſunt inter ſe in Lumine Albo prope Capillum jam tranſeunte; Colores illi ſeparantur ibidem per varias Radiorum Inflexiones; Fimbriæque, quas ii ſinguli exhibent, apparent ſimul Omnes; Fimbriæq; interiores, contiguæ exiſtentes inter ſe, conficiunt unam Fimbriam latam, ex coloribus univerſis Ordine diſpoſitis conſtantem; colore violaceo nimirum jacente ab interiori parte fimbriæ, proxime Umbram; rubeo ab exteriori parte fimbriæ, remotiſſime ab Umbra; & cæruleo, viridi, ac flavo, in media parte fimbriæ: Item Fimbriæ mediæ, ex coloribus ſingulis Ordine itidem diſpoſitis conſtantes, & contiguæ jacentes inter ſe, conficiunt ſimiliter aliam Fimbriam latam, ex Coloribus univerſis compoſitam: Fimbriæq; exteriores denique, ex coloribus ſingulis Ordine diſpoſitis conſtantes, & contiguæ jacentes inter ſe, conficiunt tertiam Fimbriam latam, ex univerſis itidem coloribus compoſitam. Hæ ſunt ternæ illæ Fimbriæ Luminis colorati, quibus in ſecunda Obſervatione Corporum omnium Umbræ Terminantur.

Cum

Cum præmiſſas Obſervationes facerem, ſtatueram mecum pleraſq; earum majori cum accuratione iterare, aliaſq; aliquas de novo inſuper adjicere; quo id nimirum exploratum tandem haberemus, quem in modum & qua ratione Radii Luminis Inflectantur inter Tranſeundum prope Corporum omnium Extrema, ad conficiendas Fimbrias illas coloratas cum lineis ſuis obſcuris interjectis. Verum ab hiſce ſtudiis Tum forte Avocatus ſum; & non poſſum id Nunc in Animum meum inducere, ut ad ſtudia hæc intermiſſa iterum me referam. Quare, cum hanc Inſtituti mei partem non abſolverim; Concludam, Proponendo ſolummodo Quæſtiones aliquas, quibus Alii poſtea in hac Materia ulterius proſequenda dirigi queant.

Quæſtio 1. Annon Corpora *Agunt* in Lumen, interjecto aliquo intervallo; ſuaq; illa Actione, Radios ejus Inflectunt? Eoq; fortior (*cæteris Paribus*) eſt illa Actio, quo id intervallum eſt Minus?

Qu. 2. Annon Radii, qui differunt inter ſe Refrangibilitate, iidem Flexibilitate quoq; inter ſe differunt? & diverſis ſuis ſingulorum Inflexionibus ita porro a ſe invicem Separantur, ut Ordinatim exinde in ternas illas Fimbrias coloratas digerantur, ſupra memoratas? *Item*, Quemnam in Modum Inflectuntur Radii, ad Fimbrias illas conformandas?

Qu. 3. Annon Radii Luminis, inter Tranſeundum prope Corporum Extremitates, Inflectuntur ſæpius ultro citroque, Motu quodam undante ac ſinuoſo? Ternæq; Luminis colorati Fimbriæ ſupra memoratæ, ex ternis iſtiuſmodi Inflexionibus oriuntur?

Qu. 4. Annon Radii Luminis, qui, in Corpora Incidentes, Reflectuntur vel Refringuntur, Inflecti incipiunt ante-

antequam ad Corpora ipſa perveniunt? Et Reflectuntur, Refringuntur, atq; Inflectuntur, una eademq; Vi, varie ſe in variis circumſtantiis exerente?

Qu. 5. Annon Corpora ac Lumen Agunt in ſe mutuo; Corpora videlicet in Lumen, emittendo id, Reflectendo, Refringendo, & Inflectendo; Lumen autem in Corpora, ad ea calefacienda ſcilicet, Motumq; vibrantem, in quo Calor conſiſtit, in Partibus ipſorum excitandum?

Qu. 6. Annon Corpora Nigra Calorem de Lumine ideo facilius, quam Corpora colorata, concipiunt; quia Luminis id, quod in illa Incidit, non Reflectitur extra, ſed Ingreditur in ipſa corpora, intraq; ea Reflectitur ac Refringitur ſæpius atq; iterum uſq; eo, donec reſtinguatur penitus & intercidat?

Qu. 7. Annon ejus Actionis, quæ mutua eſt inter Lumen & Corpora Sulphuroſa, Vis illa fortior & validior ſuperius memorata, partim in Cauſa eſt, quamobrem Corpora Sulphuroſa Ignem adeo concipiant facilius, & vehementius Ardeant, quam alia Corpora?

Qu. 8. Annon Corpora omnia Fixa, quum ſint ultra certum gradum Calefacta, emittunt Lumen & ſplendent? Eaq; Luminis emiſſio, per Motus Vibrantes partium ſuarum efficitur? & Annon corpora omnia, quae partibus abundant terreis &c.

Qu. 9. Annon Ignis, corpus eſt eouſq; calefactum, ut copioſius Lumen emittat? Quid enim aliud eſt Ferrum Candens, niſi Ignis? Quidve aliud eſt Carbo Candens, niſi Lignum eouſq; calefactum, ut id Lumen emittat?

Qu. 10. Annon Flamma, vapor eſt, fumus, ſive exhalatio candefacta; hoc eſt, calefacta uſq; eo, ut Lumen emittat? Corpora enim Flammam non concipiunt, niſi ſi emittant Fumum copioſum; qui porro Fumus, ardet in Flamma. *Ignis Fatuus* eſt Vapor ſine Calore lucens: Et nonne eadem differentia eſt, inter iſtum Vaporem & Flam-

Flammam; ac inter Lignum putridum ſine Calore lucens, & Carbones candentes? Inter Diſtillandum Spiritus calidos, ſi Caput Alembici ſubmoveatur; vapor, qui ex Alembico aſcendit, ignem concipiet de Candela, & in Flammam convertetur; eaq; Flamma ſerpet per Vaporem, ab uſq; candela ad Alembicum. Aliqua corpora Motu vel Fermentatione calefacta, ſi utiq; Calor iſte ſit magnus, Fumum emittunt copioſum; Siq; corpora ea ſatis admodum incaleſcunt, utiq; Fumi iſti lucebunt & ſeſe in Flammam convertent. Metalla liquefacta Flammam non concipiunt, inopia Fumi copioſi; *Zinetum* ſi excipias, quod & Fumum emittit copioſum, eoque & Flammas fundit. Corpora omnia quæ Flammam alunt, ut Oleum, Sebum, Cera, Lignum, Carbones foſſiles, Pix, & Sulphur; abſumuntur Flamma ſua, & in Fumos candentes abeunt: Qui quidem Fumus, ſi extinguatur Flamma, valde utiq; craſſus fit, & ſub Aſpectum cadit, & nonnunquam etiam late olet; Verum in Flamma amittit is omnem Odorem ſuum Ardendo; Et pro hujus quidem Fumi Natura, Flamma ipſa Colores inſuper varios trahit; ut flamma Sulphuris, cæruleum; Cupri, cujus partes Sublimato reſeratæ fuerint, viridem; Sebi, flavum; & Camphoræ, album. Utiq; Fumus, inter tranſeundum per Flammam, fieri non poteſt quin candeſcat; & Fumus candefactus, non poteſt non habere Speciem Flammæ. Pulvis Tormentarius, quum ignem concipit, abit in Fumum flammantem: Carbo nimirum & Sulphur, ignem concipiunt facillime; nitrumq; accendunt; Nitriq; Spiritus inde in Vaporem rarefactus, proruit cum exploſione; ſimiliter ac Aquæ Vapor, ex Æolipila. Sulphur quoque, ut eſt volatile, convertit ſe itidem in Vaporem; id quod exploſionem illam adauget. Adhæc, acidus Sulphuris vapor, (is videlicet, qui *ſub Campana* diſtil-

diſtillat in Oleum Sulphuris,) introdans ſeſe in corpus fixum Nitri, Spiritum Nitri etiamnum expedit ac laxat, ingentemq; excitat fermentationem; qua porro & Calor augetur, Nitriq; corpus fixum rarefit in Fumum, Exploſioq; etiam adhuc vehementior fit atq; acutior. Etenim ſi Sal Tartari inſuper admiſceatur Pulveri Tormentario; eaq; permixtio calefiat gradatim, uſque dum ignem concipiat; utiq; Exploſio porro adhuc etiam amplius violenta atq; acuta reddetur: Id quod nulla alia ſane ex cauſa oriri poteſt, quam ex Actione Vaporis pulveris tormentarii in ſalem Tartari. Exploſio itaq; Pulveris tormentarii, oritur ex celeri ac violenta Actione, qua tota Permixtio ſubito & vehementer calefacta, rarefit utique, & convertit ſe in Fumum ſive Vaporem: Qui deniq; Vapor, Actionis iſtius violentia eodem tempore candefactus, Flammæ nimirum ſpeciem exhibet.

Qu. 11. Annon Corpora Magna Calorem ſuum conſervant diutiſſime, partibus ſuis ſe mutuo nimirum calefacientibus? & Nonne fieri poteſt, ut Corpus Magnum, Denſum atq; Fixum, quum calefactum ſit ultra certum gradum, Lumen utiq; emittat adeo copioſe, ut Emiſſione illa ac Reactione Luminis ſui, & Reflexionibus Refractionibuſq; radiorum intra occultos ſui meatus, incaleſcat adhuc uſq; amplius; caloris nimirum plura perpetuo momenta ex hiſce cauſis trahens, quam refrigerationis ex aliis cauſis; donec ad certum tandem Caloris gradum perveniat, qualis eſt Calor Solis? *Item*, Annon Sol & Stellæ fixæ, ingentes ſunt Terrarum Globi, vehementer calidi; quorum utiq; Calor conſervatur Corporum ipſorum Magnitudine, & mutua Actione ac Reactione quæ eſt inter Ipſa & Lumen quod emittunt; & quorum partes quidem ne in Fumos abeant, facti-

non

& quorum partes quidem ne in Fumos abeant, facit non modo ſua ipſorum adeo Fixa admodum natura, verum etiam ingens pondus denſitaſque Atmoſphærarum ſibi circumcirca incumbentium, & ingenti Niſu undiq; comprimentium, & condenſantium Vapores atq; Exhalationes quotquot ſeſe uſpiam emiſerint? Etenim si Aqua in Vase &c

Qu. 12. Annon Radii Luminis, incidendo in Fundum Oculi, excitant Vibrationes quaſdam in *Tunica retina*; Quæ quidem Vibrationes, propagatæ inde per ſolidas Nervorum Opticorum fibras in Cerebrum uſque, Senſum ibi Videndi excitent? Nam, quandoquidem Corpora Denſa conſervant Calorem ſuum diutius; & ut quodq; corpus denſiſſimum eſt, ita Calorem ſuum diutiſſime conſervat; utiq; Vibrationes partium ſuarum natura ſunt durabili, adeoq; propagari poſſunt in longinqua uſq; ſpatia per ſolidas materiæ uniformis ac denſæ fibras, ad tranſmittendos in Cerebrum videlicet Motus Senſuum omnium Organis impreſſos. Etenim Motus is, qui poſſit diu in una eademq; parte alicujus corporis ſe conſervare; poterit itidem in longinquum propagari, ex una parte in aliam; modo id corpus homogeneum ſit ſcilicet, ne adeo Motus iſte reflectatur forte, vel refringatur, vel interrumpatur & perturbetur per inæqualitatem aliquam in Corpore.

Qu. 13. Annon Radii diverſorum generum, Vibrationes excitant diverſa Magnitudine; quæ ſcilicet Vibrationes, pro ſua cujuſq; magnitudine, Senſus diverſorum excitent Colorum; ſimili fere ratione, ac Vibrationes Aeris, pro ſua itidem ipſarum diverſa Magnitudine, Senſus Sonorum excitant diverſorum? Et nominatim, annon radii maxime refrangibiles, Vibrationes excitant breviſſimas, ad Senſum movendum Coloris violacei ſaturi; radii minime refrangibiles, Vibrationes

longiſſimas, ad Senſum coloris rubei ſaturi; & radii generum omnium intermediorum, Vibrationes comparate intermedias, ad Senſum colorum diverſorum intermediorum excitandum?

Qu. 14. Annon fieri poteſt, ut Harmonia & Diſcordia Colorum, oriatur e proportionibus Vibrationum propagatarum per Nervorum Opticorum fibras in Cerebrum; ſimiliter ac Harmonia & Diſcordia Sonorum, oritur e proportionibus Vibrationum Aeris? Sunt enim alii Colores, Oculis grati, ut Auri & Indici; alii autem, minus grati.* ſi juxta ſe invicem poſiti ſimul inſpiciantur.

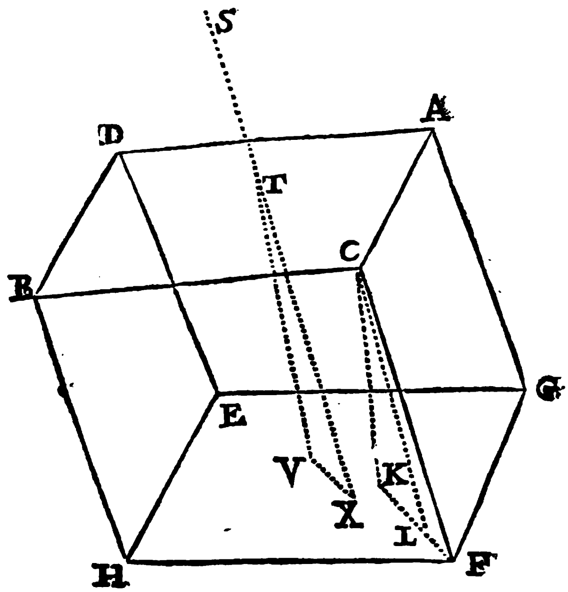
Qu. 15. Annon Imagines rerum objectarum, ambobus Oculis viſarum, coeunt in unum eo in loco, ubi Nervi Optici, antequam in Cerebrum ingrediantur, conveniunt ac conjunguntur: Fibris nimirum, quæ ſunt in dexteriori parte utriuſq; Nervi, coeuntibus illo in loco, & progredientibus deinceps conjunctim ad Cerebrum per Nervum qui eſt a dexteriori parte Capitis; Fibriſque, quæ ſunt in ſiniſteriori parte utriuſq; Nervi, coeuntibus itidem eodem in loco, & progredientibus deinceps conjunctim ad Cerebrum per Nervum qui eſt a ſiniſteriori parte Capitis; Duobus autem Nervis illis poſterioribus, in Cerebro demum ita in unum convenientibus, ut Fibræ ipſorum Unam duntaxat ibi Imaginem conſtituant; Cujus videlicet Imaginis dimidium id, quod ſit a dexteriori parte Senſorii, veniat a dextra parte amborum Oculorum, per dextram partem amborum Nervorum Opticorum, ad locum ubi Nervi illi coeunt, indeq; per Nervum a dexteriori parte Capitis in ipſum Cerebrum; dimidium autem alterum, quod ſit a ſiniſteriori parte Senſorii, veniat ſimiliter a ſiniſtra parte amborum Oculorum? Etenim Nervi Optici eorum Animalium, quorum ambo Oculi eodem ſpectant, (ut Hominum,

minum, Canum, Ovium, Boum, &c,) coeunt in unum antequam in Cerebrum ingrediantur; At Nervi Optici illorum Animalium, quorum ambo Oculi non ſpectant eodem, (ut Piſcium & Chamæleontis,) utique non coeunt in unum; ſiquidem vera audivi.

Qu. 16. Siquis in loco tenebricoſo alterutrum Oculi ſui Angulum digito comprimat, Oculumq; interea in partem contrariam avertat; videbit is Circulum coloribus variegatum, eorum ſimilibus, qui in Pluma Caudæ Pavoniæ aſpiciuntur. Annon hi Colores oriuntur ex ſimilibus Motibus excitatis jam digiti preſſu in fundo Oculi, ac alias Lumine ibi excitari ſolent ad Senſum Videndi movendum? Et quum Aliquis Oculi percuſſu, Fulgorem quendam quaſi Luminis coruſcantem ſibi videre videtur; annon iſtiuſmodi Motus in *Tunica retina* tum excitantur iſto Percuſſu?

Qu. 17. Annon aliæ ſunt adhuc Radiorum Luminis Proprietates congenitæ, præter eas quæ jam ante deſcriptæ ſunt? Utiq; aliam congenitam Proprietatem, aperit nobis Refractio *Cryſtalli Iſlandicæ*; quam quidem primo deſcripſit *Eraſmus Bartholinus*; accuratius autem poſtea *Hugenius*, in Libro ſuo *de Lumine* Gallice edito. Eſt Cryſtallus iſta, Lapis pellucidus & fiſſilis; aquam, vel *cryſtallum de rupe*, pelluciditate æquiparans; coloris expers; caloris adeo patiens, ut etiam candefieri poſſit, nec tamen in poſterum tranſlucere deſinat; & calore vehementiſſimo in Calcem redigitur, nec tamen liqueſcit. In Aqua diem unum vel alterum macerata, polituram ſuam naturalem amittit. Panno affricta, attrahit ſibi ſtramenta, & alia corpora levia; inſtar electri, aut vitri: Et, cum *Aqua forti*, ebullitionem ciet. Videtur eſſe Lapis ejus generis, quod vulgo *Talcum* appellant.

pellant. Invenitur ea fere ſpecie, quæ eſt Parallelepipedi obliqui; lateribus ſex parallelogrammis, & octo Angulis ſolidis. Parallelogrammorum Anguli obtuſi, ſunt graduum 101, 52′; acuti autem, graduum 78, 8′.



Angulorum ſolidorum duo, ſibi invicem ex adverſo oppoſiti, E & C, continentur ternis Angulis obtuſis; reliqui autem ſex, Angulis obtuſis ſingulis, & binis acutis. Findit ſe facile in Plana, quæ ſint Laterum cuivis parallela; in alia autem Plana, non item. Findit ſe in ſuperficiem politam & nitentem, non illam quidem perfecte planam, ſed aſperam aliquantillum & inæqualem. Interraditur facillime; &, propter nimiam mollitiem, ægre admodum perpolitur. Politur melius ſuper vitro lævi & ſpeculari, quam ſuper Metallo: Oportebit autem deinceps Oleo vel Ovi Albumine defricari, ad raſuras implendas

plendas & lævigandas ; Quo demum pacto, valde perlucida evadet & expolita. Verum ad plurima quidem Experimenta, nihil opus eſt ut poliatur. Si hujus Lapidis Cryſtallini fruſtum, Libro typis impreſſo imponatur; literæ ſingulæ, per cryſtallum iſtam inſpectæ, gemina quadam Refractione videbuntur binæ. Et, ſiquis Luminis radius in quamlibet ejus ſuperficiem incidat, vel ad perpendiculum, vel quovis Angulo; dividitur is continuo, gemina iſta Refractione, in duos radios. Quorum quidem radiorum uterq; eodem eſt colore, ac ipſe radius incidens ; Et inter ſe etiam pares, ad quantitatem Luminis, vel ferme pares videntur. Duarum iſtarum Refractionum altera eo modo efficitur, quomodo ex uſitatis Optices Legibus effici debet ; ita nimirum, ut Sinus Incidentiæ ex Aere in hanc Cryſtallum , eam habeat rationem ad Sinum Refractionis, quam habent 5 ad 3 : Altera, quæ appellari poteſt *Refractio inuſitata*, efficitur ſequenti Lege.

Sit ADBC, Superficies Cryſtalli refringens; C, Angulorum ſolidorum ad iſtam ſuperficiem maximus; GEHF, Superficies ex adverſo oppoſita ; & CK, linea iſti Superficiei perpendicularis. Hæc linea perpendicularis, cum Cryſtalli acie extrema CF, angulum continet graduum 19, 3′. Junge KF ; & in ea ſume KL ita, ut Angulus KCL ſit graduum 6, 40′; angulus autem LCF, graduum 12, 23′. Quo facto, ſi jam linea ST repræſentet radium aliquem Luminis incidentem ad T, quovis Angulo, in Superficiem refringentem ADBC ; eſto TV radius refractus ; Is autem, quis ſit, invenietur ex data illa proportione Sinuum, 5 ad 3, ſecundum uſitatas Optices Leges. Ducatur deinde VX, parallela & æqualis lineæ KL ; ducatur autem ita, ut jaceat illa

 ad

ad eaſdem partes a V, ad quas L jacet a K; Et junge TX; Eritq; hæc linea TX, radius refractus alter, *inuſitata* videlicet *Refractione* delatus a T ad X.

Jam ſi igitur radius ille incidens ST, incidat utiq; ad perpendiculum in ſuperficiem refringentem; erunt bini iſti radii TV & TX, in quos ille refringendo erit diſpertitus, paralleli facti lineis CK & CL: Altero nimirum iſtorum radiorum ſe ad perpendiculum per cryſtallum tranſmittente, quomodo ex uſitatis Optices legibus fieri debet; Altero autem TX, per *Refractionem inuſitatam*, divergente a linea perpendiculari, & continente cum ea Angulum VTX, graduum circiter $6\frac{2}{3}$; uti experientia quidem compertum eſt. Atq; hinc Planum VTX, eiq; ſimilia Plana, quæ quidem parallela ſunt Plano CFK, appellari poterunt *Plana perpendicularis Refractionis*: Et Plaga ea, quo ſpectant lineæ KL & VX, a K & V ductæ, appellari poterit *Plaga inuſitatæ Refractionis.*

Simili ratione, *Cryſtallus de rupe* geminam habet Refractionem. Verum differentia duarum Refractionum minor eſt, nec tam manifeſta, quam in *Cryſtallo Iſlandica.*

Quum radius ST, qui in primam *Cryſtalli Iſlandicæ* ſuperficiem inciderat, diſpertitus eſt in duos radios TV & TX; iiq; duo radii, ad poſteriorem Cryſtalli ſuperficiem perveniunt; Radius ille TV, qui in prima ſuperficie refractus fuerat *ratione uſitata*, idem, in ſecunda ſuperficie, *uſitata* iterum *ratione* integer refringetur; Radiuſq; alter TX, qui in prima ſuperficie refractus fuerat *ratione inuſitata*, idem, in ſecunda ſuperficie, *inuſitata* iterum *ratione* integer refringetur: Adeo ut

ut hi ambo radii emerſuri ſint e ſecunda illa ſuperficie, in lineis primo incidenti radio S T parallelis.

Quod ſi duarum *Cryſtalli Iſlandicæ* portionum altera poſt alteram ita ſit collocata, ut poſterioris Superficies ſingulæ, ſint prioris Superficiebus ſingulis comparate parallelæ; jam radii illi, qui in prioris Cryſtalli ſuperficie prima, refringebantur *ratione uſitata*, iidem *uſitata* iterum *ratione* refringentur in poſterioribus Superficiebus omnibus: Et qui radii in prioris Cryſtalli ſuperficie prima, refringebantur *ratione inuſitata*, iidem *inuſitata* iterum *ratione* in poſterioribus omnibus Superficiebus refringentur. Quod idem quoq; ſimiliter evenit, quocunq; modo ad ſe invicem inclinatæ fuerint Cryſtallorum ſuperficies; dummodo *Plana* ſua *Refractionis perpendicularis*, ſint inter ſe parallela.

Eſt igitur congenita quædam radiorum Luminis differentia, qua fit ut, in hoc quidem Experimento, radiorum alii perpetuo refringantur *ratione uſitata*, alii autem perpetuo *ratione inuſitata*. Etenim ſi differentia iſta non eſſet congenita, ſed oriretur ex novis modificationibus, quæ quidem in prima Refractione radiis imprimerentur; utiq; ea novis itidem modificationibus, in tribus ſequentibus Refractionibus, porro immutaretur. Immutatur autem nequaquam; Sed eadem manet perpetuo, unumq; ac eundem in radiis effectum obtinet in Refractionibus illis univerſis. Quare *Refractio inuſitata*, pendet ex congenita quadam Radiorum proprietate. Idq; adhuc inquirendum reſtat, annon etiamnum aliæ ſint aliquæ proprietates congenitæ Radiorum, quas humana nondum obſervavit perſpicacia.

Qu. 18.

Qu. 18. Annon Radiorum Luminis diverſa ſunt *latera*, diverſis proprietatibus congenitis prædita? Etenim, ſi *Plana perpendicularis Refractionis* ſecundæ Cryſtalli, poſita ſint ad rectos angulos cum *Planis perpendicularis Refractionis* primæ Cryſtalli; jam radii qui in trajectu primæ Cryſtalli refringebantur *ratione uſitata*, iidem omnes in trajectu ſecundæ refringentur *ratione inuſitata*; & qui radii in trajectu primæ Cryſtalli refringebantur *ratione inuſitata*, iidem omnes in trajectu ſecundæ refringentur *ratione uſitata*. Quare non ſunt duo diverſa radiorum inter ſe natura ſua differentium genera, quorum alteri quidem perpetuo & in omni poſitu refringantur *ratione uſitata*, alteri autem ſemper & in omni poſitu refringantur *ratione inuſitata*: Sed duo illa radiorum genera in Experimento jam ſupra in 17ma *Quæſtione* memorato, hoc ſolum inter ſe differebant, quod radii, pro diverſo ſuo poſitu, diverſis ſuis lateribus ſpectabant *Plagam inuſitatæ Refractionis* cryſtalli. Nam, in præſenti Experimento, unus idemq; radius refringitur alias *uſitata ratione*, alias *inuſitata*; pro eo, quo poſitu latera ipſius ſint ad cryſtallos converſa. Si eadem radii alicujus latera, ſpectent ad eaſdem partes utriuſq; Cryſtalli; jam radius iſte refringetur una eademq; ratione in utraq; Cryſtallo: Sin autem radii latus id, quod converſum ſit ad *Plagam inuſitatæ Refractionis* prioris Cryſtalli, diſtet nonaginta gradibus ab eo ejuſdem radii latere, quod ſpectet ad *Plagam inuſitatæ Refractionis* ſecundæ Cryſtalli; (quod quidem effici poteſt, ita convertendo ſecundam Cryſtallum, ut illa diverſo jam poſitu priorem cryſtallum, & conſequenter radios ipſos Luminis, ſpectet;) jam radius iſte refringetur diverſis rationibus in diverſis Cryſtallis. Ut definire poſſis, utrum radii, qui incidunt in ſecundam

dam Cryſtallum, refringendi ſint ratione *uſitata*, an vero *inuſitata*; nihil aliud opus eſt, quam ut ſecunda illa Cryſtallus ita convertatur, ut ejus *Plaga inuſitatæ Refractionis* ſit ab hoc vel illo radii latere poſita. Quare unuſquiſq; Radius ita conſiderari poterit, ut in eo quatuor concipiantur plagæ ſive latera; quorum quidem duo inter ſe ex adverſo oppoſita, faciant ut Radius toties refringatur *ratione inuſitata*, quoties alterutrum eorum converſum ſit ad cryſtalli *Plagam inuſitatæ Refractionis*; reliqua autem duo, quoties eorum quidem alterutrum converſum ſit ad *Plagam inuſitatæ Refractionis*, non tamen efficiant ut radius alia ulla, præterquam *uſitata*, ratione refringatur. Quorum itaq; laterum priora quidem duo, appellari poterunt *Latera inuſitatæ Refractionis*; poſteriora autem duo, *Latera uſitatæ Refractionis*. Et quoniam hæ *Diſpoſitiones* in radiis inerant, antequam ii in ſecundam, tertiam, & quartam binarum Cryſtallorum ſuperficiem inciderent; nec quicquam omnino immutabantur hæ diſpoſitiones, (quod quidem percipi potuerit,) refractione radiorum in tranſitu ſuo per iſtas ſuperficies; radii autem refringebantur unis eiſdemq; legibus in unaquaq; ſuperficierum quatuor: Videtur utique, haſce *Diſpoſitiones* radiis fuiſſe congenitas, nec prima refractione quicquam omnino fuiſſe immutatas; verum earum quidem ipſarum efficientia, radios in *primam* ſuperficiem Cryſtalli *primæ* incidentes, refractos fuiſſe; alios quidem *ratione uſitata*, alios vero *inuſitata*; pro eo ac ipſorum *Latera uſitatæ vel inuſitatæ Refractionis*, tunc temporis ſpectarent *Plagam inuſitatæ Refractionis* iſtius Cryſtalli.

Habent

Habent igitur ſinguli radii Luminis, bina latera inter ſe ex adverſo oppoſita, quibus quidem lateribus congenita eſt Proprietas ea, e qua pendet *Refractio inuſitata*; alia autem bina latera, Proprietatis iſtius expertia. Idq; adhuc inquirendum reſtat, annon etiamnum aliæ Proprietates ſint Luminis, quibus Latera radiorum differant & inter ſe diſtinguantur.

Hactenus Laterum radiorum differentiam ita explicavi, ut radios in primam Cryſtallum *ad perpendiculum* poſuerim incidentes. Verum, ſi *oblique* incidant, idem plane erit Experimenti exitus. Qui radii in prima Cryſtallo refringuntur *ratione uſitata*, iidem in ſecunda Cryſtallo refringentur *ratione inuſitata*; quoties binarum Cryſtallorum *Plana perpendicularis Refractionis*, ſint inter ſe ad rectos angulos poſita: Et contra.

Si binarum Cryſtallorum *Plana perpendicularis Refractionis*, ſint inter ſe neq; *parallela*, neq; ad *perpendiculum* poſita, ſed Angulum acutum contineant; Jam duorum iſtorum radiorum e prima Cryſtallo emergentium uterq; dividetur inſuper in binos radios, in ingreſſu ſecundæ Cryſtalli. Etenim, in hoc caſu, radioli, ex quibus uterq; duorum iſtorum radiorum conſtat, habebunt alii *latera ſua uſitatæ Refractionis*, alii autem *latera ſua inuſitatæ Refractionis*, converſa ad *Plagam inuſitatæ Refractionis* ſecundæ Cryſtalli.

Qu. 19. Annon errantes ſunt Hypotheſes illæ omnes, quas uſq; adhuc in id confinxerunt Philoſophi, ut Phænomena Luminis per novas radiorum *modificationes* explicarent? Non enim pendent phænomena illa ex *novis modificationibus*, (quomodo commenti ſunt Phyſici;) ſed ex *congenitis & immutabilibus* Radiorum *proprietatibus*.

Qu. 20.

Qu. 20. Annon errantes ſunt Hypotheſes illæ omnes, quibus Lumen in *Preſſu* quodam, ſeu *Motu per Medium fluidum propagato*, conſiſtere fingitur? Nam in his omnibus Hypotheſibus phænomena Luminis uſq; adhuc ita explicarunt Philoſophi, ut ea ex *novis quibuſdam* radiorum *modificationibus* oriri poſuerint. Quæ eſt Opinio errans.

Si Lumen conſiſteret in *Preſſu* ſolummodo, propagato ſine Motu actuali; utiq; non poſſet id agitare & calefacere corpora, quæ id refringunt & reflectunt. Si Lumen conſiſteret in *Motu*, propagato ad omnia intervalla in *puncto temporis*; utiq; ad Motum iſtum generandum opus eſſet Vi infinita, ſingulis momentis, in particulis ſingulis lucentibus. Et, ſi Lumen conſiſteret vel in *Preſſu* vel in *Motu*, propagato per Medium fluidum; ſive in *momento* id fieret, ſive in *ſpatio temporis*; utiq; futurum eſſet, ut id in Umbram ſeſe inflecteret. Etenim *Preſſus* vel *Motus* in Medio fluido, ultra quodvis obſtaculum, quod partem aliquam Motus impediat, propagari non poteſt in *lineis rectis*; ſed omnino ſeſe inflectet & diffundet quaquaverſus, in Medium quieſcens quod ultra id obſtaculum jaceat. Vis Gravitans, deorſum tendit: Attamen Aquæ Preſſus, qui ex Vi Gravitatis oritur, tendit quaquaverſus vi æquabili; & pari facilitate, paribuſq; etiam viribus, propagatur per curvas vias, ac per rectas. Undæ in ſuperficie aquæ, dum oras lati cujuſvis obſtaculi prætertlabuntur, inflectunt ſeſe & dilatant diffunduntq; gradatim, in Aquam ultra id obſtaculum quieſcentem. Undæ, pulſus, ſeu vibrationes Aeris, in quibus Soni conſiſtunt, inflectunt ſe manifeſto, licet non tantum quantum undæ Aquæ. Nam Sonus Campanæ vel Tormenti

bellici audiri poteſt trans Montem, cujus interpoſitu corpus id quod Sonum emittit, ne poſſit oculis cerni, intercluditur; & Soni propagantur pari facilitate per tubas incurvas, ac per rectas. At Lumen nunquam compertum eſt vias incurvas ingredi, nec ſeſe in Umbram inflectere. Nam Stellæ fixæ, Planetarum cujuſvis interpoſitu, continuo evaneſcunt; itemq; Solis partes aliquæ, interpoſitu Lunæ, Mercurii, aut Veneris. Radii, qui proxime ipſas alicujus corporis extremitates tranſeunt, inflectuntur quidem aliquantillum, corporis iſtius Actione; quomodo ſupra eſt expoſitum: Verum hæc quidem Inflexio, non ad Umbram verſus, ſed ad contrarias fit partes; idq; in ipſa duntaxat tranſitione Radii prope corpus extremum: Simul ac id corpus prætervectus ſit, recta deinceps progreditur.

Inuſitatam Cryſtalli Iſlandicæ Refractionem ope *Preſſus* vel *Motus propagati* explicare, nemo (quod ſciam) uſq; adhuc conatus eſt, præter unum *Hugenium*; qui quidem ad hunc finem *duo* diverſa in iſta Cryſtallo ineſſe *Media vibrantia* confinxit. Verum ipſe, poſtquam Refractiones iſtius Cryſtalli, quænam eſſent, in binis fruſtis adpoſitis expertus fuiſſet; eaſq tales, quales ſupra expoſitæ ſunt, comperiſſet; faſſus eſt ſe ad eas explicandas, quo ſe verteret, plane jam neſcire. Etenim *Preſſus* vel *Motus* a lucente Corpore per Medium uniforme propagati, neceſſe eſt ut ſint ab omni ſui parte conſimiles. At Radios Luminis, per Experimenta illa in binis Cryſtallis facta, conſtat in diverſis ſuis lateribus diverſas habere Proprietates. Suſpicatus eſt *Hugenius*, Ætheris pulſus, inter tranſeundum per primam Cryſtallum, acquirere ſibi poſſe novas quaſdam modi-

modificationes ; quibus utiq; efficeretur, ut iidem in ſecunda Cryſtallo, per *hoc* vel *illud* deinceps Medium, pro poſitu iſtius Cryſtalli, propagarentur : At quales *illæ* Modificationes eſſent, explicare non potuit ; nec * quicquam omnino comminiſci, quod ſibi ipſi poſſet facere ſatis. Quod ſi is illud porro intellexiſſet, utiq; *inuſitatam Refractionem* non ex novis modificationibus, ſed ex congenitis & immutabilibus radiorum proprietatibus pendere ; jam & hoc ei viſum fuiſſet nihilo minus difficile explicatu, quemadmodum diſpoſitiones iſtæ, quas ille a prima cryſtallo radiis impreſſas exiſtimavit, in eis jam ante, quam in iſtam Cryſtallum inciderent, ineſſe potuerint ; &, in univerſum, qui fieri poſſit, ut omnes radii, quos corpora lucida emittunt, diſpoſitiones iſtas in ſe ab initio & ab uſq; prima ſua origine habeant. Mihi ſane hæc res nullos omnino videtur habere poſſe explicatus, ſi Lumen nihil ſit aliud quam Preſſus quidam vel Motus per Ætherem propagatus.

* *Mais pour dire comment cela ſe fait, je n'ay rien trouvé juſqu' icy, qui me ſatisfaſſe.* Hugen. de la Lumiere, c. 5. pag. 91.

Porro, ex his Hypotheſibus, illud etiam nihilo minus difficile eſt explicatu, qui fieri poſſit, ut radii ſint alternatim in *Vicibus facilioris Reflexionis* & *facilioris Tranſmiſſus*. Niſi quis hoc forte ſibi comminiſci velit ; utiq; in omni loco ineſſe *duo Media æetherea vibrantia* ; quorum quidem alterius vibrationes, Lumen conſtituant ; vibrationes autem alterius, quoniam celeriores fingentur, efficiant, quoties prioris vibrationes illas prævertunt, ut illæ prioris vibrationes ſint in iſtis *Vicibus*. Verum *duo* ibi confingere *Ætherum* genera, ubi nulla ratio cogat ut vel unum quidem admittamus ; exiſtimare porro, duo Ætherum genera ita in omni ſpatio una ineſſe poſſe, ut tamen invicem non intermiſceantur,

miſceantur, nec in unum Medium coeant; comminiſci denique, duo illa Ætherum genera diſtinctas ita habere poſſe vibrationes, ut tamen duo Luminis genera non conſtituant; hæ quidem mihi videntur difficultates inexplicabiles. Præterea, nulla eſſe omnino iſtiuſmodi Media fluida, inde colligo, quod Planetæ & Cometæ regulari adeo & diuturno Motu per ſpatia cæleſtia undiq; & quaquaverſum & in omnes partes ferantur. Inde enim liquet, ſpatia cæleſtia omnis ſenſibilis reſiſtentiæ, & conſequenter omnis ſenſibilis materiæ, expertia eſſe.

Etenim Vis reſiſtens Mediorum fluidorum, oritur partim ex *Attritu* partium Medii, & partim ex *Vi inertiæ* Materiæ. Quæ pars reſiſtentiæ corporis ſphærici, oritur ex *Attritu* partium Medii; ea eſt ut *Factum* ex Diametro & Velocitate corporis iſtius ſphærici, quam proxime: Quæ autem illius reſiſtentiæ pars, oritur ex *Vi inertiæ* Materiæ; ea eſt ut Quadratum ejuſdem *Facti*. Atq; hac quidem differentia, diſtingui poterunt inter ſe bina illa Reſiſtentiæ genera in quovis Medio. Diſtincta autem illa cum fuerint, apparebit reſiſtentiam corporum, quæ quidem idonea ſint magnitudine, & idonea aliqua velocitate moveantur in Aere, Aqua, Argento vivo, vel quovis iſtiuſmodi Fluido, oriri fere totam ex *Vi inertiæ* partium Fluidi.

Jam quidem ea pars Reſiſtentiæ cujuſvis Medii, quæ oritur ex *Tenacitate* vel *Attritu* partium Medii, diminui poterit, dividendo Materiam in minores partes, efficiendoq; ut partes eæ magis lubricæ fiant & lævigatæ: At vero ea Reſiſtentiæ pars, quæ oritur ex *Vi inertiæ*, proportione reſpondet Denſitati Materiæ; & diminui nequit, nec dividendo materiam, nec alia ulla ratione, niſi ita ſi Denſitas ipſa diminuatur. Atq; hiſce de cauſis,

Mediorum

Mediorum fluidorum *Denſitas* proportione reſpondet *Reſiſtentiæ* ipſorum quamproxime. Qui Liquores parum inter ſe differunt *Denſitate*; ut Aqua, Spiritus Vini, Spiritus reſinæ Terebinthinæ, Oleum calidum, & ſimilia; iidem etiam parum inter ſe differunt *Vi reſiſtente*. Aqua tredecim vel quatuordecim partibus levior eſt, quam Argentum vivum; & conſequenter 13 vel 14 partibus rarior: Et ejuſdem *Vis* quidem *reſiſtens*, tanto vel circiter tanto minor eſt quam Argenti vivi; uti in *Pendulis* quidem experiendo comperi. Aer apertus, quem ſpiritu ducimus, octingentis vel nongentis partibus levior eſt quam Aqua; & conſequenter totidem partibus rarior: Et ejuſdem *Vis* quidem *reſiſtens*, eadem vel fere eadem proportione minor eſt quam Aquæ; uti in *Pendulis* ſimiliter experiendo comperi. Porro in tenuiori Aere, *Vis reſiſtens* uſq; diminuitur; donec tandem, rareſcente ulterius Aere, minor ea facta ſit quam quæ ſenſu omnino percipi queat. Nam Plumulis in aperto Aere cadentibus, multum quidem reſiſtitur: At eædem in Vitro alto, e quo Aer quam poterat maxime exhauſtus fuerit, pari celeritate, ac Plumbum ipſum vel Aurum, cadere cernuntur. Unde videtur ſane *Reſiſtentia* uſq; diminui, qua proportione *Denſitas* ipſa diminuitur Fluidi. Neq; enim ullis Experimentis comperio, corpora quæ moventur in Argento vivo, Aqua, vel Aere, aliam ſibi ullam offendere Reſiſtentiam ſenſibilem, præter eam quæ ex illorum ipſorum Fluidorum ſenſibilium *Denſitate* & *Tenacitate* oritur: Quam tamen aliam aliquam Reſiſtentiam omnio offendere deberent, ſi occultos Fluidorum iſtorum meatus, & quidem alia etiam Spatia omnia, pervaderet aliud adhuc ſubtilius Fluidum, quod & ipſum Vim aliquam reſiſtendi

ſiſtendi haberet. Jam, ſi Reſiſtentia in Vaſe, e quo Aeris quam poterat plurimum exhauſtum fuerat, centum duntaxat partibus minor eſſet, quam in aperto Aere; utiq; illa ipſa circiter decies centenis millibus partium minor foret, quam reſiſtentia Argenti vivi. Atqui Reſiſtentia in iſtiuſmodi Vaſe evacuato, multo quam dictum eſt minor eſſe videtur; multoq; etiam adhuc minor in cæleſtibus ſpatiis, intervallo ducentorum vel trecentorum milliarium in altitudinem, vel adhuc longius a Terra. Oſtendit enim D. Boylius, Aerem in vaſis vitreis amplius decies millies ſolito rariorem fieri poſſe. Spatia autem cæleſtia multo magis vacua ſunt Aere, quam ullum ſpatium quod nos quidem hic poſſimus evacuaſſe. Etenim, cum Aer compreſſus ſit Atmoſphæræ incumbentis pondere; Denſitas autem Aeris, proportionalis ſit Vi eum comprimenti; Sequitur utique, poſito calculo, Aerem, intervallo circiter ſeptem milliarium a Terra in altitudinem, quadruplo rariorem eſſe, quam in ſuperficie Terræ; intervallo quatuordecim milliarium, decies & ſexies rariorem quam in ſuperficie Terræ; intervallo milliarium 21, 28, *vel* 35, circiter 64, 256, *vel* 1024 partibus rariorem eſſe, comparate; & intervallo milliarium 70, 140, *vel* 210, partibus circiter 1000000, 1000000000000, *vel* 1000000000000000000 rariorem eſſe; & ſic deinceps.

Calor multum facit ad fluiditatem, diminuendo tenacitatem corporum. Fluida reddit multa corpora, quæ alioqui fluida non ſunt; augetq; fluiditatem liquorum tenacium, ut Olei, Balſami, Mellis; eorumque vim reſiſtentem eo pacto imminuit. At Aquæ vim reſiſtentem non multum imminuit; quod utique facere deberet, ſiquidem Aquæ Reſiſtentiæ pars aliqua notatu digna oriretur ex *Attritu* vel *Tenacitate* partium ſuarum.

Quare

Quare Aquæ Vis reſiſtens oritur præcipue ex *Vi inertiæ* materiæ ſuæ. Et conſequenter, ſi Spatia cæleſtia æque denſa eſſent, ac Aqua; haberent utiq; Vim reſiſtendi non multo minorem, quam Aqua; Si æque denſa eſſent, ac Argentum vivum; vim reſiſtendi haberent non multo minorem, quam Argentum vivum: Si perfecte planeq; denſa eſſent, ſive Materiæ plena, ſine ullo omnino ſpatio vacuo; quantumvis licet fluida & ſubtilis eſſet ea materia; vim reſiſtendi tamen haberent majorem, quam Argentum vivum. Globus plane ſolidus, in iſtiuſmodi Medio, amitteret amplius dimidiam Motus ſui partem, interea dum ſpatium ternas ſui diametros longum percurreret. Et globus non plane ſolidus, (qualia ſunt Planetarum corpora,) citius ſiſteretur. Quo itaq; locus ſit diuturnis & regularibus Planetarum Cometarumq; Motibus, omnino neceſſe eſt ut ſpatia cæleſtia omni materia ſint vacua; niſi forte excipiendi erunt tenuiſſimi aliqui vapores, exhalationes, vel effluvia, quæ oriantur ex Atmoſphæris Terræ, Planetarum & Cometarum. Materia illa ficta & commentitia, qua cæli ſint repleti, nullo modo utilis eſt ad explicanda phænomena Naturæ; quando Planetarum quidem & Cometarum Motus, ope Gravitatis, melius explicantur ſine illa; gravitaſq; per illam nondum fuit explicata. Nihil aliud facere poſſet iſtiuſmodi materia, niſi ut magnorum illorum corporum Motus interturbaret & retardaret, efficeretq; ut Naturæ Ordo langueſceret; Et, in occultis corporum meatibus, nihil aliud quam ſiſteret partium ſuarum Motus vibrantes, in quibus calor ipſorum & vis omnis actuoſa conſiſtit. Porro, ut ad nullam rem utilis eſt iſtiuſmodi materia; e contrario autem impediret operationes Naturæ, languidioreſq;

eas

eas redderet; ita nulla firma ratio eſt, quæ nos adducat ut eſſe omnino aliquam credamus; Ideoq; penitus rejicienda eſt. Quod ſi illa rejecta erit; rejicientur ſimul Hypotheſes eæ, quibus Lumen in Preſſu vel Motu per iſtiuſmodi *Medium* propagato conſiſtere fingitur. Iſtiuſmodi autem Medium ut rejiciamus, Auctores nobis ſunt antiquiſſimi illi & celeberrimi Græciæ Phæniciæq; Philoſophi; qui Principia Philoſophiæ ſuæ, Spatium inane, Atomos, & Gravitatem Atomorum poſuerunt; Tacite attribuentes Vim Gravitatis, alii alicui *Cauſæ* a Materia diverſæ. Cujus quidem *Cauſæ* Phyſici Recentiores, in rebus Naturæ ſpeculandis, nullam rationem habuerunt; hypotheſium commenta confingentes, quibus Phænomena omnia ſine ejuſdem ope explicarent; & contemplationem ejus, in *Metaphyſicam* rejicientes: Cum, e contrario, Philoſophiæ naturalis id revera præcipuum ſit & Officium & Finis, ut ab Effectis ratiocinatione progrediamur ad Cauſas, donec ad ipſam demum *Cauſam primam* perveniamus; nec Mundi *Mechaniſmum* ſolummodo explicemus, verum etiam inſuper & præcipue ut haſce & hujuſmodi Quæſtiones tandem expediamus; *Quidnam ineſt in Spatiis Materia vacuis?* & *Unde eſt quod Sol & Planetæ ad ſe invicem gravitent, ſine Materia interjecta? Qui ſit, ut Natura nihil Agat fruſtra?* & *Unde orta eſt eximia illa Mundi univerſi Species & Pulchritudo? Quem in finem facti ſunt Cometæ?* & *Unde eſt quod Cometæ in Orbibus valde admodum Eccentricis undiq; & quaquaverſum ferantur in omnes cæli partes; cum Planetarum curſus ſit unus omnium, unaq; Directione in Orbibus concentricis ferantur eodem omnes?* Et *Quidnam eſt quod impedit, quominus Sol & Stellæ fixæ in ſe mutuo irruant? Qui*

ſit,

ſit, ut Corpora Animalium tam exquiſita ſint Arte atq; Conſilio fabricata? & Quos ad fines conformatæ ſunt diverſæ ipſorum Partes? Fierine potuit, ut Oculus ſine ſcientia Optices fuerit conſtructus? aut Auris, ſine Intelligentia Sonorum? Qui fit, ut Motus Corporis obſequantur Imperio Voluntatis? & Unde eſt Inſtinctus ille quem vocant, in Animalibus? Annon Senſorium Animalium, eſt locus cui Subſtantia ſentiens adeſt, & in quem ſenſibiles rerum ſpecies per nervos & cerebrum deferuntur, ut ibi præſentes a præſente ſentiri poſſint? Atq; his quidem rite expeditis, *Annon ex phænomenis conſtat, eſſe Entem Incorporeum, Viventem, Intelligentem, Omnipræſentem, qui in Spatio infinito, tanquam Senſorio ſuo, res Ipſas intime cernat, penituſq; perſpiciat, totaſq; intra ſe præſens præſentes complectatur; quarum quidem rerum Id quod in nobis ſentit & cogitat, Imagines tantum ad ſe per Organa Senſuum delatas, in Senſoriolo ſuo percipit & contuetur?* Utiq; ſi verus omnis in hac Philoſophia factus progreſſus, non quidem ſtatim nos ducit ad *Cauſæ primæ* cognitionem; at certe propius propiuſq; nos ad eam perpetuo adducit, eaque re permagni eſt æſtimandus.

Queſt. 21. Annon Radii Luminis exigua ſunt Corpuſcula, e corporibus lucentibus emiſſa, & refracta Attractionibus quibuſdam, quibus Lumen & Corpora in ſe mutuo Agunt? Etenim iſtiuſmodi corpuſcula per Media uniformia tranſmitti debebunt in lineis rectis, ſine inflectendo in Umbram; Quo utiq; modo tranſmittuntur Radii Luminis. Poterunt quoq; diverſas habere proprietates, iſtaſq; proprietates inter tranſeundum per diverſa Media immutabiles conſervare: Quæ & ipſa itidem radiorum Luminis eſt Natura. Corpora pellucida Agunt in Radios Luminis, per intervallum aliquod interjectum; quum eos refringunt, reflectunt, & inflectunt: Radiiq; viciſſim corporum iſtorum particulas, per interjectum

aliquod intervallum, agitant, ad ea calefacienda: Atq; hæc quidem Actio & Reactio, quæ eſt per intervallum aliquod interjectum, ad *vim Attrahentem* valde admodum videtur ſimilitudine accedere. Si Refractio efficiatur Attractione Radiorum; conſequens erit, ut Sinus Incidentiæ debeant ad Sinus Refractionis in data eſſe proportione; ſicuti in *Principiis* noſtris *Philoſophiæ* oſtenſum eſt: Atq; hæc quidem regula, experientia comprobatur. Radii Luminis inter tranſeundum e Vitro in Vacuum, inflectuntur ad Vitrum verſus; &, ſi nimium oblique in Vacuum incidant, revertuntur in Vitrum, & ex toto reflectuntur: Atq; hujus quidem Reflexionis cauſa attribui non poteſt Reſiſtentiæ Vacui, ſed omnino Vi alicui in Vitro, quæ Radios jam in Vacuum exeuntes retrahat & reducat. Etenim, ſi poſterior Vitri ſuperficies, Aqua, vel Oleo limpido, vel Melle liquido & pellucido, vel Solutione Argenti vivi madefiat; jam radii, qui alioqui reflecterentur, tranſibunt in iſtum Liquorem; Ex quo apparet, Radios non ante reflecti, quam ad poſtremam ipſam Vitri ſuperficiem pervenerint, perq; eam exire incipiant. Si ex ea egredientes, incidant jam in Liquorum aliquem prædictorum; utique progredi, qua cæperint, pergunt; quia Vitri Attractio paribus fere virium momentis e contraria parte æquatur, & ne effectum ſuum obtineat impeditur, Attractione liquoris ſibi adhærentis: Sin autem radii e poſteriore illa ſuperficie egredientes, incidant in Spatium Vacuum, quod, cum Vim Attrahentem nullam habeat, Vitri Attractionem æquiparare & irritam reddere non poſſit; jam Vitri Attractio eos vel detorquendo refringit, vel reducendo reflectit. Atq; hoc quidem adhuc clarius apparere poterit, committendo inter ſe bina Priſmata Vitrea, vel bina Vitra Teleſcopiorum prælongorum Objectiva, quorum quidem alterum planum

ſit

ſit, alterum autem aliquantulum convexum; eaq; ita comprimendo, ut nec plane ſe inter ſe contingant, nec nimio tamen intervallo diſtent: Jam enim id Luminis, quod in Vitri prioris ſuperficiem poſteriorem incidat, qua parte Vitra iſta inter ſe intervallo non amplius $\frac{1}{1000000}$ partis Unciæ diſtent, tranſmittetur per ſuperficiem illam, perq; Aerem vel Vacuum Vitris interjectum, & in vitrum ſecundum ingredietur; quomodo expoſitum eſt in *Obſervationibus* 1ma 4ta & 8va *Primæ Partis Libri Secundi*: Sin autem Vitrum ſecundum ſubmoveatur; jam id Luminis, quod e ſecunda ſuperficie primi vitri egreditur in Aerem vel Vacuum vitris interjectum, non utiq; illac progredietur, verum revertetur in vitrum primum, & reflectetur: Ex quo apparet, radios vi aliqua, quæ inſit in primo vitro, retrahi; quippe cum nihil ſit aliud, quod efficere poſſit, ut ii revertantur. Porro, ad *Colorum* varietatem omnem, diverſoſq; *Refrangibilitatis* gradus producendos, nihil aliud opus eſt, quam ut Radii Luminis ſint Corpuſcula diverſis magnitudinibus; quorum quidem ea, quæ ſint minima, colorem conſtituant violaceum, utiq; tenebricoſiſſimum & languidiſſimum colorum; eademq; omnium facillime, ſuperficierum refringentium actione, de via recta detorqueantur: reliqua autem, ut eorum quodq; in magnitudinem excedit, ita colores exhibeant fortiores & clariores, utiq; cæruleum; viridem, flavum, & rubeum; itemq; eadem proportione difficilius uſq; & difficilius de via detorqueantur. Adhæc, quo radii Luminis *alternas* habeant facilioris Reflexionis & facilioris Tranſmiſſus *vices*, nihil aliud opus eſt, quam ut ii exigua ſint corpuſcula, quæ vel Attractione ſua, vel alia aliqua

Vi, Vibrationes quaſdam in corporibus illis, in quæ Agunt, excitent; quæ quidem Vibrationes, radiis celeriores exiſtentes, prævertant eos ſucceſſive & ita agitent, ut velocitatem ipſorum augeant imminuantq; alternis, adeoq; *Vices* illas in ipſis generent. Deniq; *inuſitata illa Cryſtalli Iſlandicæ Refractio*, valde admodum veriſimile eſt,ut efficiatur Vi aliqua Attrahente,quæ inſit in certis Lateribus tum radiorum Luminis tum particularum Cryſtalli. Nam, ſi non Virtus aliqua ſive Vis iſtiuſmodi, in alteris ineſſet Lateribus particularum *Cryſtalli*, in alteris non item; quæ quidem vis, radios detorqueret & flecteret ad partes Refractionis inuſitatæ; utiq; fieri non poſſet, ut radii qui in Cryſtallum ad perpendiculum incidant, eo verſus, potius quam aliorſum, tum in ingreſſu tum in egreſſu ſuo ita refringerentur, ut ad perpendiculum itidem emergerent per contrarium jam Situm Plagæ inuſitatæ Refractionis in Superficie ſecunda; cryſtallo nimirum uſq; in radios agente, poſtquam ii per illam tranſmiſſi, jamjam in Aerem, vel, ſi placet, in Vacuum emergunt. Et, quoniam Cryſtallus, iſta vi ſua, non agit in radios, niſi tum cum & Radiorum latera inuſitatæ Refractionis altera ad Plagam iſtam cryſtalli ſint converſa; apparet in *Radiorum* quoq; Lateribus illis ineſſe vim ſive virtutem aliquam, quæ correſpondeat vi iſti quæ eſt in Cryſtallo, eo fere modo quo, binorum Magnetum poli ſibi invicem reſpondent. Quæ quidem Magnetum virtus, ſicut augeri & imminui poteſt, nec niſi in ſolis Magnetibus atq; in Ferro invenitur; ita vis hæc refringendi radios ad perpendiculum incidentes, major eſt in Cryſtallo Iſlandica, in Cryſtallo de rupe minor, necdum in aliis corporibus obſervata eſt ulla. Non hoc ita intelligi velim, ut hanc virtutem

Mag-

Magneticam eſſe affirmare videar. Videtur ea diverſi eſſe generis. Hoc tantum affirmare velim; utique, quæcunq; demum ea vis ſit, vix concipi poſſe qui fieri queat ut radii Luminis, niſi ſint illi exigua corpuſcula, vim aliquam habeant in binis Laterum ſuorum permanentem, quæ eadem in alteris eorum Lateribus eodem tempore non inſit; idq; nulla habita ratione, quo poſitu ipſi reſpiciant ſpatium ſive Medium per quod tranſmittantur.

Qu. 22. Annon *Corpora craſſa* & *Lumen* in ſe mutuo converti & tranſmutari poſſunt? & Annon fieri poteſt, ut Corpora vim ſuam actuoſam accipiant a particulis Luminis, quæ in eis componendis inſunt? Etenim corpora omnia fixa, quum ſint calefacta, Lumen emittunt tamdiu, dum ſatis calida permanent; Et Lumen viciſſim immittit ſe & inhæret in corporibus, quoties radii ejus in particulas ipſorum impingunt; quomodo ſupra eſt expoſitum. Nullum Corpus, quod ſciam, minus aptum eſt ad lucendum, quam Aqua: Attamen Aqua diſtillationibus repetitis convertit ſe in Terram fixam; uti experiendo comperit D. Boylius; Jamq; Terra illa, idonei caloris patiens facta, Lucem æque, ac alia corpora, calefaciendo emittit. Ut Corpora tranſmutentur in Lumen, & Lumen in Corpora, valde admodum congruens eſt Naturæ ordini & rationi, quæ in iſtiuſmodi Converſionibus quaſi delectari videtur. Aqua, quæ eſt Sal admodum fluidus, volatilis & ſaporis expers, calore convertitur in Vaporem, qui eſt genus quoddam Aeris; frigore autem in glaciem, quæ eſt Lapis durus, pellucidus, fragilis, & ad liquandum aptus: Atq; hic quidem lapis, revertitur in Aquam calore; vapor autem, frigore. Terra, calore fit ignis; & frigore, revertitur

in

in Terram. Corpora denſa, fermenteſcendo rarefiunt in varia genera Aeris ; & Aer iſte fermentatione, nonnunquam etiam ſine fermentatione, revertitur in Corpora denſa. Argentum vivum ſpeciem habet & formam, interdum Metalli fluidi, interdum Metalli duri & fragilis ; interdum Salis pellucidi & rodentis, quem Sublimatum appellant ; interdum Terræ pellucidæ, volatilis, albæ & ſapore carentis, quam Mercurium dulcem vocant ; interdum Terræ rubræ, opacæ & volatilis, quam Cinnabarin appellant ; interdum Præcipitati rubri, vel albi ; & interdum Salis fluidi : Diſtillando, convertit ſe in Vaporem : Agitatum in Vacuo, lucet inſtar ignis : Et, poſt has omnes tranſmutationes, revertitur iterum in Argentum vivum. Ova ex corporibus minoribus, quam ut Senſu percipi queant, explicant ſe paulatim in magnitudinem, & in Animalia convertuntur : Gyrini, in Ranas ; Vermiculi, in Muſcas. Aves omnes, Beſtiæ, Piſces, Inſecta, Arbores, & univerſum Herbarum genus, cum ſingulis ſuis inter ſe valde diverſis partibus, accreſcunt ex Aqua & Tincturis aquoſis & Salibus : Eademq; omnia putreſcendo, revertuntur in Humores aquoſos. Porro, Aqua in aperto Aere aliquot dies expoſita, Tincturam inducit, quæ (inſtar Tincturæ Hordei macerati & incocti,) progrediente tempore, Sedimentum habet & Spiritum ; ante putreſcendum autem, alimentum præſtat tum Animalibus tum Plantis. Inter has autem tot tamq; varias miraſq; tranſmutationes, quidni & Lumen ſimiliter vertat Natura in Corpora, & Corpora in Lumen ?

Jam quidem eorum corporum, quæ ſunt ejuſdem generis & virtutis, quanto eſt quodq; minutius, tanto fortiorem habet, pro ratione magnitudinis ſuæ, Vim

Attra-

Attrahentem. Fortior comperta eſt ea Vis in parvis Magnetibus, pro ratione ponderis ſui, quam in majoribus: Nam parvorum Magnetum particulæ, cum ſint inter ſe proximiores, vires ſuas facilius in unum conjungunt. Quocirca Radii Luminis, cum ſint Corporum omnium (quod ſciamus) minutiſſima, expectandum erit ut Vires Attrahentes habere reperiantur omnium fortiſſimas. Quam fortes autem eæ ſint, regula ſequente colligi poterit. Attractio radii Luminis, pro quantitate materiæ ſuæ, eſt ad gravitatem quam corpus aliquod projectum habet pro quantitate itidem materiæ ſuæ, in compoſita ratione velocitatis radii Luminis ad velocitatem corporis illius projecti, & flexuræ ſeu curvaturæ lineæ quam radius deſcribit in loco Refractionis ad flexuram ſeu curvaturam lineæ quam id corpus projectum deſcribit; ita videlicet, ſi Inclinatio radii ad ſuperficiem refringentem, eadem ſit quæ eſt corporis illius projecti ad Horizontem. Atq; ex hac quidem proportione colligo, Attractionem radiorum Luminis eſſe amplius 1000000000000000 partibus majorem quam Gravitatem corporum in ſuperficie Terræ, pro quantitate materiæ quæ in eis ineſt; ſi ſcilicet Lumen e Sole in Terram circiter ſeptem vel octo minutorum ſpatio pervenit. Et in ipſo radiorum Contactu, eorum vis multo adhuc major eſſe poteſt. Tanta autem vis in radiis, non poteſt non ingentes effectus obtinere in illis materiæ particulis, quibuſcum in corporibus componendis conjuncti ſint; ad efficiendum, ut particulæ illæ ſe invicem attrahant, & inter ſe moveantur. Quæ res ut melius intelligatur, Quæſtionem ſequentem proponam.

Qu.

Qu. 23. Annon exiguæ corporum particulæ certas habent virtutes, potentias, ſive vires; quibus, per interjectum aliquod intervallum, agant, non modo in radios Luminis, ad eos reflectendos, refringendos, & inflectendos; verum etiam mutuo in ſe ipſæ, ad producenda pleraque Phænomena Naturæ? Satis enim notum eſt, corpora in ſe invicem Agere per Attractiones gravitatis, virtutiſq; magneticæ & electricæ. Atq; hæc quidem exempla, Naturæ ordinem & rationem, quæ ſit, oſtendunt; ut adeo veriſimillimum ſit, alias etiam adhuc eſſe poſſe vires Attrahentes. Etenim Natura valde conſimilis & conſentanea eſt ſibi. Qua cauſa efficiente hæ Attractiones peragantur, in id vero hic non inquiro. Quam ego *Attractionem* appello, fieri ſane poteſt ut ea efficiatur *Impulſu*, vel alio aliquo modo nobis ignoto. Hanc vocem *Attractionis* ita hic accipi velim, ut in univerſum ſolummodo vim aliquam ſignificare intelligatur, qua Corpora ad ſe mutuo tendant; cuicunq; demum cauſæ attribuenda ſit illa vis. Nam ex phænomenis Naturæ illud nos prius edoctos oportet, quænam corpora ſe invicem Attrahant, & quænam ſint Leges & Proprietates iſtius Attractionis; quam in id inquirere par ſit, quanam efficiente cauſa peragatur Attractio. Attractiones gravitatis, virtutiſq; magneticæ & electricæ, ad ſatis magna ſe extendunt illæ quidem intervalla; adeoq; etiam ſub vulgi ſenſum notitiamq; ceciderunt: At vero fieri poteſt, ut ſint præterea aliæ quoq; aliquæ, quæ tam anguſtis finibus contineantur, ut uſq; adhuc omnem obſervationem fugerint.

Nam, quum *Sal Tartari* fluit *per deliquium*, annon hoc efficitur Attractione aliqua, quæ eſt mutua inter particulas *Salis Tartari*, & particulas *Aquæ*, quæ Vaporum

porum ſpeciem habentes circum in Aere volitant? Et cur non *Sal vulgaris*, vel *Sal nitrum*, vel *Vitriolum*, fluit itidem *per deliquium*; niſi quod iſtiuſmodi Attractionis expers ſit? Et cur *Sal* ipſe *Tartari*, poſtquam Aquam, pro quantitate ſui, certa portione ex Aere exhauſerit, deinceps non amplius imbibit; niſi quod, poſtquam Aqua ſaturatus ſit, vi illa attrahente deinceps careat? Et unde eſt, niſi ab hac vi attrahente, quod *Aqua*, quæ per ſe ipſa vel leni admodum tepore diſtillat, e *Sale Tartari* tamen diſtillando elici non poteſt niſi magno calore? Et annon ejuſmodi vi attrahenti, quæ inter particulas *Olei Vitrioli* & particulas *Aquæ* mutua ſit, attribuendum eſt, quod *Oleum Vitrioli* Aquam ſatis magna portione ad ſe ex Aere eliciat; cum autem ſemel ſaturatum ſit, deinceps non amplius imbibat; & in diſtillando, Aquam ægre admodum dimittat? Et quum *Aqua* & *Oleum Vitrioli* in unum vas infuſa, concaleſcunt intermiſcendo; annon ex calore illo apparet, magnum excitum eſſe Motum in particulis Liquorum? & annon ex motu illo apparet, binorum iſtorum Liquorum particulas inter miſcendum magna cum vi coaleſcere, & conſequenter ad ſe invicem Motu cum accelerato irruere? Et quum *Aqua fortis* vel *Spiritus Vitrioli*, *ſcobi ferreæ* ſuperfuſus, magno eam cum calore & ebullitione diſſolvit; annon calor & ebullitio iſta oritur ex violento partium Motu? & annon ex Motu iſto apparet, acidas Liquoris particulas in partes Metalli magna cum vi irruere, & violenter ſe in occultos earum meatus ingerere; donec inter exteriores metalli grumulorum particulas, & maſſulas ipſas, ſeſe introdantes, & exterioribus illis particulis factæ jam undiq; circumfluæ, disjungant eas ſingulatim a maſſulis ſuis, efficiantq; ut ſolutæ in

Aqua innatent? & quum acidæ Liquoris particulæ, quæ per ſe ſolæ ſatis leni calore diſtillarent, a Metalli tamen particulis diſtillando avelli & ſeparari non poſſunt, niſi forte ingenti admodum & violento calore; annon hoc illud confirmat, utiq; eſſe inter eas iſtiuſmodi Attractionem mutuam?

Quum *Spiritus Vitrioli*, *Sali vulgari* vel *Sali Nitro* affuſus, ebullitionem ciet, & coaleſcit cum Sale; &, in diſtillando, Spiritus *Salis vulgaris* vel *Salis Nitri* multo facilius, quam antea, aſcendit; *Spiritus Vitrioli* autem pars acida, infra in Vaſe reſtat; Annon hinc colligi poteſt, fixum Alkali Salis, acidum Vitrioli Spiritum fortius utique, quam ſuum ipſius Spiritum Salis, ſibi attrahere; &, quoniam utrumq; ſimul detinere non poteſt, ſuum ipſius dimittere? Et quum *Oleum Vitrioli* e *Nitro* pari pondere diſtillatur, & ex utriſq; elicitur *Spiritus Nitri compoſitus*; iſteq; Spiritus, dupla portione, affuſus *Oleo Caryophyllorum*, vel *Oleo ex Cari Seminibus*, vel *Oleo* cuivis ponderoſo ex *Plantarum* vel *Animalium* partibus, vel *Oleo reſinæ Terebinthinæ* cum admixto *Balſamo Sulphuris* parva portione ad ſpiſſamentum, concaleſcit uſq; adeo inter commiſcendum, ut etiam Flammam ex ſe continuo concipiat; annon permagnus ille & ſubitaneus calor hoc indicat, utiq; binos iſtos Liquores maxima cum vi permiſceri inter ſe, eorumq; particulas inter miſcendum ad ſe invicem motu cum accelerato irruere, & violentiſſimo impetu inter ſe confligere & collidi? Et annon eidem cauſæ tribuendum eſt, quod *Spiritus Vini* probe *rectificatus*, & *compoſito illi Spiritui* jam dicto affuſus, flamma ſubitanea coruſcat? & quod *Pulvis fulminans*, quem vocant, ex Sulphure, Nitro, & Sale Tartari compoſitus, ictu magis ſubito magiſq; violento,

lento, quam etiam *pulvis* ipſe *tormentarius*, diſploditur? acidis nimirum Sulphuris Nitriq; Spiritibus ad ſe invicem & ad Salem Tartari tanto cum impetu irruentibus, ut concuſſu & colliſu ſuo pulverem ſimul omnem vehementi ebullitione rarefaciant, & in Vaporem atq; Flammam disjiciant? Utique, ubi corporum inter ſe permixtorum diſſolutio cum lentiori fit Motu, ibi ebullitio & ipſa quoq; lenta eſt, & cum leniori calore; ubi diſſolutio celerior fit, ibi & ebullitio quoq; major eſt, & cum majori calore; & ubi diſſolutio fit tota ſimul, ibi ebullitio quoq; fit quaſi in momento temporis per ſubitam violentamq; exploſionem,& cum calore nihilo minore quam ignis ipſius & flammæ. Sic quum *compoſitus ille Spiritus Nitri* ſupra dictus Drachmæ unius pondo, in *Olei ex Cari Seminibus* pondo dimidiam Drachmam ſuperinfuſus erat in Vacuo; flammam continuo concepit miſtura illa, cum diſploſu inſtar Pulveris tormentarii; diffregitq; Vitrum Aere evacuatum, in quo incluſa fuerat; quanquam habebat id quidem in amplitudinem Uncias ſex, in altitudinem octo. Quinimo *Sulphur* ipſum craſſum & impuratum, ſi in pulverem redigatur, & cum *ſcobe ferrea* pari pondere commixtum, adjecto aquæ paululo, in firmitatem farinæ aqua ſubactæ depſatur; aget in Ferrum, & intra quinq; aut ſex horarum ſpatium, concaleſcet ita ut manibus tractari nequeat, & etiam flammam emittet. Atq; ex his quidem omnibus Experimentis; ſi eodem tempore conſideremus quam multum ſit Sulphuris intra Terram,& quam calidæ ſint partes interiores Terræ, fonteſq; fervidos contemplemur, monteſq; ardentes, mephiteſq; ſubter Terram ſubitaneas & vapores inflammabiles,coruſcationes metallicas,terræMotus, exhalationes æſtuoſas & ſuffocantes, ventorum Tur-

 bines,

bines, immaneſq; aquæ marinæ in cælum uſq; elatos & contortos vortices; utiq; intelligere poterimus, omnino ita comparatam eſſe Terram, ut in viſceribus ejus abundent Vapores ſulphuroſi, qui cum mineralibus fermenteſcere debeant, & interdum ignem concipere, cum ſubita coruſcatione & diſploſu; &, ſi forte in cavernis ſubterraneis arcte incluſi contineantur, vehementer conquaſſare Terram,& cavernas ejus diſrumpere, quemadmodum cuniculi pulvere tormentario repleti terram ſuffoſſam mira cum violentia disjiciunt; Quod cum accidit, tum vapores exploſione iſta generatos per occultos Terræ meatus expirare, æſtuoſoſq; ſentiri & ſuffocantes; procellaſque, turbines & tempeſtates ciere, efficereq; nonnunquam ut terræ Tractus de locis ſuis tranſportentur, ebulliatq; Mare, & guttatim ſubvehantur in cælum Aquæ, quæ deinceps acervatim & vorticoſo pondere corruant, quaſi e nubibus effuſæ. Præterea, Exhalationes quædam ſulphuroſæ omni tempore, quando Terra ſit ſiccior, in Aerem aſcendentes, fermenteſcunt ibi cum Acidis nitroſis; & nonnunquam ignem concipientes, Fulmina generant, & Tonitrua, aliaq; Meteora ignea: Abundat enim Aer Vaporibus acidis fermenteſcendo aptis; uti videre eſt ex eo, quod Ferrum & Cuprum rubiginem in Aere tam facile contrahant, Igniſq; accendatur ſufflando, Cordiſq; Pulſus in Animalibus reſpiratione conſervetur. Jam vero hi, quos diximus, Motus, tanti ſunt tamq; violenti, ut ex eis ſatis appareat, utiq; in fermentationibus particulas corporum, quæ ferme quieverant, novis motibus cieri a Principio aliquo præpotente, quod in eas nonniſi tum Agat, quum inter ſe valde propinquæ ſint; efficiatq; ut eæ concurrant inter ſe & collidantur magna Vi, motuq; illo

con-

concaleſcant, & diffringentes conterenteſq; ſe invicem, evaneſcant in Aerem, Vaporem, & Flammam.

Quum *Sal Tartari per deliquium* in *Solutionem cujuſvis Metalli* infuſus, Metallum præcipitat, efficitq; ut id Limi ſpecie in fundo ſubſidat; Annon ex hoc apparet, acidas Liquoris particulas fortius utiq; a Sale Tartari, quam a Metallo, attrahi; adeoq; fortiori illa Attractione, ad Salem Tartari e Metallo tranſduci? Similiter, quum *Solutio Ferri in Aqua forti*, diſſolvit *Cadmiam* injectam, ſuumq; *Ferrum* dimittit; vel quum *Solutio Cupri*, diſſolvit *Ferrum* ſibi immiſſum, dimittitq; *Cuprum*; vel quum *Solutio Argenti*, diſſolvit *Cuprum*, *Argentumq*; ſuum dimittit; vel quum *Solutio Argenti vivi in Aqua forti*, ſuperfuſa *Ferro*, *Cupro*, *Stanno* vel *Plumbo*, diſſolvit id *Metallum*, & *Argentum vivum* dimittit; Annon hoc indicat, acidas *Aquæ fortis* particulas fortius utiq; ad *Cadmiam* attrahi, quam ad *Ferrum*? fortiuſq; ad *Ferrum*, quam ad *Cuprum*? & ad *Cuprum*, quam ad *Argentum*? itemq; fortius ad *Ferrum*, *Cuprum*, *Stannum* vel *Plumbum*, quam ad *Argentum vivum*? Et annon eidem cauſæ tribuendum eſt, quod ad *Ferrum* diſſolvendum ſaturandumque, plus *Aquæ fortis* opus ſit, quam ad *Cuprum*; & ad *Cuprum* plus opus ſit, quam ad *reliqua Metalla*; itemq; quod *Ferrum* Metallorum omnium facillime diſſolvatur, rubiginemq; facillime contrahat; deinceps autem, *Cuprum*?

Quum *Oleum Vitrioli* commixtum eſt cum *Aquæ* paululo, vel fluxit *per deliquium*; & inter diſtillandum Aqua illa ægre aſcendit, ſubvehitq; ſecum partem aliquam Olei Vitrioli, ſpecie ac forma Spiritus Vitrioli; iſteq; Spiritus, Ferro, Cupro, vel Sali Tartari affuſus,

coaleſcit

coaleſcit cum illo, & dimittit Aquam; Annon hoc oſtendit, Spiritum illum acidum attrahi quidem ab Aqua, fortius autem attrahi a corpore fixo quam ab aqua, ideoq; dimittere Aquam, ut cum corpore fixo coaleſcat? Et annon eidem cauſæ tribuendum eſt, quod *Aqua* & *Spiritus acidi* in *Aceto*, *Aqua forti*, & *Spiritu Salis*, cohærent & in diſtillando ſimul aſcendunt; ſin autem id *Menſtruum*, *Sali Tartari*, vel *Plumbo*, vel *Ferro*, vel *cuivis corpori fixo*, quod id diſſolvere queat, ſuperfuſum ſit; tum Spiritus illi acidi fortiore Attractione adhærent corpori fixo, & dimittunt Aquam? Et annon mutuæ itidem Attractioni tribuendum eſt, quod *Spiritus Fuliginis* & *Salis marini* coaleſcant, & conſtituant particulas *Salis ammoniaci*; quæ minus, quam antea, volatiles ſunt, quippe craſſiores & minus aquæ ſibi admixtum habentes? item quod particulæ *Salis ammoniaci*, inter ſublimandum, ſubvehant ſecum particulas *Stibii*, quæ per ſe ſolæ ſublimari nolunt? & quod particulæ *Argenti vivi*, coaleſcentes cum particulis acidis *Spiritus Salis*, conſtituant *Mercurium ſublimatum*; cum particulis autem *Sulphuris*, *Cinnabarin*? & quod particulæ *Spiritus Vini* & *Spiritus Urinæ* probe rectificatorum, coaleſcant; &, dimittentes aquam quæ eas diſſolverat, in corpus firmum dureſcant? & quod inter ſublimandum *Cinnabarin* e *Sale Tartari* vel *Calce viva*, *Sulphur*, fortiori attractione *Salis* vel *Calcis*, dimittat *Argentum vivum*, ipſumq; una cum corpore fixo in Vaſe reſtet? & quod, cum *Mercurius ſublimatus* ſublimetur e *Stibio*, vel e *Regulo Stibii*, *Spiritus Salis* dimittat *Argentum vivum*; & coaleſcat cum *Metallo illo Stibii*, quod quidem eum fortius attrahit; & reſtet cum illo, uſq; dum calor tantus ſit, ut is utrumq; ſimul ſurſum impellere

poſſit

poſſit; tumq; *Spiritus iſte Salis* ſubvehat ſecum *illud Metallum*, ſpecie & forma Salis valde fuſilis, quem *Butyrum Stibii* appellant; idq; licet *Spiritus Salis* per ſe ſolus non multo minus volatilis ſit quam Aqua, & *Stibium* per ſe ſolum non minus fixum quam Plumbum?

Quum *Aqua fortis* diſſolvit *Argentum*, non autem *Aurum*; & *Aqua regia* diſſolvit *Aurum*, non autem *Argentum*; Annon recte dici poteſt, *Aquam fortem* ſatis quidem ſubtilem eſſe ad penetrandum Aurum æque ac Argentum; carere autem vi illa Attrahente, qua ſe inferre & introdare poſſit? & *Aquam regiam* ſatis quidem ſubtilem eſſe, ad penetrandum Argentum æque ac Aurum; carere autem vi illa Attrahente, qua ſe introdare poſſit? Nam *Aqua regia* nihil eſt aliud, niſi *Aqua fortis* cum admixto *Spiritu Salis* vel *Sale ammoniaco:* Atq; etiam *Sal* ipſe *vulgaris* in *Aqua forti* diſſolutus, efficit ut illa Aurum deinceps diſſolvere poſſit; quamvis *Sal* quidem iſte, ſit corpus craſſum. Cum igitur *Spiritus Salis* præcipitat *Argentum* de *Aqua forti*; annon hoc inde fit, quod is attrahat *Aquam fortem*, ſeq; ei admiſceat; non autem attrahat *Argentum*, fortaſſe etiam id a ſe repellat? Cumq; *Aqua* præcipitat *Stibium* de *Sublimato Stibii & Salis ammoniaci*, vel de *Butyro Stibii*; annon hoc inde fit, quod ea *Salem ammoniacum* vel *Spiritum Salis* diſſolvat, illiq; ſe admiſceat, & vim illius imminuat; non autem attrahat ſibi *Stibium*, fortaſſe etiam id a ſe repellat? Et annon ex eo, quod nulla ſit Attractio mutua inter particulas *Aquæ* & *Olei*, *Argenti vivi* & *Stibii*, *Plumbi* & *Ferri*; fit, ut corpora iſta inter ſe non permiſceantur? attractione autem debili, ut *Argentum vivum* & *Cuprum* ægre quidem commiſceantur?

antur? & attractione forti, ut *Argentum vivum* & *Stannum*, *Stibium* & *Ferrum*, *Aqua* & *Sales*, facile permiſceantur inter ſe? Et in univerſum, annon eidem iſti Principio tribuendum eſt, quod Calor *congreget* corpora quæ ſint *ejuſdem generis*, *ſeparet* autem ea quæ ſint *generum diverſorum*?

Quando *Arſenicum* cum *Sapone Regulum* producit, cum *Mercurio ſublimato* autem *Salem* volatilem, fuſilem, & *Butyro Stibii* ſimilem; annon hoc oſtendit, *Arſenicum* compoſitum eſſe ex partibus fixis & volatilibus arcte inter ſe mutua attractione cohærentibus, ita ut partes volatiles aſcendere nequeant, quin eodem tempore fixas quoq; ſecum ſubvehant? Similiter, quum *Spiritus Vini* & *Oleum Vitrioli* pari pondere ſimul *digeſta* ſunt; &, diſtillando, duos reddunt Spiritus volatiles & fragrantes, qui quidem inter ſe permiſceri nolunt; reſtat autem infra in Vaſe, *Terra* fixa & nigra; Annon hoc indicat, *Oleum Vitrioli* compoſitum eſſe ex partibus volatilibus & fixis, arcte inter ſe mutua attractione cohærentibus, ita ut ambæ ſimul aſcendant, formam habentes *Salis* volatilis, acidi, & fluidi; donec *Spiritus Vini* interveniens, attrahat ſibi & ſeparet partes volatiles a fixis? Proinde, quandoquidem & *Oleum Sulphuris per Campanam* ejuſdem eſt naturæ ac *Oleum Vitrioli*, annon recte inferri poteſt, utiq; & *Sulphur* itidem compoſitum eſſe ex partibus volatilibus & fixis, arcte inter ſe mutua attractione cohærentibus, ita ut ambæ ſimul inter ſublimandum aſcendant? Nam & diſſolvendo *Flores Sulphuris* in *Oleo reſinæ Terebinthinæ*, deinde ſolutionem iſtam diſtillando, compertum eſt *Sulphur* conſtare ex *Oleo* craſſo, volatili & inflammabili,

ſive

ſive *Bitumine* pingui, *ſale* acido, *Terra* valde fixa, & *Metalli* paululo: Quorum quidem corporum priora tria, æqua fere portione inveniebantur; quartum autem tam parva admodum portione, ut obſervatu dignum vix eſſet. *Sal* ille acidus, in Aqua diſſolutus, idem eſt ac *Oleum Sulphuris per Campanam*,; permultuſq; cum ſit in Viſceribus Terræ, maximeq; in *Marchaſitis*, coaleſcit inde cum cæteris corporibus ex quibus conſtant *Marchaſitæ*; cum *Bitumine* ſcilicet, *Ferro*, *Cupro* & *Terra*; cumq; illis conflat *Alumen*, *Vitriolum* & *Sulphur*. Cum *Terra ſola* nimirum, *Alumen*; cum *Metallo ſolo*, vel *Metallo* & *Terra*, *Vitriolum*; & cum *Bitumine* & *Terra*, *Sulphur*. Ex quo fit, ut *Marchaſitæ* tribus illis mineralibus abundent. Et annon mutuæ attractioni attribuendum eſt, quod Materiæ diverſæ, ex quibus hæc conſtant mineralia, coeant & cohæreant ad ea conflanda? & quod *Bitumen* ſubvehat ſecum reliquam *Sulphuris* materiam, quæ ſine illo ſublimari non poſſet? Idemq; de omnibus, vel fere omnibus, quotquot uſquam ſunt corpora craſſa, quæri poteſt. Nam & *Animalium* & *Plantarum* partes omnes compoſitæ ſunt ex materiis volatilibus & fixis, fluidis & ſolidis; uti ex eorum Analyſi quidem apparet: Itemq; *Sales* & *Mineralia*; quantum Chymici quidem compoſitionem eorum uſq; adhuc perveſtigare potuerint.

Quum *Mercurius ſublimatus* ſublimatur denuo cum *Argento vivo*, fitq; *Mercurius dulcis*; qui eſt Terra alba, ſaporis expers, & in Aqua haud diſſolubilis: Cumq; *Mercurius dulcis*, ſublimatus iterum cum *Spiritu Salis*, revertitur in *Mercurium ſublimatum*: Et quum *Metalla* paululo Acidi corroſa, convertuntur in rubiginem; quæ eſt Terra ſaporis expers, & in Aqua non diſſolu-

bilis; Terraq; iſta pluſculo Acidi macerata, fit Sal metallicus: Cumq; *Lapides* quidam, ut *Fluor Plumbi*, idoneo Menſtruo diſſoluti, Sales fiunt: Annon hæc omnia oſtendunt, *Sales* conſtare ex *Terra ſicca* & *Acido aquoſo* attractione conjunctis? terramq; non poſſe Salem fieri, niſi accedat tantum Acidi, quantum ad id ſufficiat, ut illa diſſolvi deinceps poſſit in Aqua?

Annon *Acidorum* ſapor ille acerbus & pungens, oritur ex forti attractione, qua particulæ acidæ irruant in particulas Linguæ, eaſq; agitent? Et quum *Metalla*, in *Menſtruis acidis* diſſoluta ſunt; *Acidaq;* cum Metallo conjuncta, alia jam ratione agunt; adeo ut Permixtio illa Saporem jam alium habeat, multo quam antea mitiorem, nonnunquam etiam dulcem; Annon hoc inde fit, quod corpuſcula acida particulis metallicis adhæreſcentia, multum eo pacto de vi ſua actuoſa imminuant? Et, ſi *Acidum* minore portione adſit, quam ut *Compoſitum* efficiat in Aqua diſſolubile; annon *Acidum* illud, ad *Metallum* arcte adhæreſcendo, vim ſuam actuoſam Saporemq; omnem amittet? fietq; corpus ex utriſq; compoſitum, *Terra* ſaporis expers? Quæ enim corpora humore Linguæ non diſſolvuntur, ea Senſum Guſtus non afficiunt.

Quemadmodum Gravitas efficit, ut *Mare* denſiorem & ponderoſiorem Terræ globum circumfluat; ita attractione effici poteſt, ut *Acidum aquoſum* denſiores & compactiores particulas terreſtres circumfluat, ad componendas particulas *Salis*. Neq; enim alioqui fieri poſſet, ut *Acidum* loco *Medii* foret inter Terram & Aquam vulgarem, ad efficiendum ut *Sales* diſſolvantur in *Aqua*: Neq; futurum eſſet, ut *Sal Tartari* tam facile extraheret *Acidum* e *Metallis* diſſolutis; aut *Me-*

talla,

talla, *Acidum* ex *Argento vivo.* Utique, quomodo in ingenti illo Terrarum Mariſq; globo, corpora quæq; denſiſſima gravitate ſua ſubſidunt in Aqua, ſemperq; conantur ad Centrum Globi accedere; eodem modo in particulis *Salis*, materia denſiſſima ſemper conabitur ad particulæ Centrum accedere: Adeo ut particula *Salis*, comparari queat quadantenus ad *Chaos*; denſa videlicet, dura, ſicca & terreſtris a Centro; rara autem, mollis, humida & aquoſa a Superficie. Atq; huic quidem cauſæ tribuendum videtur, quod Sales natura ſunt adeo durabili. Nempe deſtrui vix poſſunt, niſi ita ſi aquoſæ ipſorum partes vel Vi abſtrahantur; vel leni calore, inter putreſcendum, in occultos meatus Terræ illius, quæ eſt ad Centra particularum, inſidere permittantur; uſq; dum partes terreſtres diſſolvantur tandem Aqua, & ſeparentur in minores particulas, quæ, qua ſint exiguitate, efficere queant ut Totum putrefactum nigro videatur colore. Porro, hinc quoq; fieri poteſt, ut partes Animalium & Plantarum ſuas ſingularum formas conſervent, & nutrimentum in ſuam cujuſq; ipſarum ſimilitudinem convertant; molli nimirum & humido nutrimento facile immutante texturam ſuam per lenem calorem & Motum, donec ſimile tandem factum ſit denſæ illi, duræ, ſiccæ & durabili Terræ, quæ eſt in Centro uniuſcujuſq; particulæ: Quum vero Nutrimentum ineptum ſit ad aſſimilandum; vel Terra illa, quæ eſt in Centris particularum, debilior facta eſt, quam ut id in ſimilitudinem ſui convertere poſſit; tum Motus ille omnis deſinit in putredinem & Mortem.

Si *Sal quivis* vel *Vitriolum* parva admodum portione diſſolvatur in permulta *Aqua*; particulæ *Salis* vel *Vi-*

trioli non utiq; ad imum ſident, licet ſpecifice graviores ſint quam *Aqua*; ſed diffundent ſe æquabiliter per totam Aquam; ita ut illa æque ſalſa futura ſit a ſummo, ac ab imo: Annon hoc indicat, partes *Salis* vel *Vitrioli* a ſe mutuo recedere, & ſeſe expandere conari quaquaverſus, tamq; longe a ſe invicem ſejungi, quam patitur aquæ, in qua innatant, ſpatium? & annon Conatus iſte oſtendit, utiq; habere eas Vim quandam *repellendi*, qua a ſe invicem diffugiunt? aut ſaltem fortius eas Aquam attrahere, quam ſemet ipſas mutuo? Etenim, quemadmodum corpora illa omnia in Aqua aſcendunt, quæ Telluris Gravitate minus ſunt attracta, quam eſt Aqua ipſa: ita omnes *Salis* particulæ, quæ in Aqua innatant, minuſq; ab una qualibet Salis particula ſunt attractæ, quam eſt Aqua ipſa; recedant neceſſe eſt a particula illa, & Aquæ fortius attractæ locum dent.

Quum Liquor Sale quovis imbutus, *evaporatus eſt*, quod aiunt, *ad cuticulam*; & deinde refrixit; Sal continuo concreſcit in figuras aliquas regulares. Ex quo apparet, Salis particulas, antequam concreſcerent, jam in Liquore illo æquis interjectis intervallis, certiſq; ordinibus diſpoſitas innataſſe; Et conſequenter eas in ſe invicem *Egiſſe* Vi aliqua, quæ æqualis ſit in intervallis æqualibus, in inæqualibus inæqualis. Nam tali quidem Vi, illæ ſe in conſimiles Ordines uſquequaq; diſponent; ſine ea autem, circumnatabunt diſperſi.n quaquaverſus; itemq; ſine ullo ordine, ut forte ceciderit, concurrent. Et quoniam particulæ *Cryſtalli Iſlandicæ* agunt omnes conſimili ratione in Radios Luminis, ad *Refractionem* illam *inuſitatam* efficiendam; annon credibile eſt particulas illas, in fruſtis ejus Cryſtalli formandis, non modo certis ſe ordinibus ita diſpoſuiſſe,

ut,

ut, extremitatibus ſuis eodem cunctis ſpectantibus, in figuras regulares concreſcerent; verum etiam ita inſuper, ut & *latera* quoq; ſua quoad vires Attrahentes homogenea, quaſi *polari quadam virtute* eodem omnes converterint?

Corporum omnium *durorum* homogeneorum particulæ, quæ ſe inter ſe plane contingunt, magna vi inter ſe cohærent. Quod qui fieri poſſit, ut explicarent Philoſophi, commenti ſunt alii *Atomos hamatas*; quod eſt utiq; id ipſum pro reſponſo afferre, quod erat quæſitum: Alii finxerunt corporum particulas inter ſe conglutinatas eſſe *Quiete*; hoc eſt, plane *Nihilo*. Ego ſane ex cohærentia corporum, illud malim inferre, utiq; particulas ipſorum *attrahere* ſe invicem Vi aliqua, quæ in ipſo contactu perquam ſit magna, parvis interjectis intervallis chymicos illos Effectus ſupra memoratos obtineat, ad ſpatia autem a particulis aliquanto remotiora (quod quidem Senſu percipi poſſit) non omnino pertineat. Corpora omnia compoſita eſſe videntur ex particulis *duris*: Alioqui enim Fluida non congelarent; quod quidem faciunt *Aqua*, *Oleum*, *Acetum*, & *Spiritus ſive Oleum Vitrioli*, Frigore; *Argentum vivum*, fumis Plumbi; *Spiritus Nitri & Argentum vivum*, diſſolvendo Argentum vivum, & evaporando Phlegma; *Spiritus Vini* & *Spiritus Urinæ*, Phlegma eorum auferendo, eoſq; inter ſe permiſcendo; & *Spiritus Urinæ & Spiritus Salis*, eos ſimul ſublimando, ad conficiendum Salem Ammoniacum. Quin & ipſi etiam Radii Luminis, corpora dura eſſe videntur; Neq; enim alioqui poſſent in diverſis ſuis lateribus diverſas retinere proprietates. Quare *Duritia*, univerſæ Materiæ ſimplicis proprietas haberi

poteſt.

poteſt: Saltem hoc nihilo minus evidens eſt, quam *Impenetrabilitatem* ipſam Materiæ eſſe univerſæ Proprietatem. Nam omnia Corpora, quæ quidem nos Experientia norimus, vel ſunt *dura*, vel *dureſcere* poſſunt: Neq; vero alia ulla certa ratione novimus Corpora univerſa *impenetrabilia* eſſe, niſi quod Experientia ampliſſima nos id docuerit, ſine ulla unquam oblata exceptione. Jam, ſi corpora quidem compoſita tam ſunt *dura*, quam experientia comperimus eorum nonnulla eſſe; & occultorum tamen meatuum permultum in ſe habent, conſtantq; ex particulis adpoſitis ſolummodo inter ſe; utiq; ſimplices ipſæ particulæ, quæ occultos meatus in ſe nullos habent, neq; unquam in partes diviſæ fuerunt, longe adhuc duriores ſint neceſſe eſt. Etenim iſtiuſmodi duræ particulæ, in unum congeſtæ, fieri vix poteſt ut ſe inter ſe contingant niſi in perpaucis punctis; ideoq; omnino multo minore vi ad eas *diſjungendas* opus erit, quam ad confringendum particulam ſolidam, cujus utiq; partes omnes ſe inter ſe contingunt in totis ſuperficiebus ſuis, ſine ullis meatibus aut intervallis interjectis, quæ earum cohærentiam minus firmam reddere poſſint. Qui autem iſtiuſmodi prædur æ particulæ, adpoſitæ ſolummodo inter ſe, ſeq; invicem in perpaucis tantum punctis contingentes, cohæreſcere queant; idq; tanta vi, quanta Experientia novimus; utique, niſi Cauſa ſit aliqua quæ efficiat ut eæ ad ſe invicem *attrahantur* vel *apprimantur*, concipi vix poteſt. Porro, rem eandem inde quoq; infero, quod bina *Marmora* perpolita cohæreant etiam in Vacuo; & quod *Argentum vivum* in *Barometro* ſubſiſtat ad altitudinem 50, 60, vel 70 Unciarum, vel etiam amplius eo; ita ſcilicet, ſi prius ab Aere omni probe depurgatum fue-

fuerit, & in tubum cauta manu infuſum, ut adeo partes ejus ſint uſquequaq; contiguæ & ſibi invicem & Vitro. Nonnulli exiſtimant, *Marmora* illa compreſſa eſſe *Æthere* quodam ambiente, *Argentumq; vivum* eodem *Æthere* ſurſum in Tubum impelli. Verum ſi *Ætheri* iſti tranſitus patet vel per *Argentum vivum* vel per *Vitrum*; fieri non poteſt ut is *Argentum vivum* ſurſum in Tubum impellat: Et, ſi tranſitus ei per neutrum patet, jam non poterit is permittere ut *Argentum vivum* ſubſidat; quomodo illud ſubſidit quidem, ſi Vitrum ſuccutiatur, adeoq; Argentum vivum a ſe disjungat; ſive *Argentum vivum* habeat in ſe bullulas aliquas Aeris, quæ impediant quominus partes ejus contingant & cohæreant inter ſe. Atq; etiam idem Experimentum obſervatum fuit in Aqua, ab omni prius Aere probe depurgata. Quum *Argentum vivum* congelatum ſit fumis Plumbi, vel *Aqua* Frigore; partes Liquoris congelati ita cohærent, ut Corpus durum conſtituant: Atq; Experimento quidem jam memorato de Liquoribus in *Barometro* ad tam inſolitam uſq; altitudinem ſuſpenſis, apparet partes corporum etiam fluidorum cohærere inter ſe. Unde facile intelligi poteſt, quæcunq; demum cauſa efficiat ut partes glaciei & metallorum durorum cohæreant inter ſe, eandem itidem efficere ut partes eorundem corporum etiam liquefactorum cohæreant; licet fortaſſis minus firme: Nam particulæ quidem corporum liquefactorum, inter ſe huc illuc perpetuo ſublabuntur.

Jam quidem fieri poteſt, ut Materiæ particulæ exiguiſſimæ, Attractionibus fortiſſimis inter ſe cohæreant, conſtituantq; particulas majuſculas, quarum Vis illa attrahens debilior ſit; harumq; particularum majuſ-

cularum

cularum permultæ, inter ſe itidem cohærentes, particulas majores conſtituant, quarum Vis attrahens adhuc ſit debilior; Et ſic deinceps continuata ſerie, donec ad maximas tandem deventum ſit particularum illarum, e quibus *Operationes Chymicæ* & *Colores* corporum naturalium pendent; quæq; inter ſe cohærentes, corpora demum conſtituant magnitudine ſub Senſum cadente. Quorum deniq; corporum ſiquod ſit compactum, flectatq; ſe, &, cum prematur, intro cedat, ſine ullo partium ſuarum ſublapſu; jam id corpus *durum* eſt & *elaſticum*, revertens ad figuram ſuam Vi ea, quæ ex mutua partium ſuarum attractione oritur. Si partes ejus, inter ſe ſublabuntur; jam corpus id *molle* eſt, & *Mallei ictibus cedens*. Si partes facillime labantur, & magnitudine ſint ea, qua Calore facile agitari queant; calorq; ſatis magnus ſit, ad eas agitandas; (licet multo fortaſſe minor, quam ad id opus eſt, ne *Aqua* congeletur;) jam corpus illud *fluidum* eſt: Et, ſi adhæreſcendo aptum ſit, appellatur *humidum*. *Guttæ* autem corporis cujuſq; fluidi, ut *Figuram globoſam* induere conentur, facit mutua partium ſuarum Attractio; eodem modo, quo Terræ Mariaq; in rotunditatem undiq; conglobantur, partium ſuarum Attractione mutua, quæ eſt Gravitas.

Quandoquidem Metalla in Acidis diſſoluta, parvam ſolummodo Acidi portionem ad ſe attrahunt; liquet Vim eorum attrahentem, non niſi ad parva circum intervalla pertingere. Et ſicuti in *Algebra*, ubi *Quantitates affirmativæ* evaneſcunt & deſinunt, ibi *negativæ* incipiunt; ita in *Mechanicis*, ubi *Attractio* deſinit, ibi *Vis repellens* ſuccedere debet. Talis autem Vis aliqua ut ſit, conſequi videtur ex *Reflexionibus* & *Inflexionibus*

Radio-

Radiorum Lucis: Nam in utroq; horum caſuum, repelluntur Radii a corporibus, ſine immediato contactu corporis reflectentis vel inflectentis. Videtur etiam conſequi ex *Emiſſione* Luminis: Nam Radius, ſimul ac e lucente corpore per vibrantem partium ipſius Motum excuſſus ſit, & e ſphæra Attractionis ejus evaſerit; ingenti admodum velocitate propellitur. Etenim eadem Vis, quæ in Reflexione ad radium *repellendum* valet, poſſit etiam ad eundem *emittendum* valere. Porro, videtur etiam conſequi ex *Productione Aeris* & Vaporum: Nam particulæ e corporibus excuſſæ per calorem vel fermentationem, ſimul ac e Sphæra Attractionis corporis ſui evaſerint, recedunt deinceps & ab illo & a ſe invicem magna cum Vi; rurſumq; accedere fugiunt: ita ut nonnunquam amplius decies centies millies tantum ſpatii occupare noſcantur, quam quantum cum corporis denſi formam haberent; Quæ tam ingens Contractio & Expanſio, animo ſane concipi vix poteſt, ſi particulæ Aeris fingantur elaſticæ & ramoſæ, vel viminum lentorum intra ſe in circulos intortorum inſtar eſſe, vel ulla alia ratione, niſi ita ſi *Vim repellentem* habent, qua a ſe mutuo fugiant. Corporum fluidorum particulæ, quæ quidem non nimis firme inter ſe cohæreant, eaque ſint parvitate, qua facillime agitationes illas ſuſcipiant, in quibus Liquorum fluiditas conſiſtit; facillime ſeparantur & in Vapores rareſiunt, ſive, ut loquuntur Chymici, *volatiles* ſunt; leni videlicet calore rareſcentes, & levi itidem frigore condenſatæ. At illæ, quæ ſint craſſiores, adeoq; difficilius agitentur, vel fortiori inter ſe Attractione cohæreant; non niſi fortiori calore ſeparari poſſunt, fortaſſe etiam non niſi accedente fermentatione. Atq; hæc quidem ſunt Corpora illa, quæ

 Chy-

Chymici *fixa* appellant; quæq; fermentatione rarefacta, verus fiunt & permanent *Aer*: Iis nimirum particulis a ſe invicem maxima cum Vi recedentibus,& difficillime in unum coactis; quæ eædem,cum inter ſe contingant, cohærent arctiſſime. Et quoniam particulæ veri & durabilis Aeris, craſſiores ſunt & e corporibus denſioribus exoriuntur, quam particulæ Vaporum; hinc fieri poſſit ut verus Aer ſit ponderoſior Vaporibus,& humida Atmoſphæra levior quam ſicca, ſiquidem quantitate ſint pares. Ex eo, quod particulæ Aeris a ſe invicem & a corporibus denſis recedere conentur,fit etiam ut Aer rarior ſit in tubis vitreis exilibus, quam in amplioribus ſpatiis; & per Raritatem illam vi minore, quam apertus Aer, premat ſuperficiem Aquæ in quam inferior tubuli demerſa ſit extremitas; adeoq; permittat, ut Aqua illac in tubulum aſcendat; Quæ eſt *Philtrationis* cauſa: uti olim explicavit D.*Hookius*. Porro,eidem *Vi repellenti* tribuendum videtur, quod Muſcæ in Aqua inambulent, nec tamen pedes ſuos madefaciant; & Vitra Objectiva longorum Teleſcopiorum, alterum alteri impoſitum, inter ſe tamen non facile contingant; & Pulveres ſicci ægre fieri queat ut ſe inter ſe contingant & cohæreant, niſi ita ſi vel igne liquefiant, vel madefiant Aqua, quæ utiq; exhalando poſſit particulas ipſorum in unum cogere; & bina deniq; Marmora perpolita, quæ, quoties plane inter ſe contingunt, cohærent, ægre tamen tam arcte comprimi tamq; apte conjungi queant, ut cohæreſcant.

Atq; hæc quidem omnia ſi ita ſint, jam Natura univerſa valde erit ſimplex & conſimilis ſui: Perficiens nimirum magnos omnes *corporum cœleſtium* Motus, Attractione Gravitatis, quæ eſt mutua inter corpora illa

illa omnia ; & minores fere omnes *particularum ſuarum* Motus, alia aliqua Vi attrahente & repellente, quæ eſt inter particulas illas mutua. *Vis inertiæ*, eſt Principium paſſivum, quo Corpora in Motu ſuo vel Quiete perſtant, recipiunt Motum Vi moventi ſemper proportione reſpondentem, & reſiſtunt tantum quantum ſibi reſiſtitur. Ab hoc ſolo Principio nullus unquam in rerum Univerſitate oriri potuiſſet Motus. Alio aliquo Principio omnino opus erat ad movenda Corpora ; & jam, cum moventur, alio itidem Principio opus eſt, ad Motum ipſorum conſervandum. Nam ex variis binorum Motuum compoſitionibus, manifeſtum eſt non ſemper eandem eſſe in Mundo quantitatem Motus. Etenim ſi duo globi, virgula tenui conjuncti, motu uniformi circa commune ſuum Gravitatis centrum revolvant, interea dum Centrum illud Motu uniformi feratur in linea recta, ducta in Plano Motus ipſorum circularis ; utiq; Summa Motuum binorum illorum globorum, quoties illi erunt in linea recta a communi ſuo Gravitatis centro deſcripta, major erit quam Summa Motuum ipſorum tum, cum erunt illi in linea quæ ſit ad lineam illam rectam perpendicularis. Quo quidem exemplo apparet, Motum & naſci poſſe & perire. Verum, per tenacitatem corporum fluidorum, partiumq; ſuarum attritum, viſq; elaſticæ in corporibus ſolidis imbecillitatem ; multo magis in eam ſemper partem vergit natura rerum, ut pereat Motus, quam ut naſcatur : Et quidem is perpetuo imminuitur. Nam corpora, quæ vel tam perfecte dura ſint, vel tam plane mollia,ut vim elaſticam nullam habeant; non utiq; a ſe invicem repercutientur. Impenetrabilitas illud duntaxat

efficiet,ut eorum Motus ſiſtatur. Si duo iſtiuſmodi corpora inter ſe æqualia, motibus æqualibus & adverſis recta in ſpatio vacuo concurrant; utiq; per Leges Motus, eo ipſo in loco, ubi concurrunt, ſiſtentur; motumq; ſuum omnem amittent; & quieſcent uſq;, niſi vi elaſtica prædita ſint, motumq; novum inde accipiant. Si vis elaſticæ tantum habeant, quantum ad id ſatis ſit, ut repercutiantur cum $\frac{1}{4}$ vel $\frac{1}{2}$ vel $\frac{3}{4}$ vis illius, qua concurrebant; amittent utique $\frac{3}{4}$ vel $\frac{1}{2}$ vel $\frac{1}{4}$ Motus ſui, comparate. Atque hoc quidem experiundo comprobari poterit, ſi duo Pendula æqualia ex æqualibus altitudinibus ita ſint dimiſſa, ut in ſe invicem recta incurrant. Si enim Pendula illa ſint ex Plumbo, vel Argilla molli; jam Motum ſuum omnem, vel fere omnem, amittent: Sin ex materia aliqua elaſtica ſint; jam Motus tantum duntaxat retinebunt, quantum a vi illa elaſtica denuo acceperint. Si tria Vaſa rotunda & æqualia impleta ſint, alterum quidem Aqua, alterum Oleo, tertium autem Pice liquefacta; hiq; omnes Liquores conſimili ratione agitati ſint, ut Motu vorticoſo cieantur; Utiq; Pix, propter tenacitatem ſuam, Motum ſuum omnem perbrevi amittet; Oleum, quippe minus tenax, Motum ſuum diutius conſervabit; Aqua autem, cum ſit minime omnium tenax, Motum ſuum omnium diutiſſime conſervabit; Veruntamen & ipſa ſuum brevi tempore amittet. Ex quo facile intelligi poteſt, ſi plures *Vortices* ex liquefacta Pice inter ſe eſſent contigui; tantaq; hi amplitudine, quanta *Carteſiani* illi; fore tamen, ut & ipſi & partes ſuæ omnes, propter tenacitatem ſuam & lentorem, Motum ſuum cito ſecum invicem communicarent, donec inter ſe omnes plane quieſcerent. Vortices ex Oleo,

Oleo, vel Aqua, vel alia aliqua materia adhuc magis fluida, poſſent quidem diutius Motum ſuum retinere; verum, niſi materia illa omnis plane tenacitatis expers eſſet, interq; partes ejus neq; Attritus eſſet ullus, neq; communicatio Motus, (quod fingi ſane non poteſt;) omnino futurum eſſet, ut Motus perpetuo decreſceret. Quoniam igitur varii illi Motus, qui in Mundo conſpiciuntur, perpetuo decreſcunt univerſi; neceſſe eſt prorſus, quo ii conſervari & recreſcere poſſint, ut ad actuoſa aliqua principia recurramus: Qualia utiq; ſunt *Gravitatis cauſa*, qua Planetæ & Cometæ Motus ſuos in perpetuis Orbibus conſervant, Corporaq; omnia Motum magnum ſibi acquirunt cadendo; & *Fermentationis* cauſa, qua Cor & Sanguis Animalium Motu & Calore perpetuo confoventur, partes interiores Terræ perpetuo caleſiunt, corpora permulta ardent & lucent, Montes ignem concipiunt, cavernæ Telluris ictibus ſubitis disjiciuntur, & Sol ipſe perpetuum vehementer candet & lucet & Luce ſua omnia calefacit ac fovet. Nam admodum paullum Motus in mundo invenimus, præterquam quod vel ex his Principiis actuoſis, vel ex imperio *Voluntatis*, manifeſto oritur.

Atq; his quidem omnibus bene perſpectis & conſideratis, illud mihi videtur denique ſimillimum veri; utiq; Deum Optimum Maximum, in principio rerum, materiam ita creaſſe, ut primigeniæ ejus particulæ, e quibus deinceps oritura eſſet corporea omnis natura, ſolidæ eſſent, firmæ, duræ, impenetrabiles innertes & mobiles; iis magnitudinibus & figuris, iiſq; inſuper proprietatibus, eoq; numero & quantitate pro ratione Spatii in quo futurum erat ut moverentur; quo poſſent ad eos fines, ad quos creatæ fuerant, optime deduci. Quæ porro

porro particulæ primigeniæ, quippe plane ſolidæ, longe longeq; duriores ſint, quam ulla corpora ex iiſdem deinceps cum occultis interjectis meatibus compoſita; imo tam perfecte duræ, ut nec deteri poſſint unquam, nec comminui; ne adeo ulla in conſueto Naturæ curſu Vis ſit, quæ id in plures partes dividere queat, quod Deus ipſe in prima rerum fabricatione Unum fecerit. Tamdiu dum particulæ illæ integræ permanent, poterunt ſane per omnia ſecula ex iis compoſita eſſe corpora ejuſdem ſemper naturæ & texturæ: Verum ſi illæ deteri aut comminui poſſent; jam futurum ſane eſſet, ut rerum natura, quæ ex iis pendet, immutaretur. Aqua & Terra, ex particulis imminutis & detritis, particularumq; fragminibus compoſitæ, non utiq; eandem hodie naturam texturamq; haberent, ac Aqua & Terra in principio ex particulis integris compoſitæ. Quare, ut Rerum Natura poſſit durare, exiſtimandum eſt corporum omnium mutationes, in variis ſolummodo ſeparationibus, noviſq; conjunctionibus & Motibus durabilium illarum particularum conſiſtere. Nam Corpora compoſita diſrumpuntur, non particularum ipſarum ſolidarum fractura, ſed ſeparatione earum, qua parte eæ commiſſuris inter ſe junctæ erant, & paucis tantum in punctis ſe inter ſe contingebant.

Porro, videntur mihi hæ particulæ primigeniæ, non modo in ſe *Vim inertiæ* habere, Motuſq; *Leges paſſivas* illas, quæ ex Vi iſta neceſſario oriuntur; verum etiam *Motum* perpetuo accipere a certis *Principiis actuoſis*; qualia nimirum ſunt Gravitas, & Cauſa Fermentationis & cohærentiæ corporum. Atq; hæc quidem Principia conſidero, non ut *occultas Qualitates*, quæ ex *Specificis* rerum *Formis* oriri fingantur; ſed ut *univerſales* Naturæ *Leges*,

Leges, quibus res ipſæ ſunt formatæ: Nam Principia quidem talia revera exiſtere, oſtendunt Phænomena Naturæ; licet ipſorum Cauſæ quæ ſint, nondum fuerit explicatum. Affirmare ſingulas rerum Species, ſpecificis præditas eſſe Qualitatibus occultis, per quas eæ Vim certam in Agendo habeant; hoc utiq; eſt Nihil dicere. At ex Phænomenis Naturæ, duo vel tria derivare generalia Motus Principia; & deinde explicare quemadmodum proprietates & actiones rerum corporearum omnium ex Principiis iſtis conſequantur; id vero magnus eſſet factus in Philoſophia progreſſus, etiamſi Principiorum iſtorum Cauſæ nondum eſſent cognitæ. Quare Motus Principia ſupra dicta proponere non dubito, cum per Naturam univerſam illa latiſſime pateant.

Jam quidem, ope Principiorum iſtorum, res corporeæ univerſæ videntur compoſitæ fuiſſe ex duris ſolidiſq; Particulis ſupra dictis, varie inter ſe in prima rerum fabricatione ſociatis & conjunctis, Nutu & Conſilio Agentis intelligentis. Decuit enim eum, qui res omnes creavit, eaſdem diſponere quoq; & in ordinem collocare. Quæ ſi vera rerum origo fuit; jam indignum erit Philoſopho, alias Mundi condendi rationes exquirere, vel comminiſci quemadmodum e Chao per meras Leges Naturæ mundus univerſus oriri potuerit; quamvis, formatus cum ſit, poſſit is jam per iſtas Leges in multa quidem ſecula perdurare. Nam dum Cometæ moventur in Orbibus valde eccentricis, undiq; & quoquoverſum in omnes cœli partes; utiq; nullo modo fieri potuit, ut cæco fato tribuendum ſit, quod Planetæ in orbibus concentricis Motu conſimili ferantur eodem omnes; exceptis nimirum irregularitatibus quibuſdam

vix

vix notatu dignis, quæ ex mutuis Cometarum & Planetarum in ſe invicem actionibus oriri potuerint, quæq; veriſimile eſt fore ut longinquitate temporis majores uſq; evadant, donec hæc Naturæ Compages manum emendatricem tandem ſit deſideratura. Tam miram uniformitatem in Planetarum Syſtemate, neceſſario fatendum eſt Intelligentia & Conſilio fuiſſe effectam. Idemq; dici poſſit de uniformitate illa, quæ eſt in Corporibus *Animalium*. Habent videlicet Animalia pleraq; omnia, bina Latera, dextrum & ſiniſtrum, forma conſimili; & in Lateribus illis, a poſteriore quidem corporis ſui parte, pedes binos; ab anteriori autem parte, binos armos, vel pedes, vel alas, humeris affixas; interq; humeros Collum, cui affixum eſt Caput; in eoq; capite binas aures, binos oculos, naſum, os & linguam; ſimiliter poſita omnia, in omnibus fere Animalibus. Deinde Partes illæ Corporis, tam exquiſita Arte atq; Conſilio fabricatæ, Oculi, Aures, Cerebrum, Muſculi, Glandes, Cor, Pulmones, Diaphragma, Larynx, Manus, Alæ, Veſicæ ad natandum, Membranæ pellucidæ Animalium quorundam Oculis inſtar Conſpicillorum obductæ, aliaq; Senſus & Motus Organa, Inſtinctuſq; in Animalibus brutis & inſectis; horum ſane omnium conformatio prima, nulli rei tribui poteſt, niſi Intelligentiæ & Sapientiæ Entis Potentis ſemperq; Viventis; quod ſit ubiq; ſcilicet præſens, poſſitq; Voluntate ſua corpora omnia in infinito ſuo *Senſorio* movere, adeoq; cunctas Mundi univerſi partes ad arbitrium ſuum fingere & refingere, multo magis quam Anima noſtra, quæ eſt in Nobis Imago Dei, voluntate ſua ad corporis noſtri membra movenda valet. Porro, quoniam Spatium diviſibile eſt in infinitum; Materia autem, non eſt neceſ-

neceſſario in omnibus partibus Spatii; illud inſuper concedi neceſſe eſt, utiq; poſſe Deum creare Materiæ particulas variis magnitudinibus & figuris, vario quoq; numero & quantitate pro ratione Spatii in quo inſunt, forte etiam & diverſis denſitatibus diverſiſq; viribus; eoq; pacto variare Leges Naturæ, Mundoſq; condere diverſa Specie, in diverſis Spatii univerſi partibus. Certe in his omnibus nihil eſt, quod vel ſecum ipſum, vel cum ratione pugnet.

Quemadmodum in Mathematica, ita etiam in Phyſica, inveſtigatio rerum difficilium ea Methodo, quæ vocatur *Analytica*, ſemper antecedere debet eam quæ appellatur *Synthetica*. Methodus *Analytica* eſt, experimenta capere, phænomena obſervare; indeq; ex rebus compoſitis, ratiocinatione colligere ſimplices; ex Motibus, vires moventes; & in univerſum, ex effectis, cauſas; ex cauſiſq; particularibus, generales; donec ad generaliſſimas tandem ſit deventum. Methodus *Synthetica* eſt, cauſas inveſtigatas & comprobatas aſſumere pro Principiis, eorumq; ope explicare Phænomena ex iiſdem orta, iſtaſq; explicationes comprobare. In duobus prioribus Libris hujus Optices, Methodo *Analytica* uſus ſum ad inveſtigandum & comprobandum congenitas Radiorum Luminis differentias, quoad refrangibilitatem, reflexibilitatem & calorem; eorumq; alternas facilioris Reflexionis & facilioris Tranſmiſſus Vices; corporumq; proprietates, tum opacorum tum pellucidorum, e quibus Reflexiones Coloreſq; Radiorum pendent: Atq; hæc quidem Inventa, quum ſint comprobata, poterunt in Methodo *Synthetica* ut Principia aſſumi, ad explicanda Phænomena ex iiſdem fluentia: Cujus porro Methodi exemplum dedi, ſub finem Libri

 primi

primi. In tertio hoc Libro, inchoavi ſolummodo *Analyſin* earum rerum, quæ adhuc inveſtigandæ reſtant, circa Lumen circaq; effectus quos id obtinet in corporibus naturalibus: Multa attingens leviter, &, quæ ſubmonui, aliis examinanda relinquens, & promovenda uſq; Experimentis atq; Obſervationibus Curioſorum.

Quod ſi *Philoſophia Naturalis*, hanc Methodum perſequendo, tandem aliquando ab omni parte abſoluta erit facta atq; perfecta Scientia; utiq; futurum erit, ut & *Philoſophiæ Moralis* fines itidem proferantur. Nam quatenus ex Philoſophia naturali intelligere poſſimus, quænam ſit prima rerum Cauſa, & quam poteſtatem & jus ea in nos habeat, & quæ beneficia ei accepta ſint referenda; eatenus Officium noſtrum erga eam, æque ac erga noſmetipſos invicem, quid ſit, per Lumen Naturæ innoteſcet. Omnino, ſi Deorum falſorum cultus non occæcaſſet animum gentibus, longius ſe inter eas extendiſſet Philoſophia Moralis, quam ad *Cardinales* illas quatuor, quas vocant, Virtutes: Et qui Animarum Tranſmigrationem, Soliſq; & Lunæ Heroumque mortuorum Cultum docebant; id ſane multo potius docuiſſent, qua ratione optime colendus eſſet verus noſter & beneficentiſſimus Author.

FINIS.

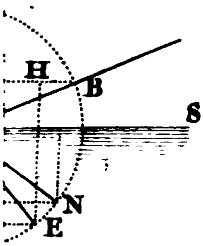


Fig 2.

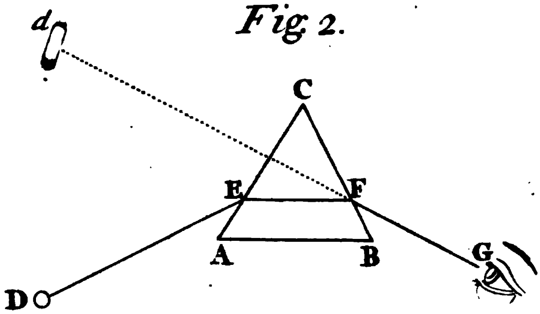


Fig 3.

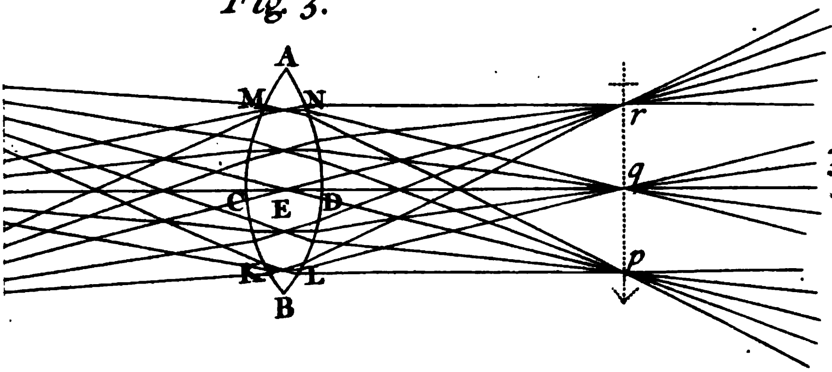


Fig. 4.

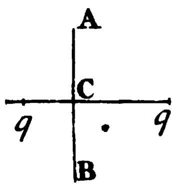
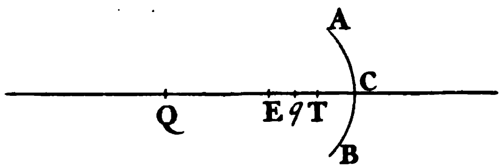


Fig. 5.



g. 6.

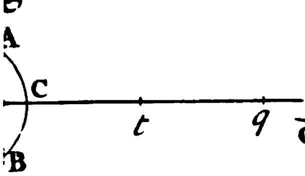


Fig. 7.

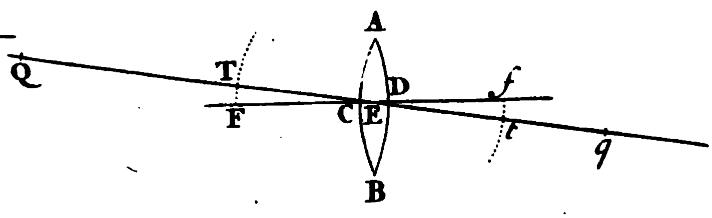
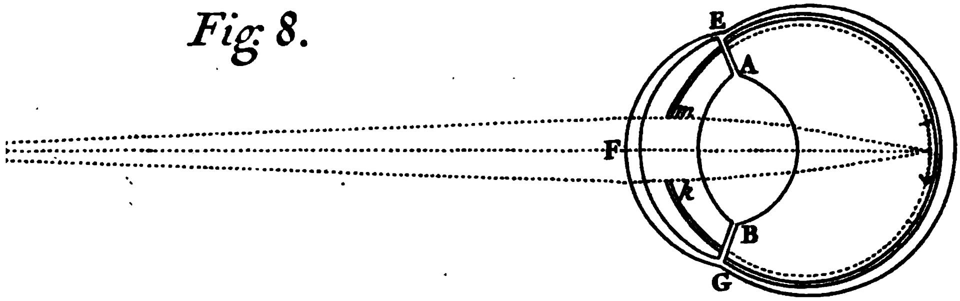


Fig. 8.



).

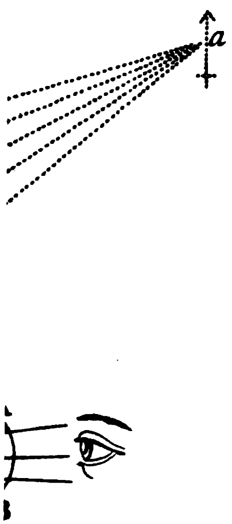


Fig. 11.

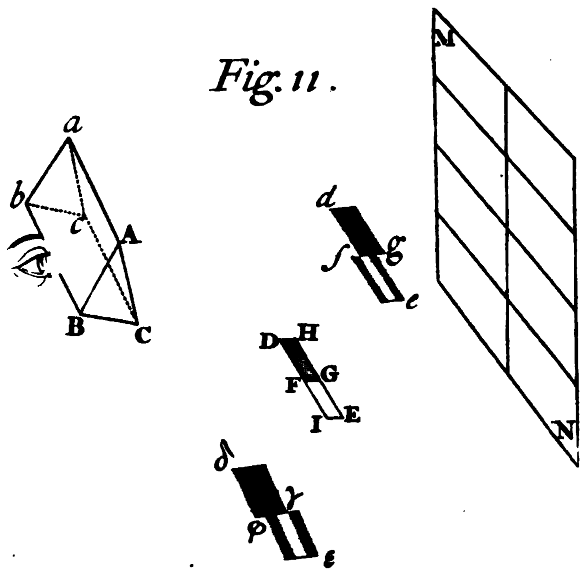


Fig. 12.

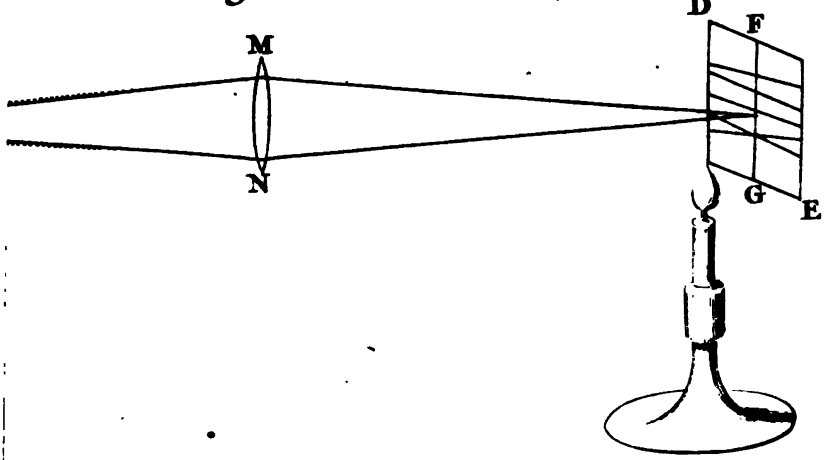


Fig. 13.

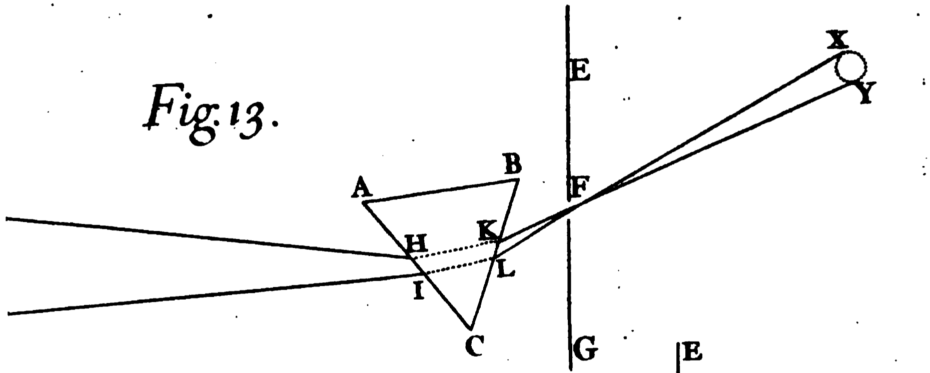
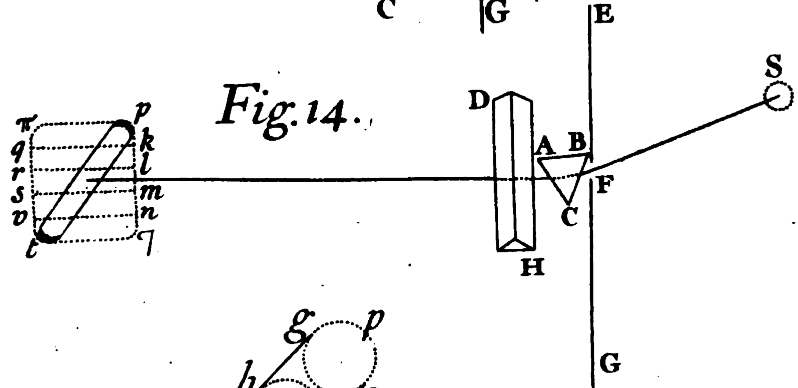
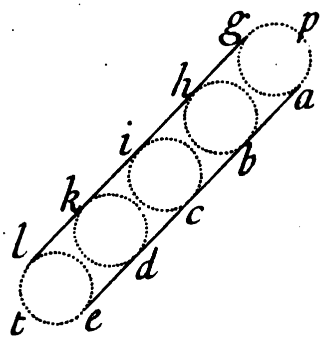


Fig. 14.





5.

Fig. 16.

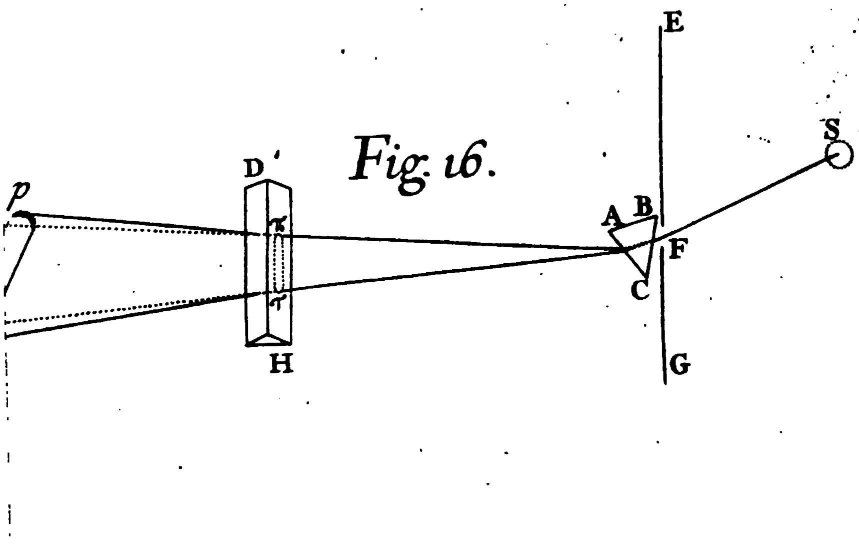


Fig. 17.

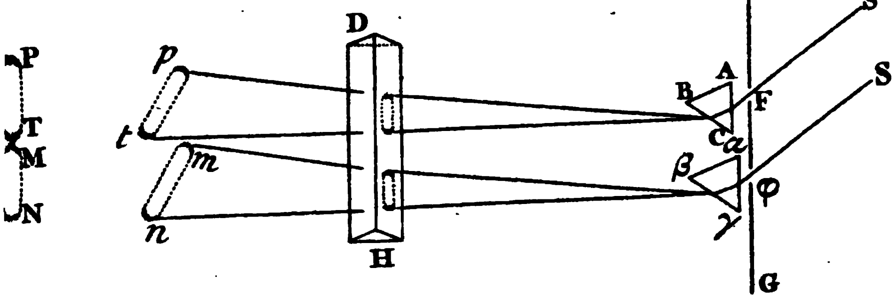


Fig. 18.

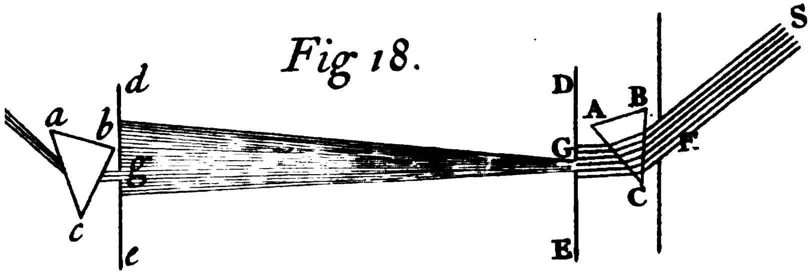
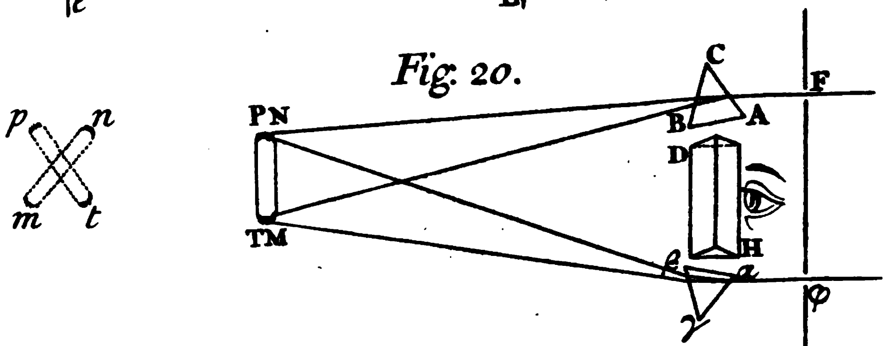


Fig. 20.



1.

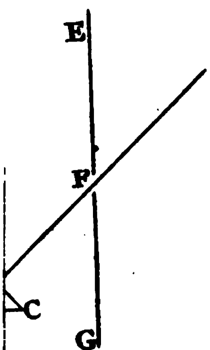


Fig. 22.

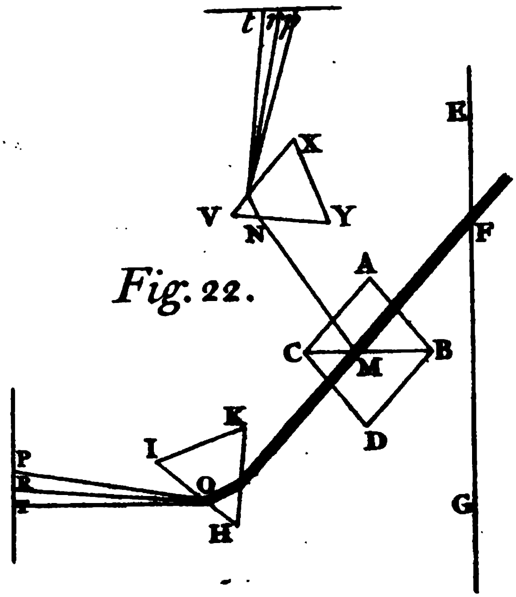
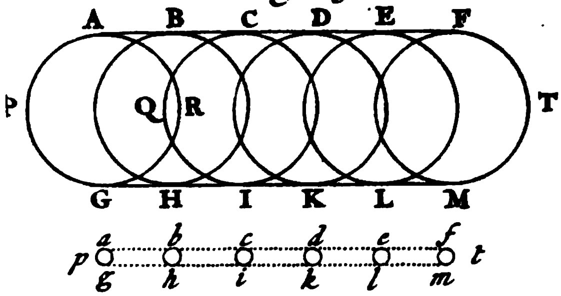


Fig. 23.



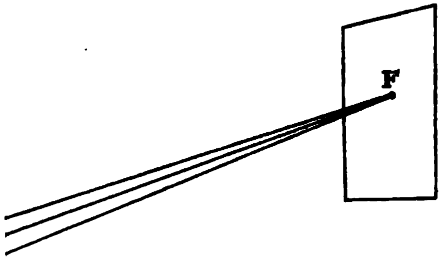
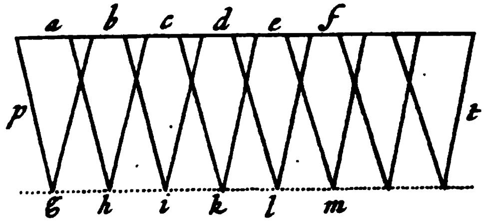


Fig. 25.



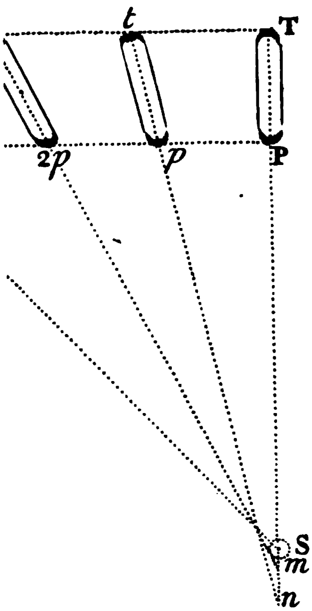


Fig. 27.

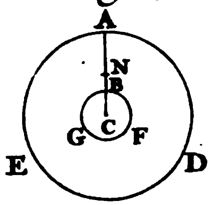


Fig. 28.

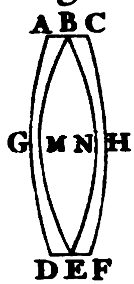


Fig. 29.

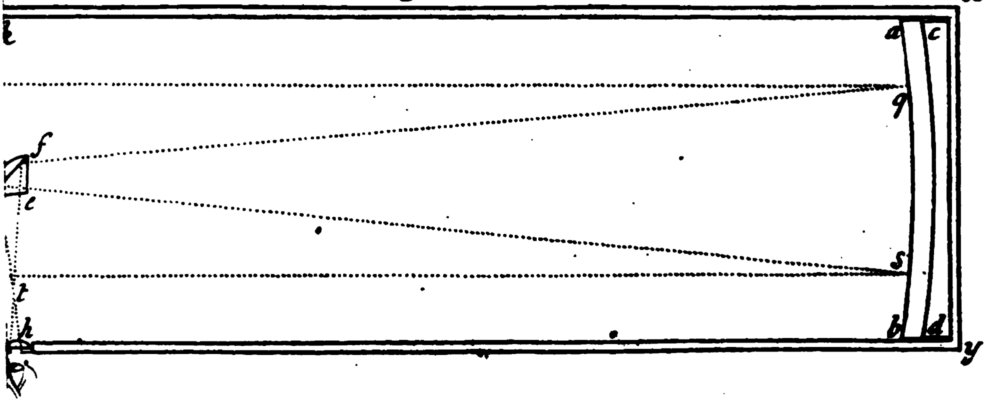


Fig. 1.

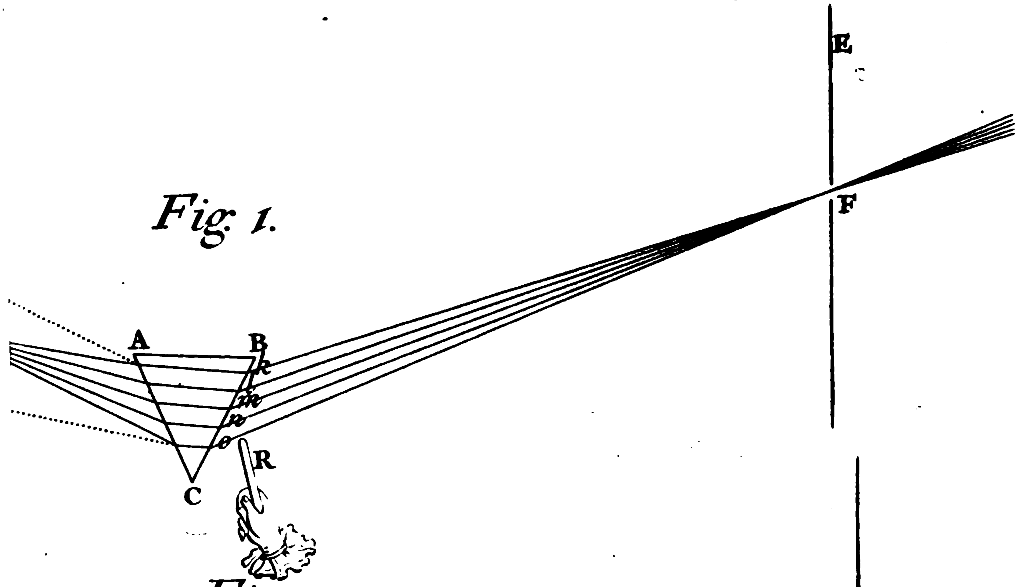


Fig. 2.

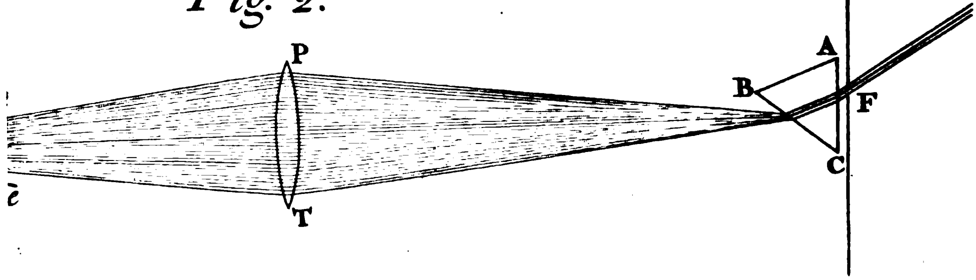


Fig. 3.

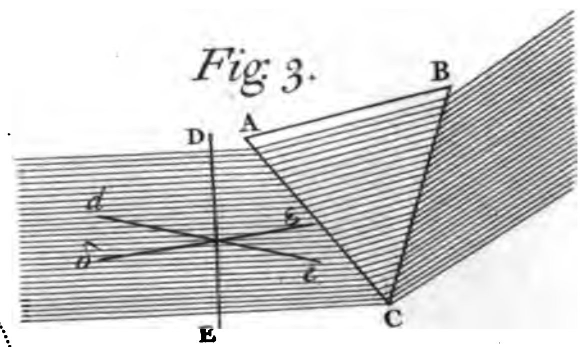


Fig. 4.

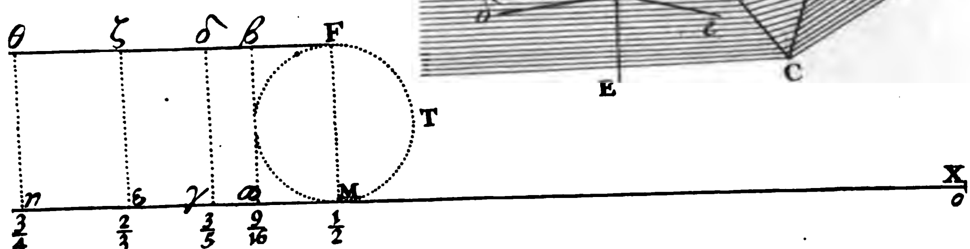
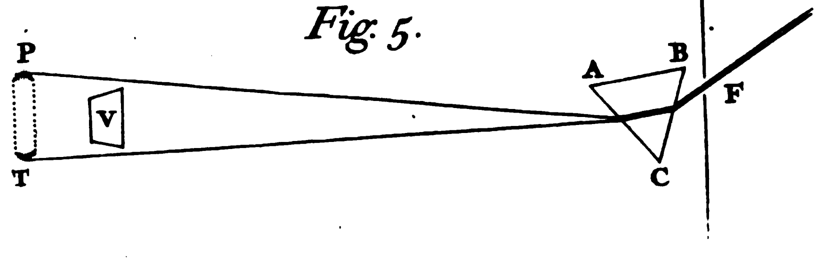


Fig. 5.



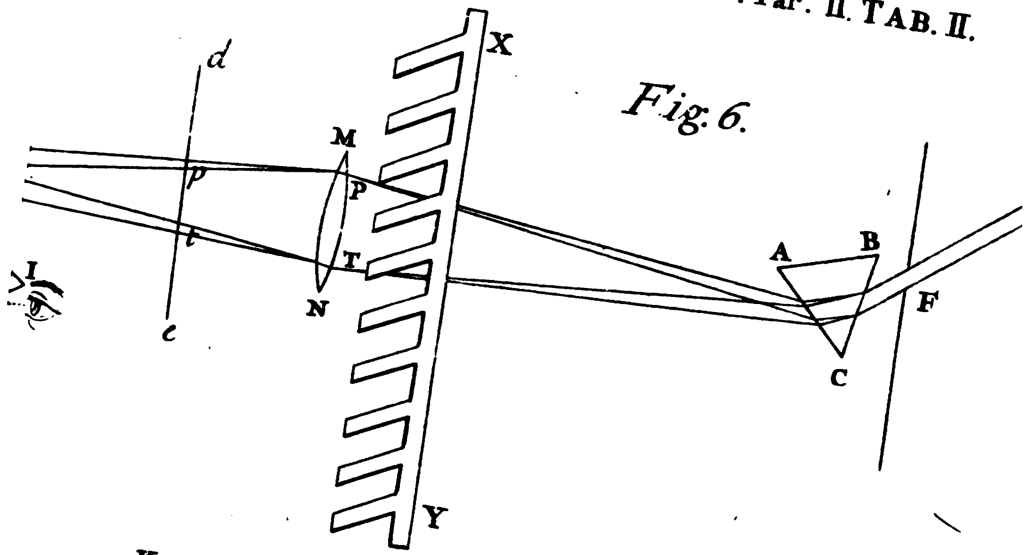


Fig. 6.

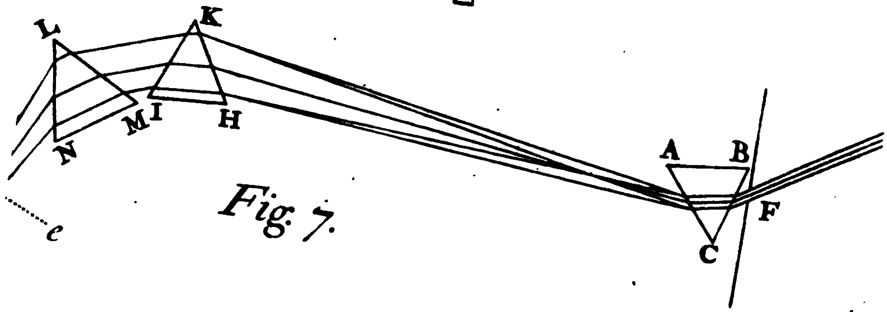


Fig. 7.

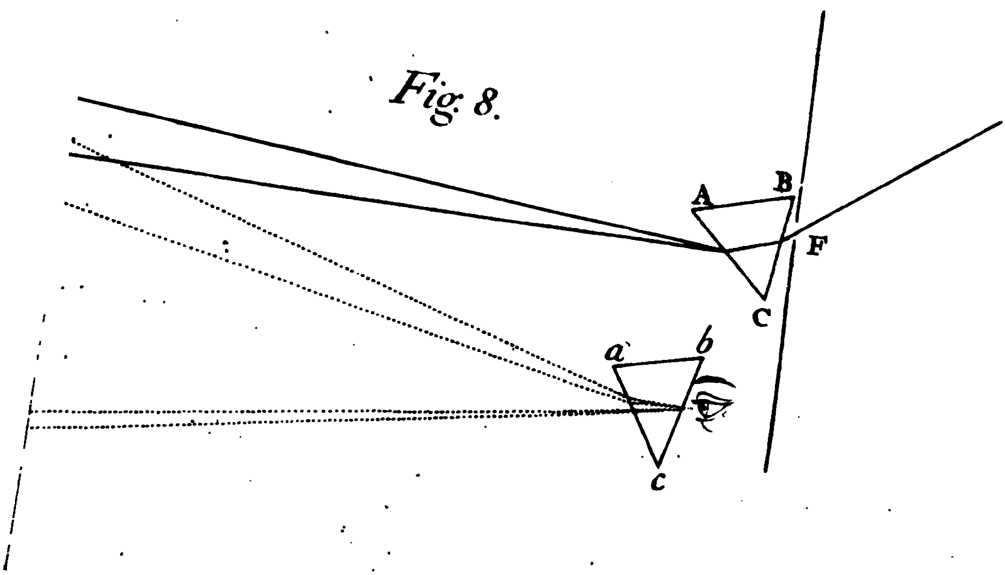
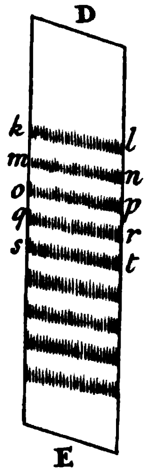
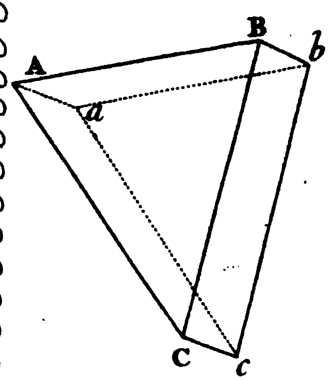


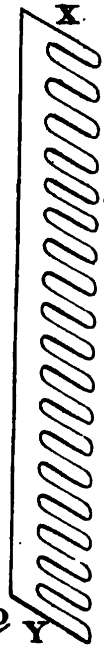
Fig. 8.

F 9.





10.



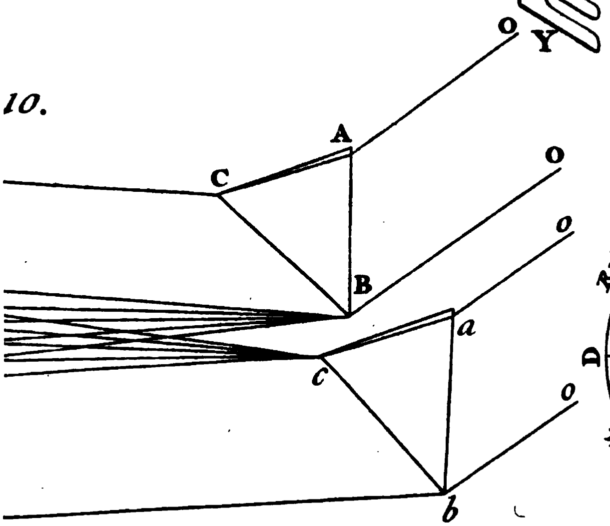


Fig. 11.

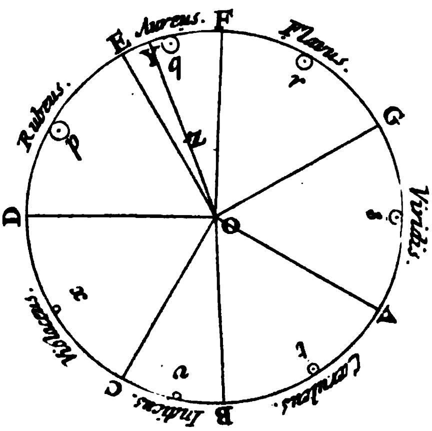
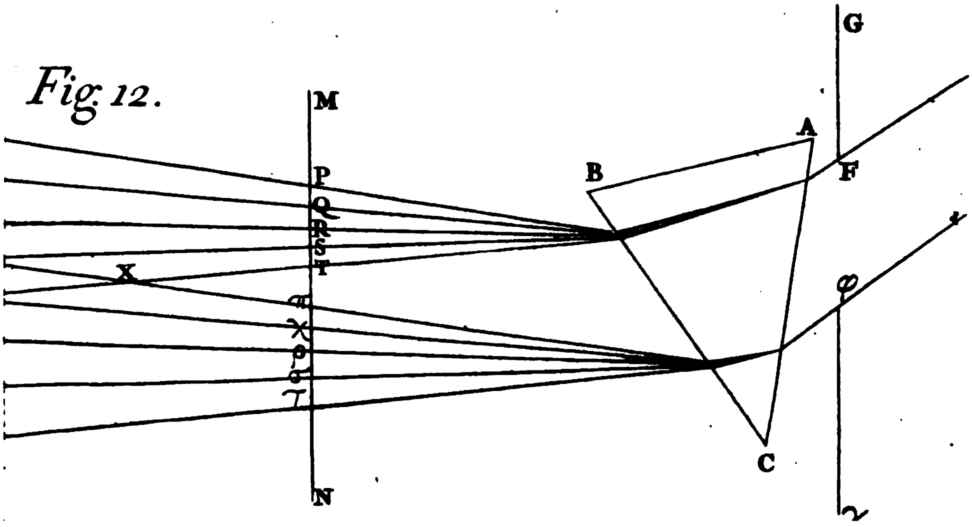


Fig. 12.



13.

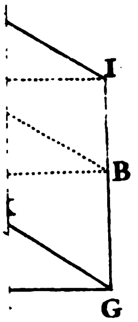
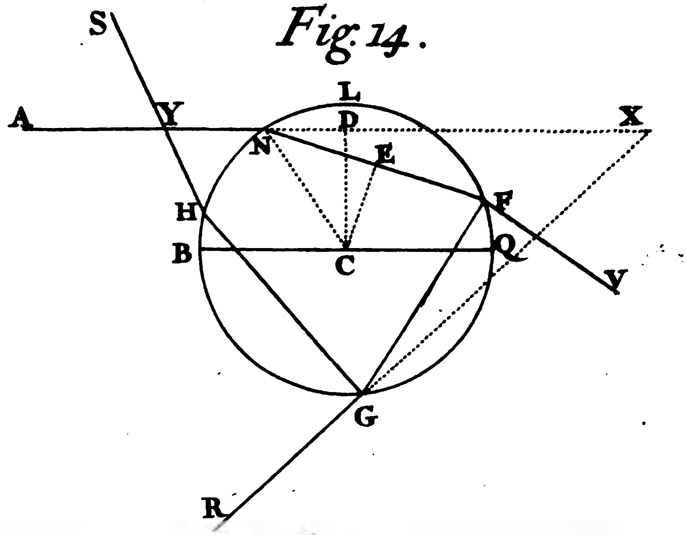


Fig. 14.



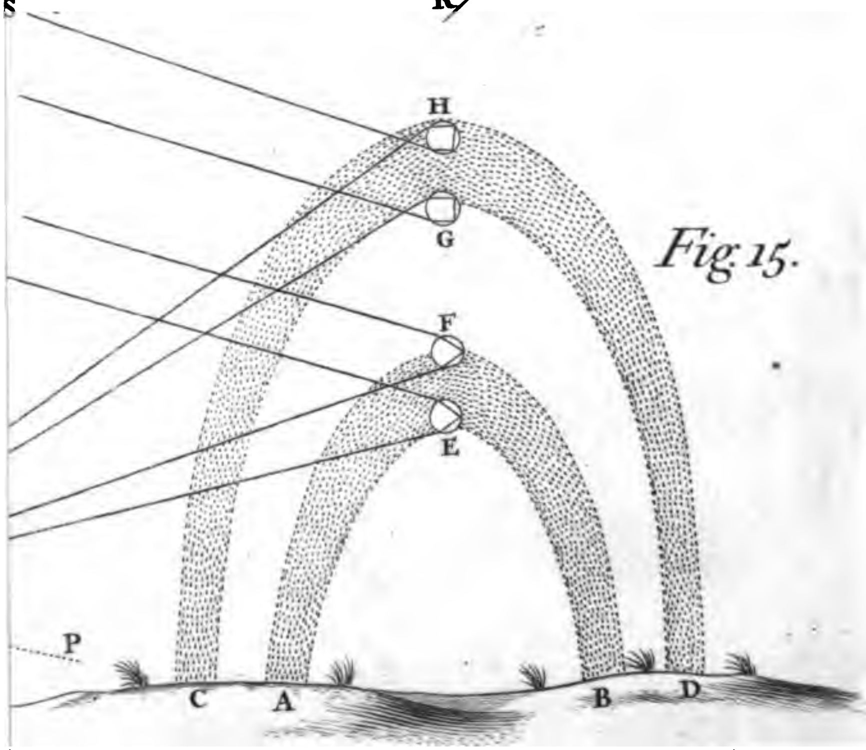


Fig. 15.

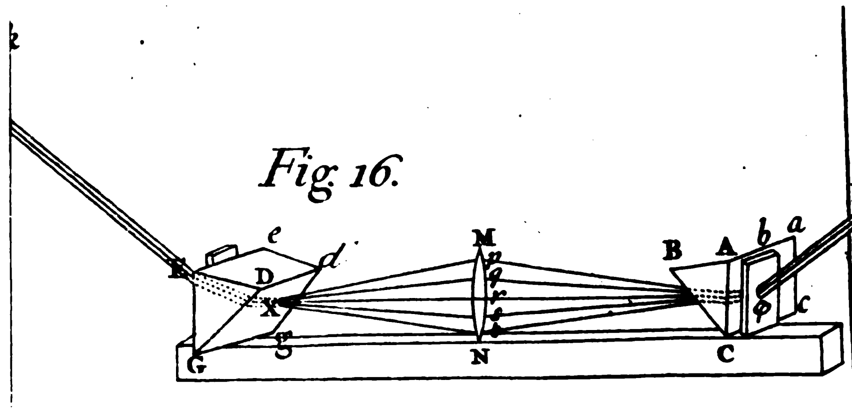


Fig. 16.

Fig. 2.

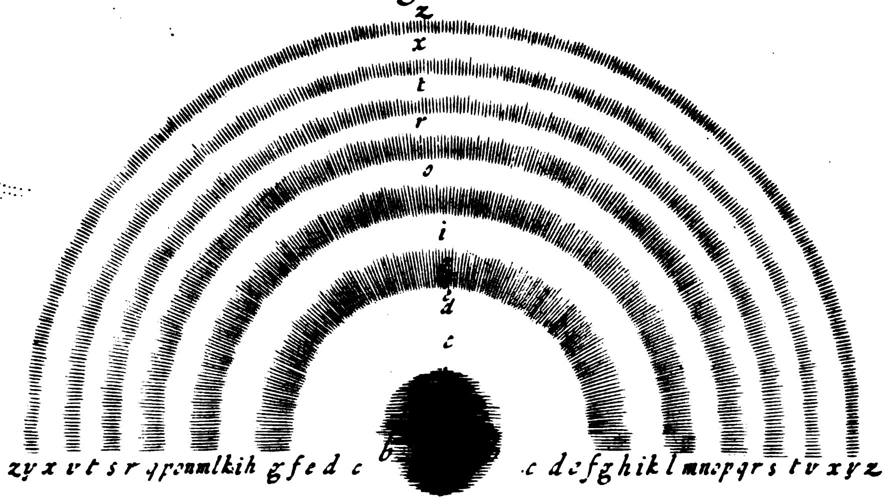


Fig. 3.

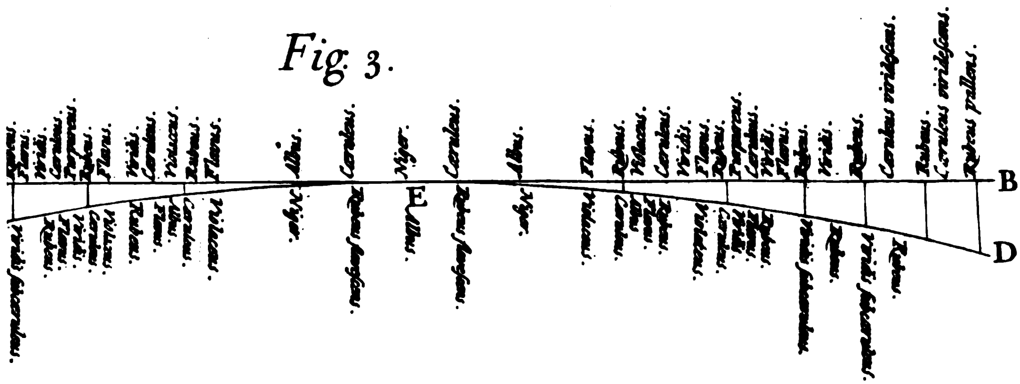
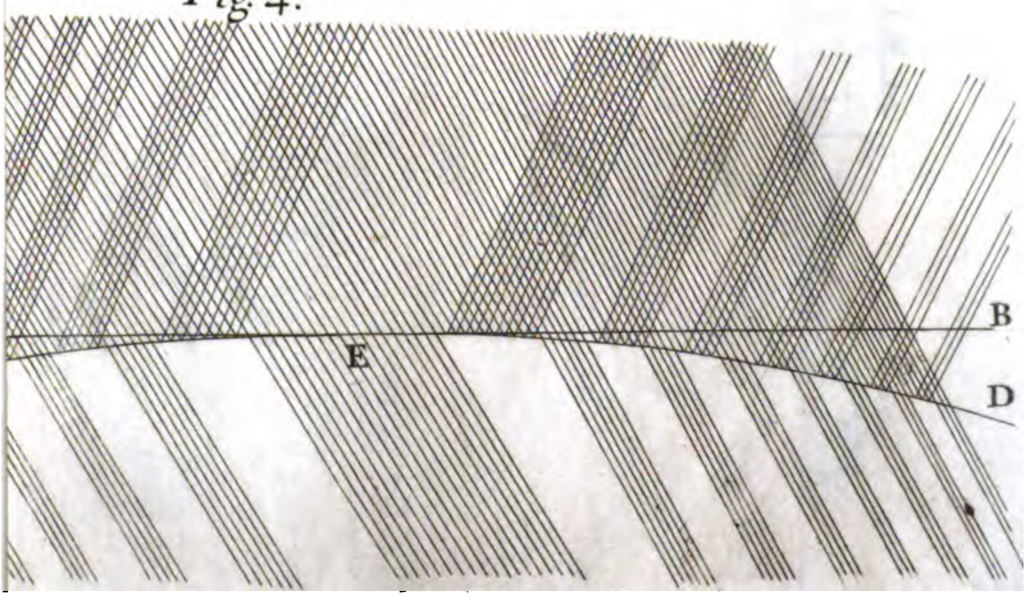


Fig. 4.



TAB. II.

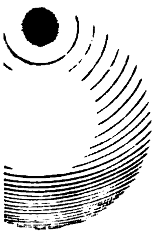


Fig. 5.

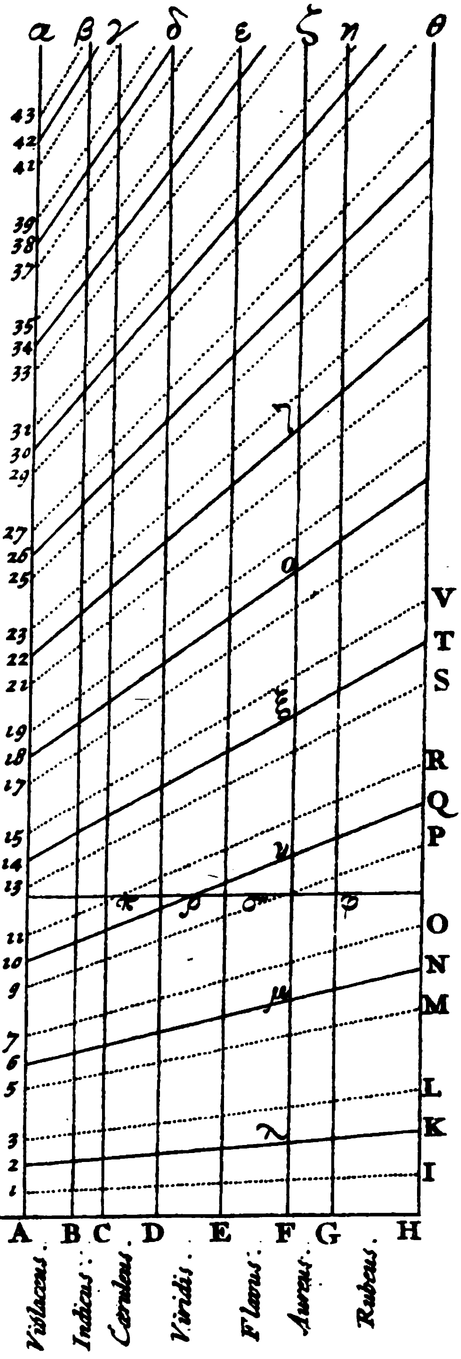


Fig. 6.

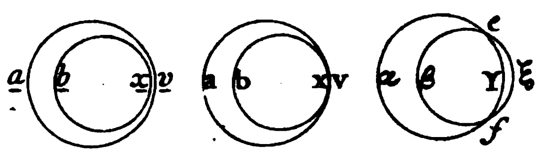


Fig. 7.

Fig. 1.

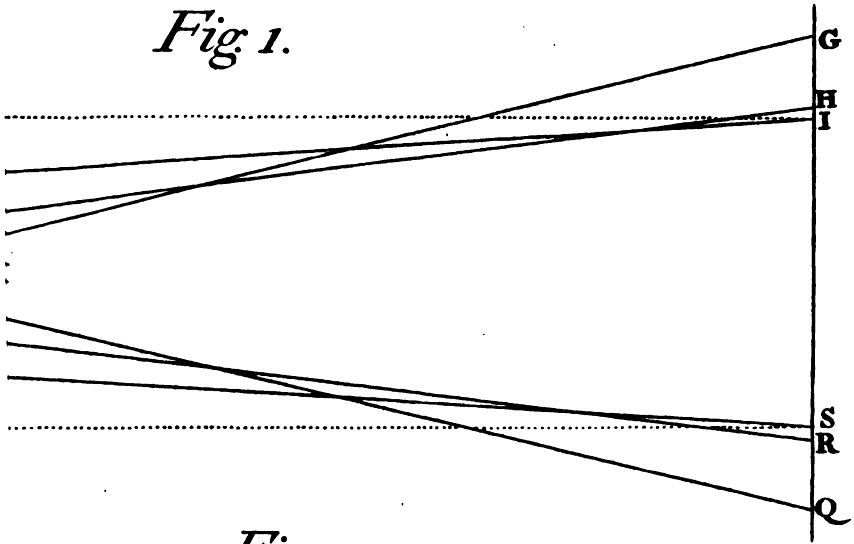


Fig. 2.

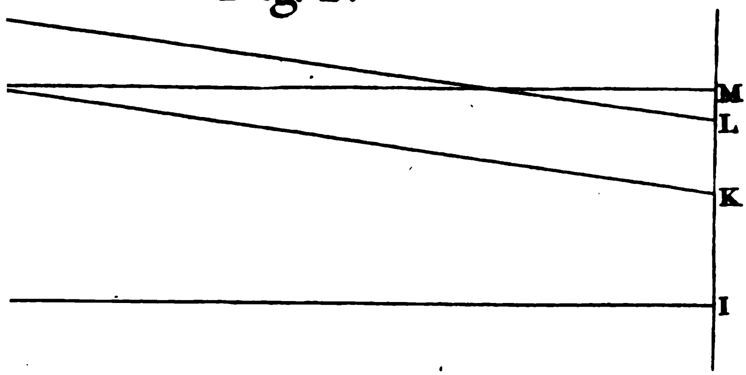
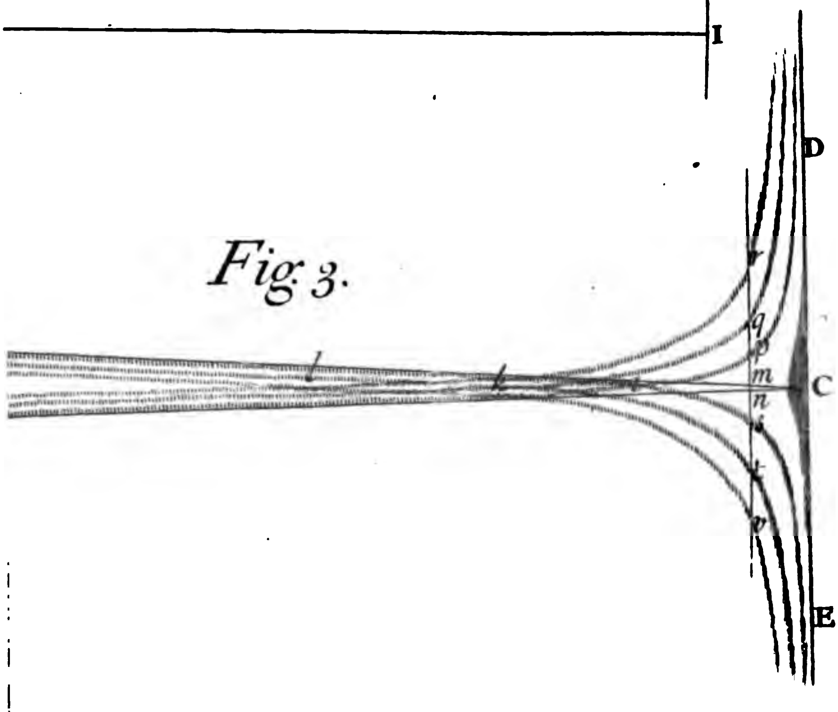
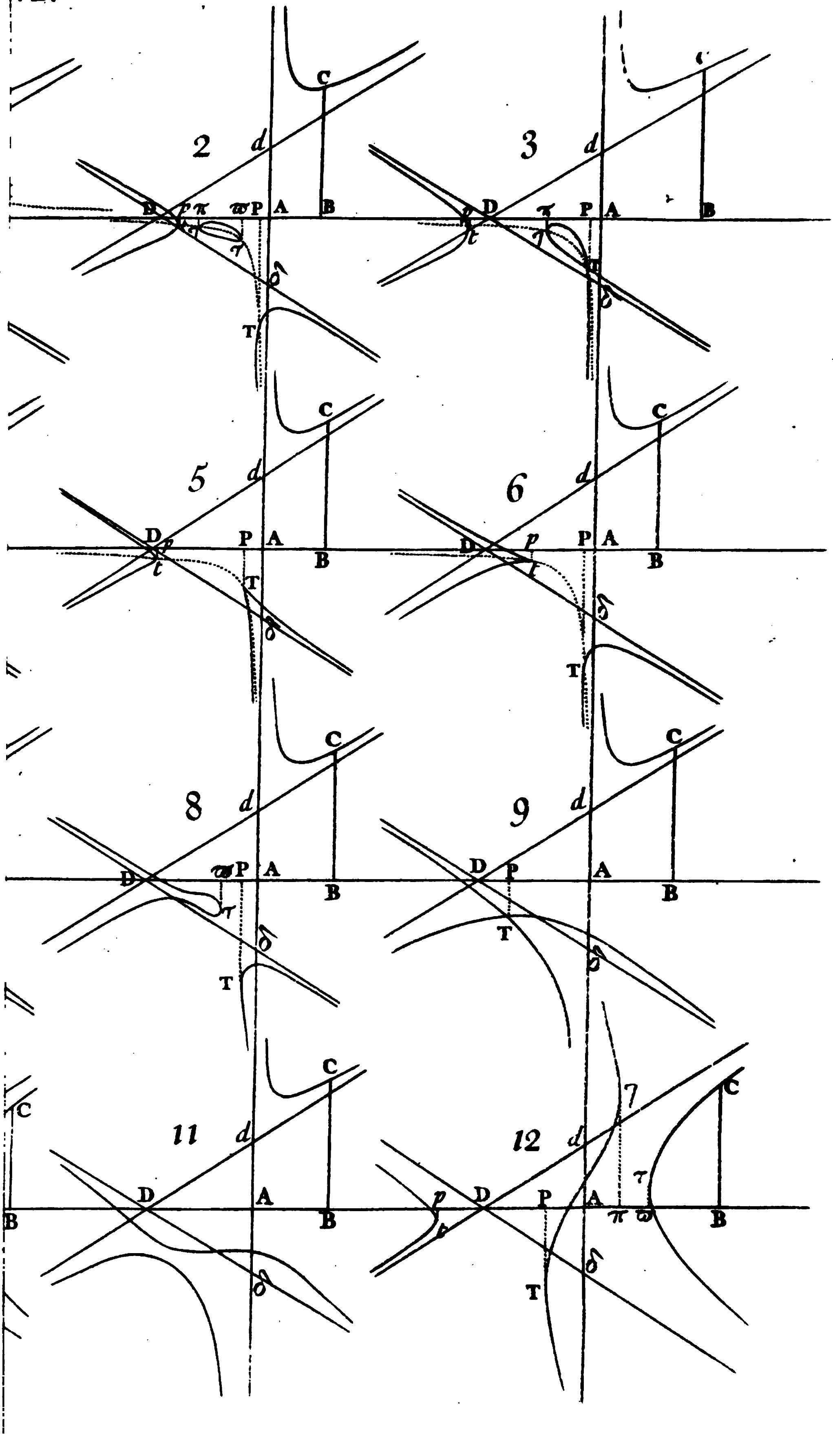
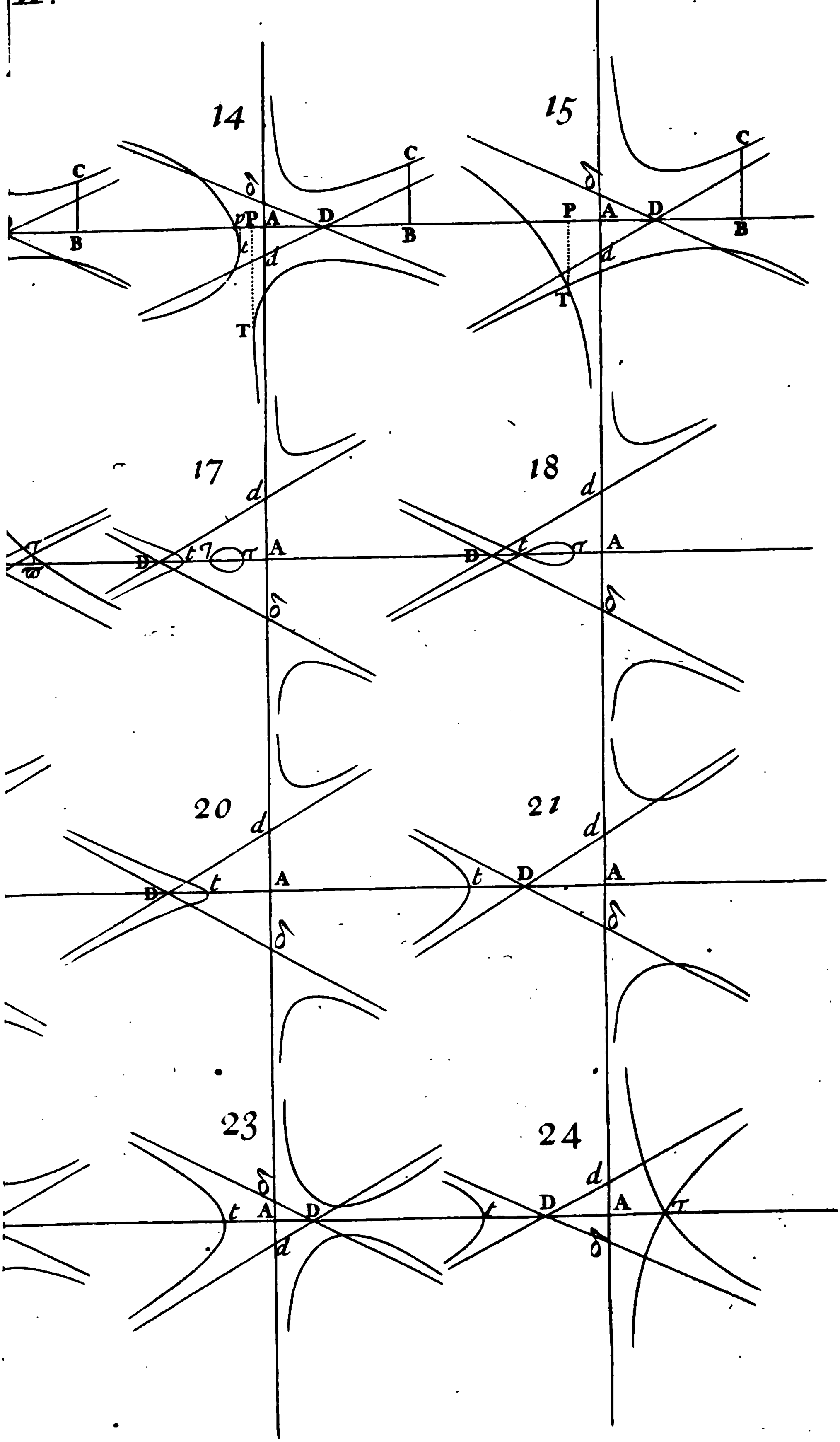


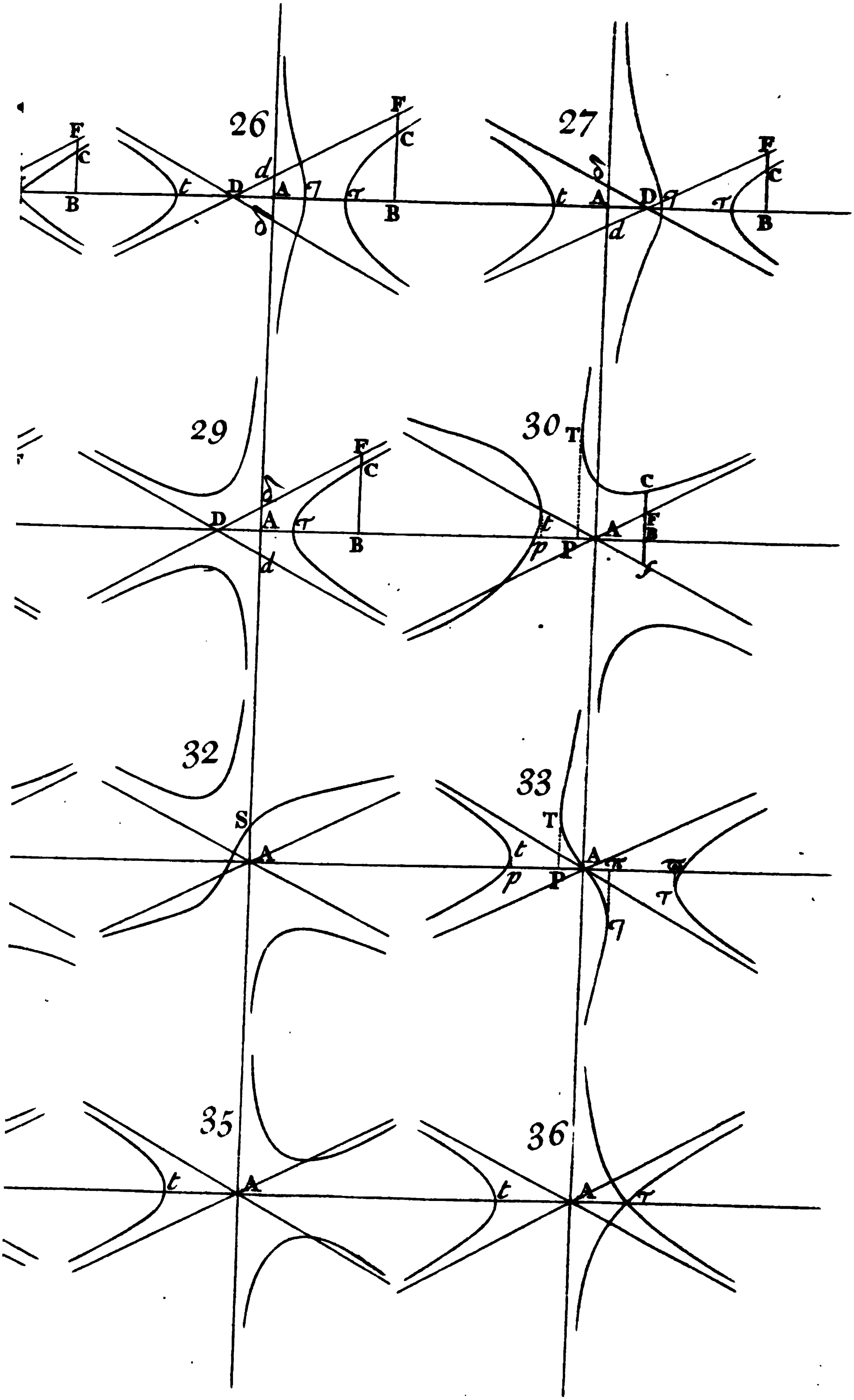
Fig. 3.




2
3
5
6
8
9
11
12

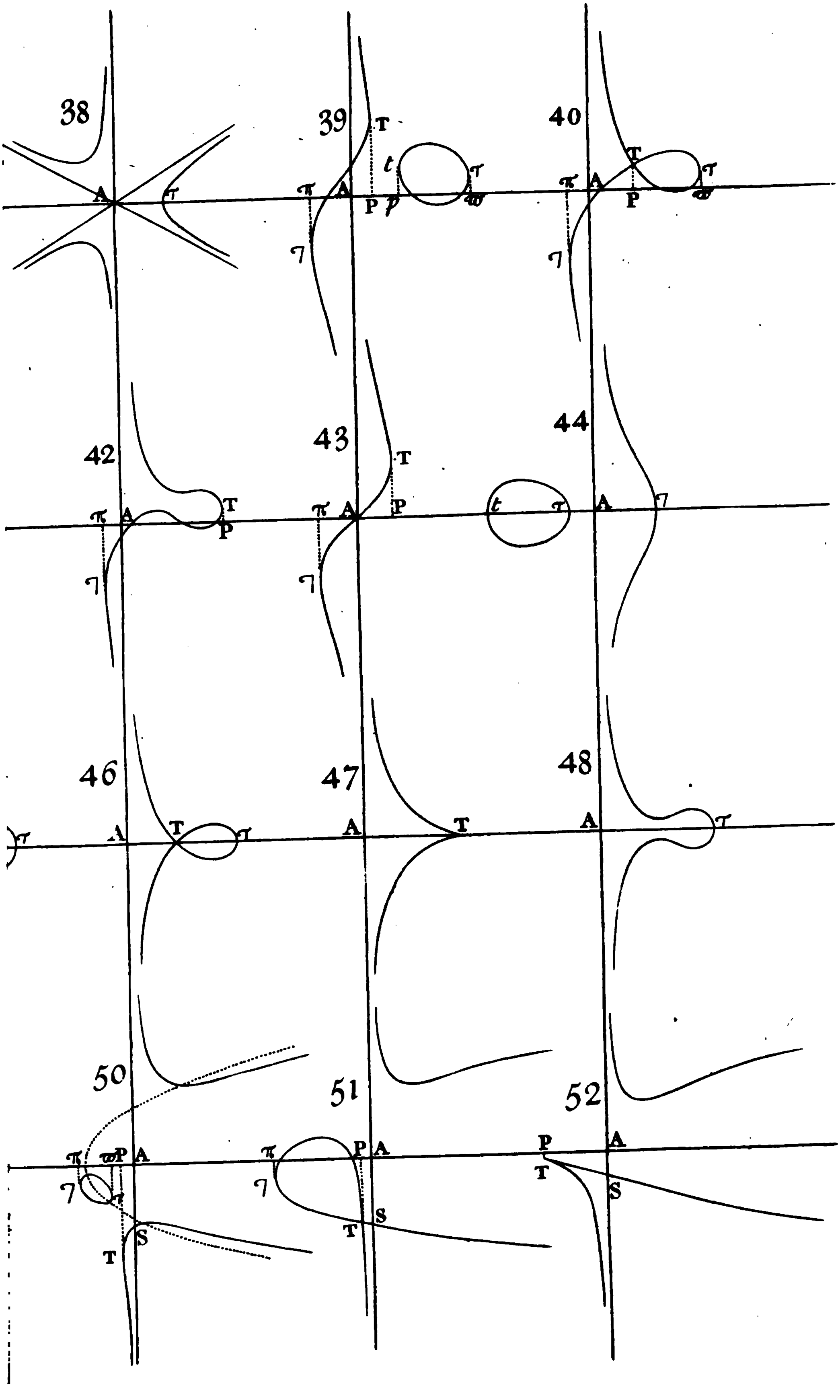

14
C
δ
p P A D
B
t
d
T
15
C
δ
P A D
B
d
T
17
d
D t τ A
δ
18
d
D t τ A
δ
20
d
D t A
δ
21
d
t D A
δ
23
δ
t A D
d
24
d
t D A τ
δ

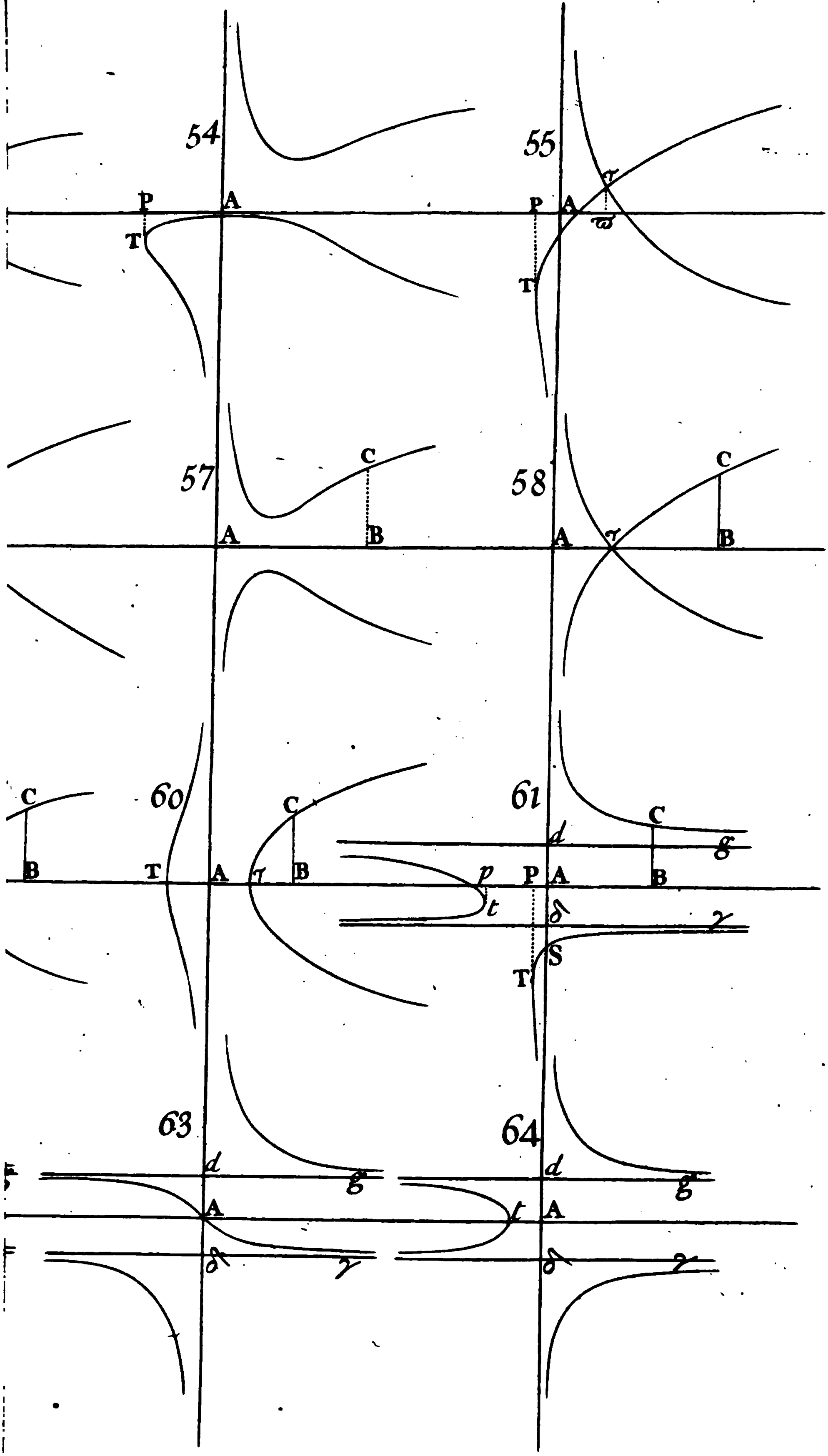
III.



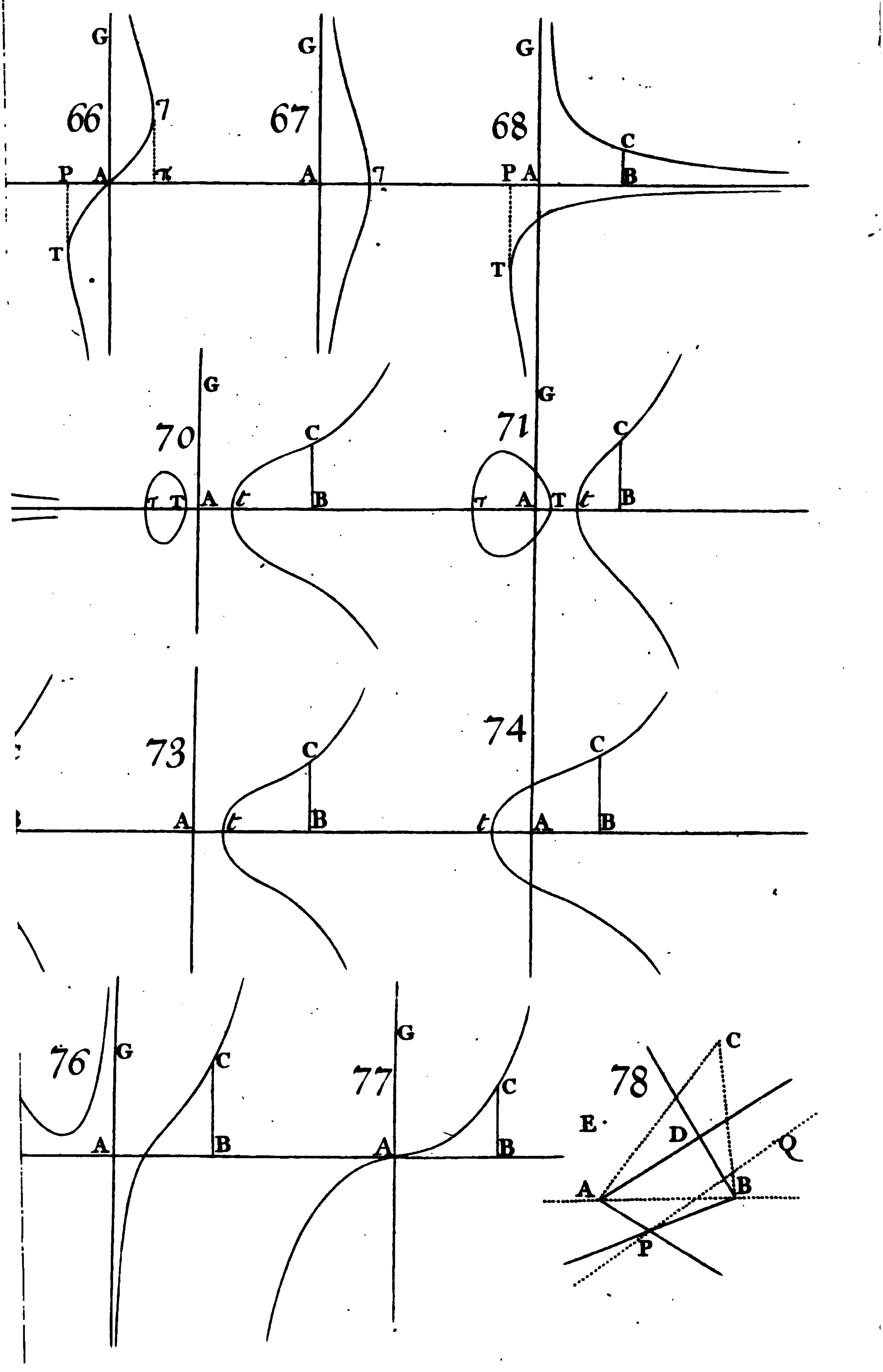
26
F
C
B
d
D
A
t
τ
δ
27
A
D
d
δ
t
τ
F
C
B
29
F
C
D
A
τ
δ
d
B
30
T
C
F
A
P
p
t
32
S
A
33
T
A
P
p
t
π
τ
35
t
A
36
t
A
τ

IV.



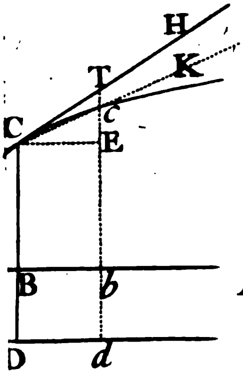

54
P
A
T
55
P
A
T
57
C
A
B
58
C
A
B
60
C
B
T
A
C
B
61
C
d
g
p
P
A
B
t
δ
γ
S
T
63
d
g
A
δ
γ
64
d
g
t
A
δ
γ

Tab. VI.

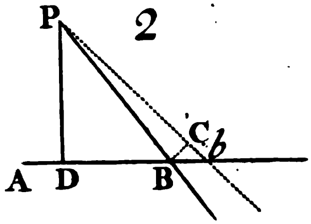


66
G
P
A
T
67
G
A
68
G
P A
C
B
T
70
G
C
T
A
t
B
71
G
C
A
T
t
B
73
C
A
t
B
74
C
t
A
B
76
G
C
A
B
77
G
C
A
B
78
C
E
D
Q
A
B
P

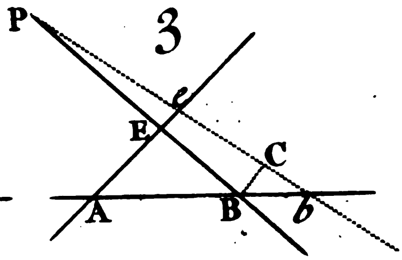
Quadr: Tab.I.



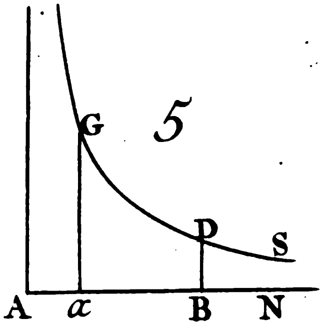
2



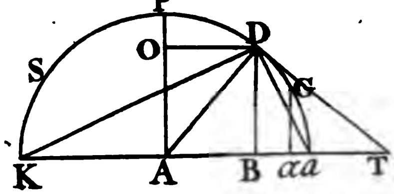
3



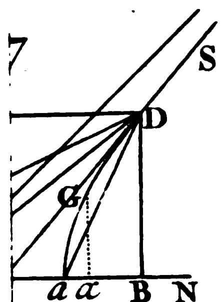
5



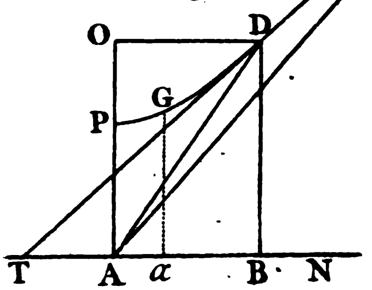
6



7



8



9



ENUMERATIO LINEARUM TERTII ORDINIS.

ENUMERATIO
LINEARUM
TERTII ORDINIS.

ENUMERATIO
LINEARUM
TERTII ORDINIS.

LIneæ Geometricæ ſecundum numerum dimenſionum æquationis qua relatio inter Ordinatas & Abſciſſas definitur, vel (quod perinde eſt) ſecundum numerum punctorum in quibus a linea recta ſecari poſſunt; optime diſtinguuntur in Ordines. Qua ratione linea primi Ordinis erit Recta ſola, eæ ſecundi ſive quadratici ordinis erunt ſectiones Conicæ & Circulus, & eæ tertii ſive cubici Ordinis Parabola Cubica, Parabola Neiliana, Ciſſois veterum & reliquæ quas hic enumerare ſuſcepimus. Curva autem primi generis, (ſiquidem recta inter Curvas non eſt numeranda) eadem eſt cum Linea ſecundi Ordinis, & Curva ſecundi generis eadem cum Linea Ordinis tertii. Et Linea Ordinis infiniteſimi ea eſt quam recta in punctis infinitis ſecare poteſt, qualis eſt Spiralis, Cyclois, Quadratrix & linea omnis quæ per radii vel rotæ revolutiones infinitas generatur. I. *Linearum Ordines.*

Secti-

ENUMERATIO
LINEARUM
TERTII ORDINIS.

ENUMERATIO LINEARUM TERTII ORDINIS.

LIneæ Geometricæ ſecundum numerum dimenſionum æquationis qua relatio inter Ordinatas & Abſciſſas definitur, vel (quod perinde eſt) ſecundum numerum punctorum in quibus a linea recta ſecari poſſunt; optime diſtinguuntur in Ordines. *I. Linearum Ordines.* Qua ratione linea primi Ordinis erit Recta ſola, eæ ſecundi ſive quadratici ordinis erunt ſectiones Conicæ & Circulus, & eæ tertii ſive cubici Ordinis Parabola Cubica, Parabola Neiliana, Ciſſois veterum & reliquæ quas hic enumerare ſuſcepimus. Curva autem primi generis, (ſiquidem recta inter Curvas non eſt numeranda) eadem eſt cum Linea ſecundi Ordinis, & Curva ſecundi generis eadem cum Linea Ordinis tertii. Et Linea Ordinis infiniteſimi ea eſt quam recta in punctis infinitis ſecare poteſt, qualis eſt Spiralis, Cyclois, Quadratrix & linea omnis quæ per radii vel rotæ revolutiones infinitas generatur.

Secti-

II.
Proprietates Sectionum Conicarum competunt curvis ſuperiorum generum.

Sectionum Conicarum proprietates præcipuæ a Geometris paſſim traduntur. Et conſimiles ſunt proprietates Curvarum ſecundi generis & reliquarum, ut ex ſequenti proprietatum præcipuarum enumeratione conſtabit.

III.
Curvarum ſecundi generis Ordinatæ, Diametri, Vertices, Centra, Axes.

Nam ſi rectæ plures parallelæ & ad conicam ſectionem utrinq; terminatæ ducantur, recta duas earum biſecans biſecabit alias omnes, ideoq; dicitur *Diameter* figuræ & rectæ biſectæ dicuntur *Ordinatim applicatæ* ad Diametrum, & concurſus omnium Diametrorum eſt *Centrum* figuræ, & interſectio Curvæ & diametri *Vertex* nominatur, & diameter illa *Axis* eſt cui ordinatim applicatæ inſiſtunt ad angulos rectos. Et ad eundem modum in Curvis ſecundi generis, ſi rectæ duæ quævis parallelæ ducantur occurrentes Curvæ in tribus punctis: recta quæ ita ſecat has parallelas ut ſumma duarum partium ex uno ſecantis latere ad curvam terminatarum æquetur parti tertiæ ex altero latere ad curvam terminatæ, eodem modo ſecabit omnes alias his parallelas curvæq; in tribus punctis occurrentes rectas, hoc eſt, ita ut ſumma partium duarum ex uno ipſius latere ſemper æquetur parti tertiæ ex altero latere. Has itaq; tres partes quæ hinc inde æquantur, *Ordinatim applicatas*, & rectam ſecantem cui ordinatim applicantur *Diametrum*, & interſectionem diametri & curvæ *Verticem*, & concurſum duarum diametrorum *Centrum* nominare licet. Diameter autem ad Ordinatas rectangula ſi modo aliqua ſit, etiam *Axis* dici poteſt, & ubi omnes diametri in eodem puncto concurrunt iſtud erit *Centrum generale*.

Hyper-

Hyperbola primi generis duas *Aſymptotos*, ea ſecundi tres, ea tertii quatuor & non plures habere poteſt, & ſic in reliquis. Et quemadmodum partes lineæ cujuſvis rectæ inter Hyperbolam Conicam & duas ejus Aſymptotos ſunt hinc inde æquales: ſic in Hyperbolis ſecundi generis ſi ducatur recta quævis ſecans tam Curvam quam tres ejus Aſymptotis in tribus punctis, ſumma duarum partium iſtius rectæ quæ a duobus quibuſvis Aſymptotis in eandem plagam ad duo puncta Curvæ extenduntur, æqualis erit parti tertiæ quæ a tertia Aſymptoto in plagam contrariam ad tertium Curvæ punctum extenditur. IV. *Aſymptoti & earum proprietates.*

Et quemadmodum in Conicis ſectionibus non Parabolicis quadratum Ordinatim applicatæ, hoc eſt, rectangulum Ordinatarum quæ ad contrarias partes Diametri ducuntur, eſt ad rectangulum partium Diametri quæ ad Vertices Ellipſeos vel Hyperbolæ terminantur, ut data quædam linea quæ dicitur *Latus rectum*, ad partem diametri quæ inter Vertices jacet & dicitur *Latus tranſverſum*: ſic in Curvis non Parabolicis ſecundi generis Parallelepipedum ſub tribus Ordinatim applicatis eſt ad Parallelepipedum ſub partibus Diametri ad Ordinatas & tres Vertices figuræ abſciſſis, in ratione quadam data: in qua ratione ſi ſumantur tres rectæ ad tres partes diametri inter vertices figuræ ſitas, ſingulæ ad ſingulas, tunc illæ tres rectæ dici poſſunt *Latera recta* figuræ, & illæ partes Diametri inter Vertices *Latera tranſverſa*. Et ſicut in Parabola Conica quæ ad unam & eandem diametrum unicum tantum habet Verticem, rectangulum ſub Ordinatis æquatur rectangulo ſub parte Diametri quæ ad Ordinatas & Verticem abſcinditur & recta V. *Latera recta & tranſverſa.*

quadam data quæ *Latus rectum* dicitur, ſic in Curvis ſecundi generis quæ non niſi duos habent Vertices ad eandem Diametrum, Parallelepipedum ſub Ordinatis tribus æquatur Parallelepipedo ſub duabus partibus Diametri ad Ordinatas & Vertices illos duos abſciſſis, & recta quadam data quæ proinde *Latus rectum* dici poteſt.

VI. *Ratio contentorum ſub Parallelarum ſegmentis.* Deniq; ſicut in Conicis ſectionibus ubi duæ parallelæ ad Curvam utrinq; terminatæ ſecantur a duabus parallelis ad Curvam utrinq; terminatis, prima a tertia & ſecunda a quarta, rectangulum partium primæ eſt ad rectangulum partium tertiæ ut rectangulum partium ſecundæ ad rectangulum partium quartæ: ſic ubi quatuor tales rectæ occurrunt Curvæ ſecundi generis, ſingulæ in tribus punctis, parallelepipedum partium primæ rectæ erit ad parallelepidedum partium tertiæ, ut parallelepipedum partium ſecundæ ad parallelepipedum partium quartæ.

VII. *Crura Hyperbolica & Parabolica & eorum plaga.* Curvarum ſecundi & ſuperiorum generum æque atq; primi crura omnia in infinitum progredientia vel *Hyperbolici* ſunt generis vel *Parabolici*. Crus *Hyperbolicum* voco quod ad Aſymptoton aliquam in infinitum appropinquat, *Parabolicam* quod Aſymptoto deſtituitur. Hæc crura ex tangentibus optime dignoſcuntur. Nam ſi punctum contactus in infinitum abeat, tangens cruris Hyperbolici cum Aſymptoto coincidet & tangens cruris Parabolici in infinitum recedet, evaneſcet & nullibi reperietur. Invenitur igitur Aſymptotos cruris cujuſvis quærendo tangentem cruris illius ad punctum infinite diſtans. Plaga autem cruris infiniti invenitur quærendo poſitionem rectæ cujuſvis quæ tangenti parallela eſt ubi punctum

ctum contactus in infinitum abit. Nam hæc recta in eandem plagam cum crure infinito dirigitur.

VIII. *Reductio Curvarum omnium generis ſecundi ad æquationum caſus quatuor. Caſus primus.*

Lineæ omnes Ordinis primi, tertii, quinti, ſeptimi & imparis cujuſq, duo habent ad minimum crura in infinitum verſus plagas oppoſitas progredientia. Et lineæ omnes tertii Ordinis duo habent ejuſmodi crura in plagas oppoſitas progredientia in quas nulla alia earum crura infinita (præterquam in Parabola Carteſiana) tendunt. Si crura illa ſint Hyperbolici generis, ſit G A S eorum Aſymptotos & huic parallela agatur recta quævis C B c ad Curvam utrinque (ſi fieri poteſt) terminata eademq; biſcetur in puncto X, & locus puncti illius X erit Hyperbola Conica (puta X φ) cujus una Aſymptotos eſt A S. Sit ejus altera Aſymptotos A B, & æquatio qua relatio inter Ordinatam B C & Abſciſſam A B definitur, ſi A B dicatur x & B C y, ſemper induet hanc formam $xyy + ey = ax^3 + bxx + cx + d$. Ubi termini, e, a, b, c, d, deſignant quantitates datas ſignis ſuis + & — affectas, quarum quælibet deeſſe poſſunt modo ex earum defectu figura in ſectionem conicam non vertatur. Poteſt autem Hyperbola illa Conica cum aſymptotis ſuis coincidere, id eſt punctum X in recta A B locari: & tunc terminus $+ey$ deeſt. *Fig. 1.*

IX. *Caſus ſecundus.*

At ſi recta illa C B c non poteſt utrinq; ad Curvam terminari ſed Curvæ in unico tantum puncto occurrit: age quamvis poſitione datam rectam A B aſymptoto A S occurrentem in A, ut & aliam quamvis B C aſymptoto illi parallelam Curvæque occurrentem in puncto C, & æquatio qua relatio inter Ordinatam

B C.

B C & Abſciſſam A B definitur, ſemper induet hanc formam $xy = ax^3 + bxx + cx + d$.

X. *Caſus tertius.* Quod ſi crura illa oppoſita Parabolici ſint generis, recta C B c ad Curvam utrinque, ſi fieri poteſt, terminata in plagam crurum ducatur & biſecetur in B, & locus puncti B erit linea recta. Sit iſta A B, terminata ad datum quodvis punctum A, & æquatio qua relatio inter Ordinatam B C & Abſciſſam A B definitur, ſemper induet hanc formam, $yy = ax^3 + bxx + cx + d$.

XI. *Caſus quartus.* At vero ſi recta illa C B c in unico tantum puncto occurrat Curvæ, ideoq; ad Curvam utrinq; terminari non poſſit: ſit punctum illud C, & incidat recta illa ad punctum B in rectam quamvis aliam poſitione datam & ad datum quodvis punctum A terminatam A B: & æquatio qua relatio inter Ordinatam B C & Abſciſſam A C definitur ſemper induet hanc formam, $y = ax^3 + bxx + cx + d$.

XII. *Nomina formarum.* Enumerando curvas horum caſuum, Hyperbolam vocabimus *inſcriptam* quæ tota jacet in Aſymptoton angulo ad inſtar Hyperbolæ conicæ, *circumſcriptam* quæ Aſymptotos ſecat & partes abſciſſas in ſinu ſuo amplectitur, *ambigenam* quæ uno crure infinito inſcribitur & altero circumſcribitur, *convergentem* cujus crura concavitate ſua ſeinvicem reſpiciunt & in plagam eandem diriguntur, *divergentem* cujus crura convexitate ſua ſeinvicem reſpiciunt & in plagas contrarias diriguntur, *cruribus contrariis præditam* cujus crura in partes contrarias convexa ſunt & in plagas contrarias infinita, *Conchoidalem* quæ vertice concavo & cruribus divergentibus ad aſymptoton applicatur, *anguineam* quæ flexibus contrariis aſymptoton ſecat

&

& utrinq; in crura contraria producitur, *cruciformem* quæ conjugatam decuſſat, *nodatam* quæ ſeipſam decuſſat in orbem redeundo, *cuſpidatam* cujus partes duæ in angulo contactus concurrunt & ibi terminantur, *punctatam* quæ conjugatam habet Ovalem infinite parvam id eſt punctum, & *puram* quæ per impoſſibilitatem duarum radicum Ovali, Nodo, Cuſpide & Puncto conjugato privatur. Eodem ſenſu Parabolam quoq; *convergentem*, *divergentem*, *cruribus contrariis præditam*, *cruciformem*, *nodatam*, *cuſpidatam*, *punctatam* & *puram* nominabimus.

XIII. *De Hyperbola redundante & ejus tribus Aſymptotis.*

In caſu primo ſi terminus ax^3 affirmativus eſt, Figura erit Hyperbola triplex cum ſex cruribus Hyperbolicis quæ juxta tres Aſymptotos quarum nullæ ſunt parallelæ, in infinitum progrediuntur, binæ juxta unamquamq; in plagas contrarias. Et hæ Aſymptoti ſi terminus bxx non deeſt, ſe mutuo ſecabunt in tribus punctis triangulum (D d δ) inter ſe continentes, ſin terminus bxx deeſt, convergent omnes ad idem punctum. In priori caſu cape A D $= \frac{-b}{2a}$, *Fig.* 1. & A d $=$ Aδ $= \frac{b}{2\sqrt{a}}$, ac junge D d, D δ, & erunt A d, D d, D δ tres Aſymptoti. In poſteriori duc ordinatam qvamvis B C, Ordinatæ principali A G parallelam, & in ea utrinq; producta cape hinc inde B F *Fig.* 30. & BF ſibi mutuo æquales & in ea ratione ad A B quam habet $\sqrt{a}$ ad 1, jungeq; A F, A f, & erunt A G, A F, A f tres Aſymptoti. Hanc Hyperbolam vocamus redundantem quia numero crurum Hyperbolicorum Sectiones Conicas ſuperat.

XIV. *De hujus Hyperbolæ diametris & ſitu crurum infinitorum.*

In Hyperbola omni redundante, ſi neq; terminus ey deſit, neque ſit $bb - 4ac$ æquale $\pm ae\sqrt{a}$, curva nullam habebit diametrum, ſin eorum alterutrum ac-

cidat curva habebit unicam diametrum, & tres ſi utrumque. Diameter autem ſemper tranſit per interſectionem duarum Aſymptoton, & biſecat rectas omnes quæ ad Aſymptotos illas utrinq; terminantur & parallelæ ſunt Aſymptoto tertiæ. Eſtq; abſciſſa A B diameter Figuræ quoties terminus ey deeſt. Diametrum vero abſolute dictam hic & in ſequentibus in vulgari ſignificatu uſurpo, nempe pro abſciſſa quæ paſſim habet ordinatas binas æquales ad idem punctum hinc inde inſiſtentes.

XV. *Hyperbolæ novem redundantes quæ diametro deſtituuntur & tres habent Aſymptotos triangulum capientes.*

Si Hyperbola redundans nullam habet diametrum, quærantur Æquationis hujus $ax^4 + bx^3 + cxx + dx + \frac{1}{4}ee = 0$ radices quatuor ſeu valores ipſius x. Eæ ſunto A P, A ϖ, A π, A p. Erigantur ordinatæ P T, $\varpi\tau$, π⅂, p t, & hæ tangent Curvam in punctis totidem T, τ, ⅂, t, & tangendo dabunt limites Curvæ per quos ſpecies ejus innoteſcet.

Fig. 1. 2.

Nam ſi radices omnes A P, A ϖ, A π, A p, ſunt reales, ejuſdem ſigni & inæquales, Curva conſtat ex tribus Hyperbolis, (inſcripta, circumſcripta & ambigena) *cum Ovali*. Hyperbolarum una jacet verſus D, altera verſus d, tertia verſus δ, & Ovalis ſemper jacet intra triangulum D d δ, atq; etiam inter medios limites ⅂ & τ, in quibus utiq; tangitur ab ordinatis π⅂ & $\varpi\tau$. Et hæc eſt ſpecies prima.

Fig. 3. 4.

Si e radicibus duæ maximæ A π, A p, vel duæ minimæ A P, A ϖ æquantur inter ſe, & ejuſdem ſunt ſigni cum alteris duobus, Ovalis & Hyperbola circumſcripta ſibi invicem junguntur coeuntibus earum punctis contactus ⅂ & t vel T & τ, & crura Hyperbolæ ſeſe decuſſando in Ovalem continuantur, figuram *nodatam* efficientia. Quæ ſpecies eſt ſecunda.

Si

Si e radicibus tres maximæ A p, A π, A ϖ, vel tres minimæ A π, A ϖ, A P æquentur inter ſe, Nodus in *cuſpidem* accutiſſimum convertetur. Nam crura duo Hyperbolæ circumſcriptæ ibi in angulo contactus concurrent & non ultra producentur. Et hæc eſt ſpecies tertia. Fig. 5, 6.

Si e radicibus duæ mediæ A ϖ & A π æquenter inter ſe, puncta contactus τ & γ coincidunt, & propterea Ovalis interjecta in punctum evanuit, & conſtat figura ex tribus Hyperbolis, inſcripta, circumſcripta & ambigena cum *puncto* conjugato. Quæ eſt ſpecies quarta. Fig. 7.

Si duæ ex radicibus ſunt impoſſibiles & reliquæ duæ inæquales & ejuſdem ſigni (nam ſigna contraria habere nequeunt,) *puræ* habebuntur Hyperbolæ tres ſine Ovali vel Nodo vel cuſpide vel puncto conjugato, & hæ Hyperbolæ vel ad latera trianguli ab Aſymptotis comprehenſi vel ad angulos ejus jacebunt & perinde ſpeciem vel quintam vel ſextam conſtituent. Fig. 7, 8, 13, 14.

Si e radicibus duæ ſunt æquales & alteræ duæ vel impoſſibiles ſunt vel reales cum ſignis quæ a ſignis æqualium radicum diverſa ſunt, figura *cruciformis* habebitur, nempe duæ ex Hyperbolis ſeinvicem decuſſabunt idq; vel ad verticem trianguli ab Aſymptotis comprehenſi, vel ad ejus baſem. Quæ duæ ſpecies ſunt ſeptima & octava. Fig. 9, 10, 15, 16.

Si deniq; radices omnes ſunt impoſſibiles, vel ſi omnes ſunt reales & inæquales & earum duæ ſunt affirmativæ & alteræ duæ negativæ, tunc duæ habebuntur Hyperbolæ ad angulos oppoſitos duarum Fig. 11, 12.

Aſymp-

Aſymptotôn cum Hyperbola *anguinea* circa Aſymptoton tertiam. Quæ ſpecis eſt nona.

Et hi ſunt omnes radicum caſus poſſibiles. Nam ſi duæ radices ſunt æquales inter ſe, & aliæ duæ ſunt etiam inter ſe æquales, Figura evadet Sectio Conica cum linea recta.

XVI. *Hyperbolæ duodecim redundantes cum unica tantum Diametro.* Si Hyperbola redundans habet unicam tantum Diametrum, ſit ejus Diameter Abſciſſa A B, & æquationis hujus $ax^3 + bxx + cx + d = 0$ quære tres radices ſeu valores x.

Fig. 17. Si radices illæ ſunt omnes reales & ejuſdem ſigni, Figura conſtabit ex *Ovali* intra triangulum D d δ jacente & tribus Hyperbolis ad angulos ejus, nempe circumſcripta ad angulum D & inſcriptis duabus ad angulos d & δ. Et hæc eſt ſpecies decima.

Fig. 18. Si radices duæ majores ſunt æquales & tertia ejuſdem ſigni, crura Hyperbolæ jacentis verſus D ſeſe decuſſabunt in forma *Nodi* propter contactum Ovalis. Quæ ſpecies eſt undecima.

Fig. 19. Si tres radices ſunt æquales, Hyperbola iſta fit *cuſpidata* ſine Ovali. Quæ ſpecies eſt duodecima.

Fig. 20. Si radices duæ minores ſunt æquales & tertia ejuſdem ſigni, Ovalis in *punctum* evanuit. Quæ ſpecies eſt decima tertia. In ſpeciebus quatuor noviſſiimis Hyperbola quæ jacet verſus D Aſymptotos in ſinu ſuo amplectitur, reliquæ duæ in ſinu Aſymptotôn jacent.

Fig. 20. *Fig.* 21. *Fig.* 22. *Fig.* 23. Si duæ ex radicibus ſunt impoſſibiles habebuntur tres Hyperbolæ *puræ* ſine Ovali decuſſatione vel cuſpide. Et hujus caſus ſpecies ſunt quatuor, nempe decima quarta ſi Hyperbola circumſcripta jacet verſus D &

decima

decima quinta ſi Hyperbola inſcripta jacet verſus D, decima ſexta ſi Hyperbola circumſcripta jacet ſub baſi dδ trianguli Ddδ, & decima ſeptima ſi Hyperbola inſcripta jacet ſub eadem baſi.

Si duæ radices ſunt æquales & tertia ſigni diverſi *Fig.* 24.
figura erit *cruciformis*. Nempe duæ ex tribus Hy- *Fig.* 25.
perbolis ſeinvicem decuſſabunt idq; vel ad verticem trianguli ab Aſymptotis comprehenſi vel ad ejus baſem. Quæ duæ ſpecies ſunt decima octava & decima nona.

Si duæ radices ſunt inæquales & ejuſdem ſigni & tertia eſt ſigni diverſi, duæ habebuntur Hyperbolæ in oppoſitis angulis duarum aſymptotôn cum *Conchoidali* intermedia. Conchoidalis autem vel jace- *Fig.* 27.
bit ad eaſdem partes aſymptoti ſuæ cum triangulo *Fig.* 26.
ab aſymptotis conſtituto, vel ad partes contrarias; & hi duo caſus conſtituunt ſpeciem vigeſimam & vigeſimam primam.

XVII. *Hyperbolæ duæ redundantes cum tribus Diametris.*

Hyperbola redundans quæ habet tres diametros, conſtat ex tribus Hyperbolis in ſinubus aſymptotôn jacentibus, idq; vel ad angulos trianguli ab aſympto-
tis comprehenſi vel ad ejus latera. Caſus prior dat *Fig.* 28.
ſpeciem vigeſimam ſecundam, & poſterior ſpeciem vi- *Fig.* 29.
geſimam tertiam.

XVIII. *Hyperbolæ novem redundantes cum Aſymptotis tribus ad commune punctum convergentibus.*

Si tres aſymptoti in puncto communi ſe mutuo decuſſant, vertuntur ſpecies quinta & ſexta in vigeſimam quartam, ſeptima & octava in vigeſimam quintam, & nona in vigeſimam ſextam ubi Anguinea non tranſit per concurſum aſymptoton, & in vigeſi-
mam ſeptimam ubi tranſit per concurſum illum, quo *Fig.* 30.
caſu termini *b* ac *d* deſunt, & concurſus aſympto- *Fig.* 31. *Fig.* 32.
tôn eſt centrum figuræ ab omnibus ejus partibus *Fig.* 33.

oppoſitis æqualiter diſtans. Et hæ quatuor ſpecies Diametrum non habent.

Fig. 34. *Fig.* 35. *Fig.* 36. *Fig.* 37. Vertuntur etiam ſpecies decima quarta ac decima ſexta in vigeſimam octavam, decima quinta ac decima ſeptima in vigeſimam nonam, decima octava & decima nona in triceſimam, & vigeſima cum vigeſima prima in triceſimam primam. Et hæ ſpecies unicam habent diametrum.

Fig. 38. Ac deniq; ſpecies vigeſima ſecunda & vigeſima tertia vertuntur in ſpeciem triceſimam ſecundam cujus tres ſunt Diametri per concurſum aſymptotôn tranſeuntes. Quæ omnes converſiones facillime intelliguntur faciendo ut triangulum ab aſymptotis comprehenſum diminuatur donec in punctum evaneſcat.

XIX. *Hyperbolæ ſex defectivæ diametrum non habentes.* Si in primo æquationum caſu terminus ax^3 negativus eſt, Figura erit Hyperbola defectiva unicam habens aſymptoton & duo tantum crura Hyperbolica juxta aſymptoton illam in plagas contrarias infinite progredientia. Et aſympotos illa eſt Ordinata prima & principalis AG. Si terminus ey non deeſt figura nullam habebit Diametrum, ſi deeſt habebit unicam. In priori caſu ſpecies ſic enumerantur.

Si æquationis hujus $ax^4 = bx^3 + cxx + dx + \frac{1}{4}ee$, *Fig.* 39. radices omnes $A\pi$, AP, Ap, $A\varpi$, ſunt reales & inæquales, Figura erit Hyperbola anguinea aſymptoton flexu contrario amplexa, cum *Ovali* conjugata. Quæ ſpecies eſt triceſima tertia.

Si radices duæ mediæ AP & Ap æquentur inter *Fig.* 40. ſe, Ovalis & Anguinea junguntur ſeſe decuſſantes in forma *Nodi*. Quæ eſt ſpecies triceſima quarta.

Si

Si tres radices ſunt æquales, Nodus vertetur in *cuſpidem* accutiſſimum in vertice Anguineæ. Et hæc eſt ſpecies triceſima quinta. *Fig.* 41.

Si e tribus radicibus ejuſdem ſigni duæ maximæ A*p* & Aϖ ſibi mutuo æquantur, Ovalis in *punctum* evanuit. Quæ ſpecies eſt triceſima ſexta. *Fig.* 43.

Si radices duæ quævis imaginariæ ſunt, ſola manebit Anguinea *pura* ſine Ovali, decuſſatione, cuſpide vel puncto conjugato. Si Anguinea illa non tranſit pet punctum A ſpecies eſt triceſima ſeptima, ſin tranſit per punctum illud A (id quod contingit ubi termini *b* ac *d* deſunt,) punctum illud A erit centrum figuræ rectas omnes per ipſum ductas & ad Curvam utrinq; terminatas biſecans. Et hæc eſt ſpecies triceſima octava. *Fig.* 42. *Fig.* 43.

XX. *Hyperbolæ ſeptem defectivæ, diametrum habentes.*

In altero caſu ubi terminus *ey* deeſt & propterea figura Diametrum habet, ſi æquationis hujus $ax^3 = bxx + cx + d$ radices omnes AT, At, Aτ, ſunt reales, inæquales & ejuſdem ſigni, figura erit Hyperbola Conchoidalis cum *Ovali* ad convexitatem. Quæ eſt ſpecies triceſima nona. *Fig.* 45.

Si duæ radices ſunt inæquales & ejuſdem ſigni & tertia eſt ſigni contrarii, *Ovalis* jacebit ad concavitatem Conchoidalis. Eſtq; ſpecies quadrageſima. *Fig.* 44.

Si radices duæ minores AT, At, ſunt æquales & tertia Aτ eſt ejuſdem ſigni, Ovalis & Conchoidalis jungentur ſeſe decuſſando in modum *Nodi*. Quæ ſpecies eſt quadrageſima prima. *Fig.* 46.

Si tres radices ſunt æquales, Nodus mutabitur in *Cuſpidem* & figura erit *Ciſſois Veterum*. Et hæc eſt ſpecies quadrageſima ſecunda. *Fig.* 47.

Si

Fig. 49. Si radices duæ majores ſunt æquales, & tertia eſt ejuſdem ſigni, Conchoidalis habebit *punctum* conjugatum ad convexitatem ſuam, eſtq; ſpecies quadrageſima tertia.

Fig. 49. Si radices duæ ſunt æquales & tertia eſt ſigni contrarii Conchoidalis habebit *punctum* conjugatum ad concavitatem ſuam, eſtq; ſpecies quadrageſima quarta.

Fig. 48, 49. Si radices duæ ſunt impoſſibiles habebitur Conchoidalis *pura* ſine Ovali, Nodo, Cuſpide vel puncto conjugato. Quæ ſpecies eſt quadrageſima quinta.

XXI. *Hyperbolæ ſeptem Parabolicæ Diametrum non habentes.*

Siquando in primo æquationum caſu terminus ax^3 deeſt & terminus bxx non deeſt, Figura erit Hyperbola Parabolica duo habens crura Hyperbolica ad unam Aſymptoton SAG & duo Parabolica in plagam unam & eandem convergentia. Si terminus ey non deeſt figura nullam habebit diametrum, ſin deeſt habebit unicam. In priori caſu ſpecies ſunt hæ.

Fig. 50. Si tres radices AP, $A\varpi$, $A\pi$ æquationis hujus $bx^3 + cx^2 + dx + \frac{1}{4}ee = 0$ ſunt inæquales & ejuſdem ſigni, figura conſtabit ex *Ovali* & aliis duabus Curvis quæ partim Hyperbolicæ ſunt & partim Parabolicæ. Nempe crura Parabolica continuo ductu junguntur cruribus Hyperbolicis ſibi proximis. Et hæc eſt ſpecies quadrageſima ſexta.

Fig. 51. Si radices duæ minores ſunt æquales & tertia eſt ejuſdem ſigni, Ovalis & una Curvarum illarum Hyperbolo-Parabolicarum junguntur & ſe decuſſant in formam *Nodi*. Quæ ſpecies eſt quadrageſima ſeptima.

Si

Si tres radices ſunt æquales, Nodus ille in Cuſpidem vertitur. Eſtq; ſpecies quadrageſima octava. *Fig.* 52.

Si radices duæ majores ſunt æquales & tertia eſt ejuſdem ſigni, Ovalis in *punctum* conjugatum evanuit. Quæ ſpecies eſt quadrageſima nona. *Fig.* 53.

Si duæ radices ſunt impoſſibiles, manebunt *puræ* illæ duæ curvæ Hyperbolo-parabolicæ ſine Ovali, decuſſatione, cuſpide vel puncto conjugato, & ſpeciem quinquageſimam conſtituent. *Fig.* 53, 54.

Si radices duæ ſunt æquales & tertia eſt ſigni contrarii, Curvæ illæ hyperbolo-parabolicæ junguntur ſeſe decuſſando in morem crucis. Eſtq; ſpecies quinquageſima prima. *Fig.* 55.

Si radices duæ ſunt inæquales & ejuſdem ſigni & tertia eſt ſigni contrarii, figura evadet Hyperbola anguinea circa Aſymptoton A G, cum Parabola conjugata. Et hæc eſt ſpecies quinquageſima ſecunda. *Fig.* 56.

XXII. *Hyperbolæ quatuor Parabolicæ Diametrum habentes.*

In altero caſu ubi terminus ey deeſt & figura Diametrum habet, ſi duæ radices æquationis hujus $bxx+cx+d=0$ ſunt impoſſibiles, duæ habentur figuræ hyperbolo-parabolicæ a Diametro AB hinc inde æqualiter diſtantes. Quæ ſpecies eſt quinquageſima tertia. *Fig.* 57.

Si æquationis illius radices duæ ſunt impoſſibiles, Figuræ hyperbolo-parabolicæ junguntur ſeſe decuſſantes in morem crucis, & ſpeciem quinquageſimam quartam conſtituunt. *Fig.* 58.

Si radices illæ ſunt inæquales & ejuſdem ſigni, habetur Hyperbola Conchoidalis cum Parabola ex eodem latere Aſymptoti. Eſtq; ſpecies quinquageſima quinta. *Fig.* 59.

Fig. 60. Si radices illæ ſunt ſigni contrarii, habetur Conchoidalis cum Parabola ad alteras partes Aſymptoti. Quæ ſpecies eſt quinquageſima ſexta.

XXIII. *Quatuor Hyperboliſmi Hyperbolæ.* Siquando in primo æquationum caſu terminus uterq; ax^3 & bxx deeſt, figura erit Hyperboliſmus ſectionis alicujus Conicæ. Hyperboliſmum figuræ voco cujus Ordinata prodit applicando contentum ſub Ordinata figuræ illius & recta data ad Abſciſſam communem. Hac ratione linea recta vertitur in hyperbolam Conicam, & ſectio omnis Conica vertitur in aliquam figurarum quas hic Hyperboliſmos ſectionum Conicarum voco. Nam æquatio ad figuras de quibus agimus, nempe $xyy + ey = cx + d$, dat $y = \frac{e \pm \sqrt{ee + 4dx + 4cxx}}{2x}$ quæ generatur applicando contentum ſub Ordinata ſectionis Conicæ $\frac{e \pm \sqrt{ee + 4dx + 4cxx}}{2m}$ & recta data m, ad curvarum Abſciſſam communem x. Unde liquet quod figura genita Hyperboliſmus erit Hyperbolæ, Ellipſeos vel Parabolæ, perinde ut terminus cx affirmativus eſt vel negativus vel nullus.

Hyperboliſmus Hyperbolæ tres habet aſymptotos quarum una eſt Ordinata prima & principalis A d, alteræ duæ ſunt parallelæ Abſciſſæ AB ab eadem hinc inde æqualiter diſtant. In Ordinata principali A d cape A d, A δ hinc inde æquales quantitati $\sqrt{c}$ & per puncta d ac δ age dg, $\delta\gamma$ Aſymptotos Abſciſſæ AB parallelas.

Ubi terminus ey non deeſt figura nullam habet diametrum. In hoc caſu ſi æquationis hujus $cxx + dx + \frac{1}{4}ee = 0$ radices duæ AP, Ap ſunt reales &

& inæquales (nam æquales eſſe nequeunt niſi figura *Fig.* 61.
ſit Conica ſectio) figura conſtabit ex tribus Hyperbolis ſibi oppoſitis quarum una jacet inter aſymptotos parallelas & alteræ duæ jacent extra. Et hæc eſt ſpecies quinquageſima ſeptima.

Si radices illæ duæ ſunt impoſſibiles, habentur Hyperbolæ duæ oppoſitæ extra aſymptotos parallelas & Anguinea hyperbolica intra eaſdem. Hæc figura duarum eſt ſpecierum. Nam centrum non habet *Fig.* 62.
ubi terminus *d* non deeſt; ſed ſi terminus ille deeſt *Fig.* 63.
punctum A eſt ejus centrum. Prior ſpecies eſt quinquageſima octava, poſterior quinquageſima nona.

Quod ſi terminus *ey* deeſt, figura conſtabit ex *Fig.* 64.
tribus hyperbolis oppoſitis quarum una jacet inter aſymptotos parallelas & alteræ duæ jacent extra ut in ſpecie quinquageſima quarta, & præterea diametrum habet quæ eſt abſciſſa A B. Et hæc eſt ſpecies ſexageſima.

Hyperboliſmus Ellipſeos per hanc æquationem de- XXIV.
finitur $xyy + ey = cx + d$, & unicam habet aſymp- *Tres Hyperboliſmi Ellipſeos.*
toton quæ eſt Ordinata principalis A d. Si terminus *Fig.* 65.
ey non deeſt, figura eſt Hyperbola anguinea ſine diametro atq; etiam ſine centro ſi terminus *d* non deeſt. Quæ ſpecies eſt ſexageſima prima.

At ſi terminus *d* deeſt, figura habet centrum ſine *Fig.* 66.
diametro & centrum ejus eſt punctum A. Species vero eſt ſexageſima ſecunda.

Et ſi terminus *ey* deeſt, & terminus *d* non deeſt, *Fig.* 67.
figura eſt Conchoidalis ad aſymptoton A G, habetq; diametrum ſine centro, & diameter ejus eſt Abſciſſa A B. Quæ ſpecies eſt ſexageſima tertia.

Hyper-

XXV.
Duo Hyperboliſmi Parabolæ.
Fig. 68.
Fig. 69.

Hyperboliſmus Parabolæ per hanc æquationem definitur $xyy + ey = d$; & duas habet aſymptotos, Abſciſſam AB & Ordinatam primam & principalem AG. Hyperbolæ vero in hac figura ſunt duæ, non in aſymptoton angulis oppoſitis ſed in angulis qui ſunt deinceps jacentes, idq; ad utrumq; latus abſciſſæ AB, & vel ſine diametro ſi terminus ey habetur, vel cum diametro ſi terminus ille deeſt. Quæ duæ ſpecies ſunt ſexageſima quarta & ſexageſima quinta.

XXVI.
Tridens.
Fig. 76.

In ſecundo æquationum caſu habebatur æquatio $xy = ax^3 + bxx + cx + d$. Et figura in hoc caſu habet quatuor crura infinita quorum duo ſunt hyperbolica circa aſymptoton AG in contrarias partes tendentia & duo Parabolica convergentia & cum prioribus ſpeciem Tridentis fere efformantia. Eſtq; hæc Figura Parabola illa per quam Carteſius æquationes ſex dimenſionum conſtruxit. Hæc eſt igitur ſpecies ſexageſima ſexta.

XXVII.
Parabola quinque divergentes.

In tertio caſu æquatio erat $yy = ax^3 + bxx + cx + d$, & Parabolam deſignat cujus crura divergunt ab invicem & in contrarias partes infinite progrediuntur. Abſciſſa AB eſt ejus diameter & ſpecies ejus ſunt quinq; ſequentes.

Fig. 70, 71.

Si æquationis $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ radices omnes $A\tau$, AT, At ſunt reales & inæquales, figura eſt Parabola divergens campaniformis cum *Ovali* ad verticem. Et ſpecies eſt ſexageſima ſeptima.

Fig. 72.
Fig. 73.

Si radices duæ ſunt æquales, Parabola prodit vel *nodata* contingendo Ovalem, vel *punctata* ob Ovalem infinite parvam. Quæ duæ ſpecies ſunt ſexageſima octava & ſexageſima nona.

Si

Si tres radices ſunt æquales Parabola erit *cuſpidata* in vertice. Et hæc eſt Parabola *Neiliana* quæ vulgo *ſemicubica* dicitur. *Fig.* 75.

Si radices duæ ſunt impoſſibiles, habetur Parabola *pura* campaniformis ſpeciem ſeptuageſimam primam conſtituens. *Fig.* 73, 74.

XXVIII. *Parabola cubica. Fig.* 77.

In quarto caſu æquatio erat $y = ax^3 + bxx + cx + d$, & hæc æquatio Parabolam deſignat quæ crura habet contraria & *cubica* dici ſolet. Et ſic ſpecies omnino ſunt ſeptuaginta duæ.

XXIX. *Geneſis Curvarum per Umbras.*

Si in planum infinitum a puncto lucido illuminatum umbræ figurarum projiciantur, umbræ ſectionum Conicarum ſemper erunt ſectiones Conicæ, eæ Curvarum ſecundi generis ſemper erunt Curvæ ſecundi generis, eæ curvarum tertii generis ſemper erunt Curvæ tertii generis, & ſic deinceps in infinitum. Et quemadmodum Circulus umbram projiciendo generat ſectiones omnes conicas, ſic Parabolæ quinq; divergentes umbris ſuis generant & exhibent alias omnes ſecundi generis curvas, & ſic Curvæ quædam ſimpliciores aliorum generum inveniri poſſunt quæ alias omnes eorundem generum curvas umbris ſuis a puncto lucido in planum projectis formabunt.

XXX. *Curvarum puncta duplicia.*

Diximus Curvas ſecundi generis a linea recta in punctis tribus ſecari poſſe. Horum duo nonnunquam coincidunt. Ut cum recta per Ovalem infinite parvam tranſit vel per concurſum duarum partium Curvæ ſe mutuo ſecantium vel in cuſpidem coeuntium ducitur. Et ſiquando rectæ omnes in

 plagam

plagam cruris alicujus infiniti tendentes Curvam in unico tantum puncto ſecant (ut fit in ordinatis Parabolæ Carteſianæ & Parabolæ cubicæ, nec non in rectis Abſciſſæ Hyperboliſmorum Hyperbolæ & Parabolæ parallelis) concipiendum eſt quod rectæ illæ per alia duo Curvæ puncta ad infinitam diſtantiam ſita (ut ita dicam) tranſeunt. Hujuſmodi interſectiones duas coincidentes ſive ad finitam ſint diſtantiam ſive ad infinitam, vocabimus punctum duplex. Curvæ autem quæ habent punctum duplex deſcribi poſſunt per ſequentia Theoremata.

XXXI. *Theoremata de Curvarum deſcriptione organica.* *Fig.* 78.

1. Si anguli duo magnitudine dati PAD, PBD circa polos poſitione datos A, B rotentur, & eorum crura AP, BP concurſu ſuo P percurrant lineam rectam; crura duo reliqua AD, BD concurſu ſuo D deſcribent ſectionem Conicam per polos A, B tranſeuntem: præterquam ubi linea illa recta tranſit per polorum alterutrum A vel B, vel anguli BAD, ABD ſimul evaneſcunt, quibus in caſibus punctum D deſcribet lineam rectam.

2. Si crura prima AP, BP concurſu ſuo P percurrant ſectionem Conicam per polum alterutrum A tranſeuntem, crura duo reliqua AD, BD concurſu ſuo D deſcribent Curvam ſecundi generis per polum alterum B tranſeuntem & punctum duplex habentem in polo primo A per quem ſectio Conica tranſit: præterquam ubi anguli BAD, ABD ſimul evaneſcunt, quo caſu punctum

ctum D deſcribet aliam ſectionem Conicam per polum A tranſeuntem.

3. At ſi ſectio Conica quam punctum P percurrit tranſeat per neutrum polorum A, B, punctum D deſcribet curvam ſecundi vel tertii generis punctum duplex habentem. Et punctum illud duplex in concurſu crurum deſcribentium, AD, BD invenietur ubi anguli BAP, ABP ſimul evaneſcunt. Curva autem deſcripta ſecundi erit generis ſi anguli BAD, ABD ſimul evaneſcunt, alias erit tertii generis & alia duo habebit puncta duplicia in polis A & B.

XXXII. *Sectionum Conicarum deſcriptio per data quinque puncta.*

Jam ſectio Conica determinatur ex datis ejus punctis quinque & per eadem ſic deſcribi poteſt. Dentur ejus puncta quinque A, B, C, D, E. Jungantur eorum tria quævis A, B, C & trianguli ABC rotentur anguli duo quivis CAB, CBA circa vertices ſuos A & B, & ubi crurum AC, BC interſectio C ſucceſſive applicatur ad puncta duo reliqua D, E, incidat interſectio crurum reliquorum AB & BA in puncta P & Q. Agatur & infinite producatur recta PQ, & anguli mobiles ita rotentur ut interſectio crurum AB, BA percurrat rectam PQ, & crurum reliquorum interſectio C deſcribet propoſitam ſectionem Conicam per Theorema primum.

XXXIII. *Curvarum ſecundi generis punctum duplex habentium deſcriptio per data ſeptem puncta.*

Curvæ omnes ſecundi generis punctum duplex habentes determinantur ex datis earum punctis ſeptem quorum unum eſt punctum illud duplex,

&

& per eadem puncta ſic deſcribi poſſunt. Dentur Curvæ deſcribendæ puncta quælibet ſeptem A, B, C, D, E, F, G quorum A eſt punctum duplex. Jungantur punctum A & alia duo quævis e punctis puta B & C; & trianguli ABC rotetur tum angulus CAB circa verticem ſuum A, tum angulorum reliquorum alteruter ABC circa verticem ſuum B. Et ubi crurum AC, BC concurſus C ſucceſſive applicatur ad puncta quatuor reliqua D, E, F, G incidat concurſus crurum reliquorum AB & BA in puncta quatuor P, Q, R, S. Per puncta illa quatuor & quintum A deſcribatur ſectio Conica, & anguli præfati CAB, CBA ita rotentur ut crurum AB, BA concurſus percurrat ſectionem illam Conicam, & concurſus reliquorum crurum AC, BC deſcribet Curvam propoſitam per Theorema ſecundum.

Si vice puncti C datur poſitione recta BC quæ Curvam deſcribendam tangit in B, lineæ AD, AP coincident, & vice anguli DAP habebitur linea recta circa polum A rotanda.

Si punctum duplex A infinite diſtat debebit Recta ad plagam puncti illius perpetuo dirigi & motu parallelo ferri interea dum angulus ABC circa polum B rotatur.

Deſcribi etiam poſſunt hæ curvæ paulo aliter per Theorema tertium, ſed deſcriptionem ſimpliciorem poſuiſſe ſufficit.

Eadem methodo Curvas tertii, quarti & ſuperiorum generum deſcribere licet, non omnes quidem ſed quotquot ratione aliqua commoda per motum localem deſcribi poſſunt. Nam curvam aliquam

ſecundi

ſecundi vel ſuperioris generis punctum duplex non habentem commode deſcribere Problema eſt inter difficiliora numerandum.

Curvarum uſus in Geometria eſt ut per earum interſectiones Problemata ſolvantur. Proponatur æquatio conſtruenda dimenſionum novem $x^9 \; * + bx^7 + cx^6 + dx^5 + ex^4 + \begin{smallmatrix} +f \\ +m \end{smallmatrix} x^3 + gxx + hx + k = 0$. Ubi XXXIV. *Conſtructio æquationum per deſcriptionem Curvarum.*

b, c, d, &c. ſignificant quantitates quaſvis datas ſignis ſuis $+$ & $-$ affectas. Aſſumatur æquatio ad Parabolam cubicam $x^3 = y$, & æquatio prior, ſcribendo y pro x^3, evadet $y^3 + bxyy + cyy + dxxy + exy + my + fx^3 + gxx + hx + k = 0$, æquatio ad Curvam aliam ſecundi generis. Ubi m vel f deeſſe poteſt vel pro lubitu aſſumi. Et per harum Curvarum deſcriptiones & interſectiones dabuntur radices æquationis conſtruendæ. Parabolam cubicam ſemel deſcribere ſufficit.

Si æquatio conſtruenda per defectum duorum terminorum ultimorum hx & k reducatur ad ſeptem dimenſiones, Curva altera delendo m, habebit punctum duplex in principio Abſciſſæ, & inde facile deſcribi poteſt ut ſupra.

Si æquatio conſtruenda per defectum terminorum trium ultimorum $gxx + hx + k$ reducatur ad ſex dimenſiones, Curva altera delendo f evadet ſectio Conica.

Et ſi per defectum ſex ultimorum terminorum æquatio conſtruenda reducatur ad tres demenſiones, incidetur in conſtructionem *Walliſianiam* per Parabolam cubicam & lineam rectam.

Conſtrui etiam poſſunt æquationes per Hyperboliſmum Parabolæ cum diametro. Ut ſi conſtruenda ſit hæc æquatio dimenſionum novem termino penultimo carens,

$$\begin{array}{l} a + cxx + dx^3 + ex^4 + fx^5 + \begin{array}{l} +gx^6 \\ +m \end{array} + hx^7 + kx^8 + lx^9 = 0 \end{array}$$

; aſſumatur æquatio ad Hyperboliſmum illum $xxy = 1$, & ſcribendo y pro $\frac{1}{xx}$, æquatio conſtruenda vertetur in hanc $ay^3 + cyy + dxyy + ey + fxy + mxxy + g + hx + kxx + lx^3 = 0$, quæ curvam ſecundi generis deſignat cujus deſcriptione Problema ſolvetur. Et quantitatum m ac g alterutra hic deeſſe poteſt, vel pro lubitu aſſumi.

Per Parabolam cubicam & Curvas tertii generis conſtruuntur etiam æquationes omnes dimenſionum non pluſquam duodecim, & per eandem Parabolam & curvas quarti generis conſtruuntur omnes dimenſionum non pluſquam quindecim, Et ſic deinceps in infinitum. Et curvæ illæ tertii, quarti & ſuperiorum generum deſcribi ſemper poſſunt inveniendo eorum puncta per Geometriam planam. Ut ſi conſtruenda ſit æquatio $x^{12} * + ax^{10} + bx^9 + cx^8 + dx^7 + ex^6 + fx^5 + gx^4 + hx^3 + ixx + kx + l = 0$, & deſcripta habeatur Parabola Cubica ; ſit æquatio ad Parabolam illam cubicam $x^3 = y$, & ſcribendo y pro x^3 æquatio conſtruenda vertetur in hanc

$$\begin{array}{lllll} y^4 & + axy^3 & + cxxyy & + fxxy & + ixx = 0 \\ & + b & + dx & + gx & + kx \\ & & + e & + h & + l \end{array}$$

, quæ eſt æquatio ad Curvam tertii generis cujus deſcriptione Problema ſolvetur. Deſcribi autem poteſt hæc Curva inveniendo ejus puncta per Geometriam planam, propterea quod indeterminata quantitas x non niſi ad duas dimenſiones aſcendit.

FINIS.

TRACTATUS

DE

Quadratura Curvarum.

Conſtrui etiam poſſunt æquationes per Hyperboliſmum Parabolæ cum diametro. Ut ſi conſtruenda ſit hæc æquatio dimenſionum novem termino penultimo carens, $a + cxx + dx^3 + ex^4 + fx^5 + gx^6 + \begin{array}{l} hx^7 \\ +m \end{array} + kx^8 + lx^9 = 0$; aſſumatur æquatio ad Hyperboliſmum illum $xxy = 1$, & ſcribendo y pro $\frac{1}{xx}$, æquatio conſtruenda vertetur in hanc $ay^3 + cyy + dxyy + ey + fxy + mxxy + g + hx + kxx + lx^3 = 0$, quæ curvam ſecundi generis deſignat cujus deſcriptione Problema ſolvetur. Et quantitatum m ac g alterutra hic deeſſe poteſt, vel pro lubitu aſſumi.

Per Parabolam cubicam & Curvas tertii generis conſtruuntur etiam æquationes omnes dimenſionum non pluſquam duodecim, & per eandem Parabolam & curvas quarti generis conſtruuntur omnes dimenſionum non pluſquam quindecim, Et ſic deinceps in infinitum. Et curvæ illæ tertii, quarti & ſuperiorum generum deſcribi ſemper poſſunt inveniendo eorum puncta per Geometriam planam. Ut ſi conſtruenda ſit æquatio $x^{12} * + ax^{10} + bx^9 + cx^8 + dx^7 + ex^6 + fx^5 + gx^4 + hx^3 + ixx + kx + l = 0$, & deſcripta habeatur Parabola Cubica; ſit æquatio ad Parabolam illam cubicam $x^3 = y$, & ſcribendo y pro x^3 æquatio conſtruenda vertetur in hanc

$$y^4 \begin{array}{l} + axy^3 \\ + b \end{array} \begin{array}{l} + cxxyy \\ + dx \\ + e \end{array} \begin{array}{l} + fxxy \\ + gx \\ + h \end{array} \begin{array}{l} + ixx = 0, \\ + kx \\ + l \end{array}$$

quæ eſt æquatio ad Curvam tertii generis cujus deſcriptione Problema ſolvetur. Deſcribi autem poteſt hæc Curva inveniendo ejus puncta per Geometriam planam, propterea quod indeterminata quantitas x non niſi ad duas dimenſiones aſcendit.

FINIS.

TRACTATUS

DE

Quadratura Curvarum.

Conſtrui etiam poſſunt æquationes per Hyperboliſmum Parabolæ cum diametro. Ut ſi conſtruenda ſit hæc æquatio dimenſionum novem termino penultimo carens, $a + cxx + dx^3 + ex^4 + fx^5 + gx^6 \begin{array}{l} +hx^7 \\ +m \end{array} + kx^8 + lx^9 = 0$; aſſumatur æquatio ad Hyperboliſmum illum $xxy = 1$, & ſcribendo y pro $\frac{1}{xx}$, æquatio conſtruenda vertetur in hanc $ay^3 + cyy + dxyy + ey + fxy + mxxy + g + hx + kxx + lx^3 = 0$, quæ curvam ſecundi generis deſignat cujus deſcriptione Problema ſolvetur. Et quantitatum m ac g alterutra hic deeſſe poteſt, vel pro lubitu aſſumi.

Per Parabolam cubicam & Curvas tertii generis conſtruuntur etiam æquationes omnes dimenſionum non pluſquam duodecim, & per eandem Parabolam & curvas quarti generis conſtruuntur omnes dimenſionum non pluſquam quindecim, Et ſic deinceps in infinitum. Et curvæ illæ tertii, quarti & ſuperiorum generum deſcribi ſemper poſſunt inveniendo eorum puncta per Geometriam planam. Ut ſi conſtruenda ſit æquatio $x^{12} * + ax^{10} + bx^9 + cx^8 + dx^7 + ex^6 + fx^5 + gx^4 + hx^3 + ixx + kx + l = 0$, & deſcripta habeatur Parabola Cubica ; ſit æquatio ad Parabolam illam cubicam $x^3 = y$, & ſcribendo y pro x^3 æquatio conſtruenda vertetur in hanc

$$y^4 \begin{array}{l} +ax \\ +b \end{array} y^3 \begin{array}{l} +cxx \\ +dx \\ +e \end{array} yy \begin{array}{l} +fxx \\ +gx \\ +h \end{array} y \begin{array}{l} +ixx \\ +kx \\ +l \end{array} = 0,$$

quæ eſt æquatio ad Curvam tertii generis cujus deſcriptione Problema ſolvetur. Deſcribi autem poteſt hæc Curva inveniendo ejus puncta per Geometriam planam, propterea quod indeterminata quantitas x non niſi ad duas dimenſiones aſcendit.

FINIS.

TRACTATUS

DE

Quadratura Curvarum.

INTRODUCTIO.

Quantitates Mathematicas non ut ex partibus quam minimis conſtantes, ſed ut motu continuo deſcriptas hic conſidero. Lineæ deſcribuntur ac deſcribendo generantur non per appoſitionem partium ſed per motum continuum punctorum, ſuperficies per motum linearum, ſolida per motum ſuperficierum, anguli per rotationem laterum, tempora per fluxum continuum, & ſic in cæteris. Hæ Geneſes in rerum natura locum vere habent & in motu corporum quotidie cernuntur. Et ad hunc modum Veteres ducendo rectas mobiles in longitudinem rectarum immobilium geneſin docuerunt rectangulorum.

Conſiderando igitur quod quantitates æqualibus temporibus creſcentes & creſcendo genitæ, pro velocitate majori vel minori qua creſcunt ac generantur, evadunt majores vel minores; methodum quærebam determinandi quantitates ex velocitalibus motuum

vel incrementorum quibus generantur; & has motuum vel incrementorum velocitates nominando *Fluxiones* & quantitates genitas nominando *Fluentes*, incidi paulatim *Annis* 1665 & 1666 in Methodum Fluxionum qua hic uſus ſum in Quadratura Curvarum.

Fluxiones ſunt quam proxime ut Fluentium augmenta æqualibus temporis particulis quam minimis genita, &, ut accurate loquar, ſunt in prima ratione augmentorum naſcentium; exponi autem poſſunt per lineas quaſcunq; quæ ſunt ipſis proportionales. Ut
Fig. 1. ſi areæ ABC, ABDG Ordinatis BC, BD ſuper baſi AB uniformi cum motu progredientibus deſcribantur, harum arearum fluxiones erunt inter ſe ut Ordinatæ deſcribentes BC & BD, & per Ordinatas illas exponi poſſunt, propterea quod Ordinatæ illæ ſunt ut arearum augmenta naſcentia. Progrediatur Ordinata BC de loco ſuo BC in locum quemvis novum bc. Compleatur parallelogrammum BCEb, ac ducatur recta VTH quæ Curvam tangat in C ipſiſq; bc & BA productis occurrat in T & V: & Abſciſſæ AB, Ordinatæ BC, & Lineæ Curvæ ACc augmenta modo genita erunt Bb, Ec & Cc; & in horum augmentorum naſcentium ratione prima ſunt latera trianguli CET, ideoq; fluxiones ipſarum AB, BC & AC ſunt ut trianguli illius CET latera CE, ET & CT & per eadem latera exponi poſſunt, vel quod perinde eſt per latera trianguli conſimilis VBC.

Eodem recidit ſi ſumantur fluxiones in ultima ratione partium evaneſcentium. Agatur recta Cc & producatur eadem ad K. Redeat Ordinata bc in locum ſuum priorem BC, & coeuntibus punctis

C &

C & c, recta CK coincidet cum tangente CH, & triangulum evaneſcens CEc in ultima ſua forma evadet ſimile triangulo CET, & ejus latera evaneſcentia CE, Ec & Cc erunt ultimo inter ſe ut ſunt trianguli alterius CET latera CE, ET & CT, & propterea in hac ratione ſunt fluxiones linearum AB, BC & AC. Si puncta C & c parvo quovis intervallo ab invicem diſtant recta CK parvo intervallo a tangente CH diſtabit. Ut recta CK cum tangente CH coincidat & rationes ultimæ linearum CE, Ec & Cc inveniantur, debent puncta C & c coire & omnino coincidere. Errores quam minimi in rebus mathematicis non ſunt contemnendi.

Simili argumento ſi circulus centro B radio BC deſcriptus in longitudinem Abſciſſæ AB ad angulos rectos uniformi cum motu ducatur, fluxio ſolidi geniti ABC erit ut circulus ille generans, & fluxio ſuperficiei ejus erit ut perimeter Circuli illius & fluxio lineæ curvæ AC conjunctim. Nam quo tempore ſolidum ABC generatur ducendo circulum illum in longitudinem Abſciſſæ AB, eodem ſuperficies ejus generatur ducendo perimetrum circuli illius in longitudinem Curvæ AC. Hujus methodi accipe etiam exempla quæ ſequuntur.

Recta PB circa polum datum P revolvens ſecet aliam Fig. 2. *poſitione datam rectam AB: quæritur proportio fluxionum rectarum illarum AB & PB.* Progrediatur recta PB de loco ſuo PB in locum novum Pb. In Pb capiatur PC ipſi PB æqualis, & ad AB ducatur PD ſic, ut angulus bPD æqualis ſit angulo bBC; & ob ſimilitudinem triangulorum bBC, bPD erit augmentum Bb ad augmentum Cb ut Pb ad Db.

Redeat

Redeat jam P b in locum ſuum priorem P B ut augmenta illa evaneſcant, & evaneſcentium ratio ultima, id eſt ratio ultima P b ad D b, ea erit quæ eſt P B ad D B, exiſtente angulo P D B recto, & propterea in hac ratione eſt fluxio ipſius A B ad fluxionem ipſius P B.

Fig. 3. *Recta P B circa datum Polum P revolvens ſecet alias duas poſitione datas rectas A B & A E in B & E: quæritur proportio fluxionum rectarum illarum A B & A E.* Progrediatur recta revolvens P B de loco ſuo P B in locum novum P b rectas A B, A E in punctis b & e ſecantem, & rectæ A E parallela B C ducatur ipſi P b occurrens in C, & erit B b ad B C ut A b ad A e, & B C ad E e ut P B ad P E, & conjunctis rationibus B b ad E e ut A b × P B ad A e × P E. Redeat jam linea P b in locum ſuum priorem P B, & augmentum evaneſcens B b erit ad augmentum evaneſcens E e ut A B × P B ad A E × P E, ideoq; in hac ratione eſt fluxio rectæ A B ad fluxionem rectæ A E.

Hinc ſi recta revolvens P B lineas quaſvis Curvas poſitione datas ſecet in punctis B & E, & rectæ jam mobiles A B, A E Curvas illas tangant in Sectionum punctis B & E: erit fluxio Curvæ quam recta A B tangit ad fluxionem Curvæ quam recta A E tangit ut A B × P B ad A E × P E. Id quod etiam eveniet ſi recta P B Curvam aliquam poſitione datam perpetuo tangat in puncto mobili P.

Fluat quantitas x uniformiter & invenienda ſit fluxio quantitatis x^n. Quo tempore quantitas x fluendo evadit $x+o$, quantitas x^n evadet $\overline{x+o}|^n$, id eſt per methodum ſerierum infinitarum, $x^n + nox^{n-1}$

+

$+\frac{nn-n}{2}oox^{n-2}+$ &c. Et augmenta o & $nox^{n-1}+\frac{nn-n}{2}oox^{n-2}$ + &c. ſunt ad invicem ut 1 & $nx^{n-1}+\frac{nn-n}{2}ox^{n-2}+$ &c. Evaneſcant jam augmenta illa, & eorum ratio ultima erit 1 ad nx^{n-1}: ideoq; fluxio quantitatis x eſt ad fluxionem quantitatis x^n ut 1 ad nx^{n-1}.

Similibus argumentis per methodum rationum primarum & ultimarum colligi poſſunt fluxiones linearum ſeu rectarum ſeu curvarum in caſibus quibuſcunque, ut & fluxiones ſuperficierum, angulorum & aliarum quantitatum. In finitis autem quantitatibus Analyſin ſic inſtituere, & finitarum naſcentium vel evaneſcentium rationes primas vel ultimas inveſtigare, conſonum eſt Geometriæ Veterum: & volui oſtendere quod in Methodo Fluxionum non opus ſit figuras infinite parvas in Geometriam introducere. Peragi tamen poteſt Analyſis in figuris quibuſcunq; ſeu finitis ſeu infinite parvis quæ figuris evaneſcentibus finguntur ſimiles, ut & in figuris quæ per Methodos Indiviſibilium pro infinite parvis haberi ſolent, modo caute procedas.

Ex Fluxionibus invenire Fluentes Problema difficilius eſt, & ſolutionis primus gradus æquipollet Quadraturæ Curvarum; de qua ſequentia olim ſcripſi.

TRACTATUS DE Quadratura Curvarum.

QUantitates indeterminatas ut motu perpetuo creſcentes vel decreſcentes, id eſt ut fluentes vel defluentes in ſequentibus conſidero, deſignoq; literis z, y, x, v, & earum fluxiones ſeu celeritates creſcendi noto iiſdem literis punctatis $\dot{z}$, $\dot{y}$, $\dot{x}$, $\dot{v}$. Sunt & harum fluxionum fluxiones ſeu mutationes magis aut minus celeres quas ipſarum z, y, x, v fluxiones ſecundas nominare licet & ſic deſignare $\ddot{z}$, $\ddot{y}$, $\ddot{x}$, $\ddot{v}$, & harum fluxiones primas ſeu ipſarum z, y, x, v fluxiones tertias ſic $\dddot{z}$, $\dddot{y}$, $\dddot{x}$, $\dddot{v}$, & quartas ſic $\ddddot{z}$, $\ddddot{y}$, $\ddddot{x}$, $\ddddot{v}$. Et quemadmodum $\dddot{z}$, $\dddot{y}$, $\dddot{x}$, $\dddot{v}$ ſunt fluxiones quantitatum $\ddot{z}$, $\ddot{y}$, $\ddot{x}$, $\ddot{v}$, & hæ ſunt fluxiones quantitatum $\dot{z}$, $\dot{y}$, $\dot{x}$, $\dot{v}$ & hæ ſunt fluxiones quantitatum primarum z, y, x, v: ſic hæ quantitates conſiderari poſſunt ut fluxiones aliarum quas ſic deſignabo,

$\acute{z}$,

$\overset{\prime}{z}$, $\overset{\prime}{y}$, $\overset{\prime}{x}$, $\overset{\prime}{v}$, & hæ ut fluxiones aliarum $\overset{\prime\prime}{z}$, $\overset{\prime\prime}{y}$, $\overset{\prime\prime}{x}$, $\overset{\prime\prime}{v}$, & hæ ut fluxiones aliarum $\overset{\prime\prime\prime}{z}$, $\overset{\prime\prime\prime}{y}$, $\overset{\prime\prime\prime}{x}$, $\overset{\prime\prime\prime}{v}$. Deſignant igitur $\overset{\prime\prime}{z}$, $\overset{\prime}{z}$, z, $\dot{z}$, $\ddot{z}$, $\dddot{z}$, $\ddddot{z}$, $\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{z}$ *&c.* ſeriem quantitatum quarum quælibet poſterior eſt fluxio præcedentis & quælibet prior eſt fluens quantitas fluxionem habens ſubſequentem. Similis eſt ſeries $\overset{\prime\prime}{\sqrt{az-zz}}$, $\overset{\prime}{\sqrt{az-zz}}$, $\sqrt{az-zz}$, $\dot{\sqrt{az-zz}}$, $\ddot{\sqrt{az-zz}}$, $\dddot{\sqrt{az-zz}}$, ut & ſeries $\overset{\prime\prime}{\frac{az+z^2}{a-z}}$, $\overset{\prime}{\frac{az+z^2}{a-z}}$, $\frac{az+z^2}{a-z}$, $\dot{\frac{az+z^2}{a-z}}$, $\ddot{\frac{az+z^2}{a-z}}$, $\dddot{\frac{az+z^2}{a-z}}$. Et notandum eſt quod quantitas quælibet prior in his ſeriebus eſt ut area figuræ curvilineæ cujus ordinatim applicata rectangula eſt quantitas poſterior & abſciſſa eſt z: uti $\overset{\prime}{\sqrt{az-zz}}$ area curvæ cujus ordinata eſt $\sqrt{az-zz}$ & abſciſſa z. Quo autem ſpectant hæc omnia patebit in Propoſitionibus quæ ſequuntur.

PROP.

PROP. I. PROB. I.

Data æquatione quotcunq; fluentes quantitates involvente, invenire fluxiones.

Solutio.

Multiplicetur omnis æquationis terminus per indicem dignitatis quantitatis cujuſq; fluentis quam involvit, & in ſingulis multiplicationibus mutetur dignitatis latus in fluxionem ſuam, & aggregatum factorum omnium ſub propriis ſignis erit æquatio nova.

Explicatio.

Sunto a, b, c, d *&c.* quantitates determinatæ & immutabiles, & proponatur æquatio quævis quantitates fluentes x, y, z *&c.* involvens, uti $x^3 - xyy + aaz - b^3 = 0$. Multiplicentur termini primo per indices dignitatum x, & in ſingulis multiplicationibus pro dignitatis latere, ſeu x unius dimenſionis, ſcribatur $\dot{x}$, & ſumma factorum erit $3\dot{x}x^2 - \dot{x}yy$. Idem fiat in y & prodibit $-2x\dot{y}y$. Idem fiat in z & prodibit $aa\dot{z}$. Ponatur ſumma factorum æqualis nihilo, & habebitur æquatio $3\dot{x}x^2 - \dot{x}yy - 2xy\dot{y} + aa\dot{z} = 0$. Dico quod hac æquatione definitur relatio fluxionum.

De-

Demonſtratio.

Nam ſit o quantitas admodum parva & ſunto $o\dot{z}$ $o\dot{y}$ $o\dot{x}$, quantitatum z, y, x momenta id eſt incrementa momentanea ſynchrona. Et ſi quantitates fluentes jam ſunt z, y & x, hæ poſt momentum temporis incrementis ſuis $o\dot{z}$, $o\dot{y}$, $o\dot{x}$, auctæ evadent $z+o\dot{z}$, $y+o\dot{y}$, $x+o\dot{x}$, quæ in æquatione prima pro z, y & x ſcriptæ dant æquationem $x^3 + 3xxo\dot{x} + 3xoo\dot{x}\dot{x} + o^3\dot{x}^3 - xyy - o\dot{x}yy - 2xo\dot{y}y - 2\dot{x}oo\dot{y}y - xoo\dot{y}\dot{y} - \dot{x}o^3\dot{y}\dot{y} + aaz + aao\dot{z} - b3 = o$. Subducatur æquatio prior, & reſiduum diviſum per o erit $3\dot{x}x^2 + 3\dot{x}\dot{x}ox + \dot{x}^3oo - \dot{x}yy - 2x\dot{y}y - 2\dot{x}o\dot{y}y - xo\dot{y}\dot{y} - xoo\dot{y}\dot{y} + aa\dot{z} = o$. Minuatur quantitas o in infinitum, & neglectis terminis evaneſcentibus reſtabit $3\dot{x}x^2 - \dot{x}yy - 2x\dot{y}y - 2x\dot{y}y + aa\dot{z} = o$. Q. E. D.

Explicatio plenior.

Ad eundem modum ſi æquatio eſſet $x^3 - xyy + aa\sqrt{ax-yy} - b3 = o$, produceretur $3x^2\dot{x} - \dot{x}yy - 2x\dot{y}y + aa\dot{\overline{\sqrt{ax-yy}}} = o$. Ubi ſi fluxionem $\sqrt{ax-yy}$ tollere velis, pone $\sqrt{ax-yy} = z$, & erit $ax - yy = z^2$

&

& (per hanc Propoſitionem) $a\dot{x} - {}^2\dot{y}y = {}^2\dot{z}z$ ſeu $\frac{a\dot{x} - 2\dot{y}y}{{}^2z} = \dot{z}$, hoc eſt $\frac{a\dot{x} - 2\dot{y}y}{{}^2\sqrt{ax - yy}} = \dot{\sqrt{ax - yy}}$. Et inde $3x^2\dot{x} - \dot{x}yy - {}^2x\dot{y}y + \frac{a^3\dot{x} - 2aa\dot{y}y}{{}^2\sqrt{ax - yy}} = 0$.

Et per operationem repetitam pergitur ad fluxiones ſecundas, tertias & ſequentes. Sit æquatio $zy^3 - z^4 + a^4 = 0$, & fiet per operationem primam $\dot{z}y^3 + 3z\dot{y}y^2 - 4\dot{z}z^3 = 0$, per ſecundam $\ddot{z}y^3 + 6\dot{z}\dot{y}y^2 + 3z\ddot{y}y^2 + 6z\dot{y}^2y - 4\ddot{z}z^3 - 12\dot{z}^2z^2 = 0$, per tertiam $\dddot{z}y^3 + 9\ddot{z}\dot{y}y^2 + 9\dot{z}\ddot{y}y^2 + 18\dot{z}\dot{y}^2y + 3z\dddot{y}y^2 + 18z\ddot{y}\dot{y}y + 6z\dot{y}^3 - 4\dddot{z}z^3 - 36\ddot{z}\dot{z}z^2 - 24\dot{z}^3z = 0$.

Ubi vero ſic pergitur ad fluxiones ſecundas, tertias & ſequentes, convenit quantitatem aliquam ut uniformiter fluentem conſiderare, & pro ejus fluxione prima unitatem ſcribere, pro ſecunda vero & ſequentibus nihil. Sit æquatio $zy^3 - z^4 + a^4 = 0$, ut ſupra; & fluat z uniformiter, ſitq; ejus fluxio unitas, & fiet per operationem primam $y^3 + 3z\dot{y}y^2 - 4z^3 = 0$, per ſecundam $6\dot{y}y^2 + 3z\ddot{y}y^2 + 6z\dot{y}^2y - 12z^2 = 0$, per tertiam $9\ddot{y}y^2 + 18\dot{y}^2y + 3z\dddot{y}y^2 + 18z\ddot{y}\dot{y}y + 6z\dot{y}3 - 24z = 0$.

In

In hujus autem generis æquationibus concipiendum eſt quod fluxiones in ſingulis terminis ſint ejuſdem ordinis, id eſt vel omnes primi ordinis $\dot{y}$, $\dot{z}$, vel omnes ſecundi $\ddot{y}$, $\dot{y}^2$ $\dot{y}\dot{z}$, $\dot{z}^2$ vel omnes tertii $\dddot{y}$, $\dot{y}\ddot{y}$, $\ddot{y}\dot{z}$, $\dot{y}^3$, $\dot{y}^2\dot{z}$ $\dot{y}\dot{z}^2$ $\dot{z}^3$, &c. Et ubi res aliter ſe habet complendus eſt ordo per ſubintellectas fluxiones quantitatis uniformiter fluentis. Sic æquatio noviſſima complendo ordinem tertium fit $9z\dot{y}\ddot{y}^2 + 18\dot{z}\dot{y}^2\ddot{y} + 3z\dddot{y}\dot{y}^2 + 18\dot{z}\ddot{y}\dot{y}y + 6\dot{z}\dot{y}^3 - 24z\dot{z}^3 = 0$.

PROP. II. PROB. II.

Invenire Curvas quæ quadrari poſſunt.

Sit ABC figura invenienda, BC Ordinatim applicata rectangula, & AB abſciſſa. Producatur CB ad E ut ſit BE = 1, & compleatur parallelogrammum ABED: & arearum ABC, ABED fluxiones erunt ut BC & BE. Aſſumatur igitur æquatio quævis qua relatio arearum definiatur, & inde dabitur relatio ordinatarum BC & BE per Prop. I. Q. E. I. *Fig.* 4.

Hujus rei exempla habentur in Propoſitionibus duabus ſequentibus.

PROP.

PROP. III. THEOR. I.

Si pro abſciſſa AB & area AE ſeu AB × 1 promiſcue ſcribatur z, & ſi pro $e + fz^{\eta} + gz^{2\eta} + hz^{3\eta} +$ &c. ſcribatur R: ſit autem area Curvæ $z^{\theta} R^{\lambda}$ erit, ordinatim applicata BC=

$$\theta e + \overline{\theta + \lambda\eta}\, fz^{\eta} + \overline{\theta + 2\lambda\eta}\, gz^{2\eta} + \overline{\theta + 3\lambda\eta}\, hz^{3\eta} + \text{\&c. in } z^{\theta-1} R^{\lambda-1}.$$

Demonſtratio.

Nam ſi ſit $z^{\theta} R^{\lambda} = v$, erit per Prop. 1, $\theta \dot{z} z^{\theta-1} R^{\lambda} + \lambda z^{\theta} \dot{R} R^{\lambda-1} = \dot{v}$. Pro R^{λ} in primo æquationis termino & z^{θ} in ſecundo ſcribe $R R^{\lambda-1}$ & $z z^{\theta-1}$, & fiet $\theta \dot{z} R + \lambda z \dot{R}$ in $z^{\theta-1} R^{\lambda-1} = \dot{v}$. Erat autem $R = e + fz^{\eta} + gz^{2\eta} + hz^{3\eta} +$ &c. & inde per Prop. 1. fit $\dot{R} = \eta f \dot{z} z^{\eta-1} + 2\eta g \dot{z} z^{2\eta-1} + 3\eta h \dot{z} z^{3\eta-1} +$ &c. quibus ſubſtitutis & ſcripta BE ſeu 1 pro $\dot{z}$, fiet $\theta e + \overline{\theta + \lambda\eta}\, fz^{\eta} + \overline{\theta + 2\lambda\eta}\, gz^{2\eta} + \overline{\theta + 3\lambda\eta}\, hz^{3\eta} +$ &c. in $z^{\theta-1} R^{\lambda-1} = \dot{v} =$ BC. Q. E. D.

PROP.

PROP. IV. THEOR. II.

Si Curvæ abſciſſa AB ſit z, & ſi pro $e+fz^n+gz^{2n}+$ &c. ſcribatur R, & pro $k+lz^n+mz^{2n}+$ &c. ſcribatur S; ſit autem area Curvæ $z^\theta R^\lambda S^\mu$: erit ordinatim applicata BC =

$$\left.\begin{matrix} \theta ek \overset{+\theta}{\underset{}{+\lambda n}} fkz^n \overset{+\theta}{\underset{}{+2\lambda n}} gkz^{2n} \; * \cdots\cdots * \cdots\cdots \\ \overset{+\theta}{\underset{}{+\mu n}} elz^n \overset{+\theta}{\underset{+\mu n}{+\lambda n}} flz^{2n} \overset{+\theta}{\underset{+\mu n}{+2\lambda n}} glz^{3n} \; * \cdots\cdots \\ \overset{+\theta}{\underset{}{+2\mu n}} emz^{2n} \overset{+\theta}{\underset{+2\mu n}{+\lambda n}} fmz^{3n} \overset{+\theta}{\underset{+2\mu n}{+2\lambda n}} gmz^{4n} \end{matrix}\right\} \text{in } z^{\theta-1}R^{\lambda-1}S^{\mu-1}$$

Demonſtratur ad modum Propoſitionis ſuperioris.

PROP. V. THEOR. III.

Si Curvæ abſciſſa AB ſit z, & pro $e+fz^n+gz^{2n}+hz^{3n}+$&c. ſcribatur R: ſit autem ordinatim applicata $z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$ in $a+bz^n+cz^{2n}+dz^{3n}+$ &c. & ponatur $\frac{\theta}{n}=r$. $r+\lambda=s$. $s+\lambda=t$. $t+\lambda=v$. &c. erit area

$$z^\theta R^\lambda \text{ in } \frac{\frac{1}{n}a}{re} + \frac{\frac{1}{n}b - sfA}{\overline{r+1}\,e}z^n + \frac{\frac{1}{n}c - \overline{s-1}\,fB - tgA}{\overline{r+2}\,e}z^{2n} + \frac{\frac{1}{n}d - \overline{s-2}\,fC - \overline{t-1}\,gB - vhA}{\overline{r+3}\,e}z^{3n}$$
$$+ \frac{-\overline{s-3}\,fD - \overline{t-2}\,gC - \overline{v-1}\,hB}{\overline{r+4}\,e}z^{4n} + \text{\&c.}$$ Ubi A, B, C, D, &c.

denotant totas coefficientes datas terminorum ſingulorum in ſerie cum ſignis ſuis $+$ & $-$, nempe A primi termini coefficientem $\frac{\frac{1}{n}a}{re}$, B ſecundi coefficientem $\frac{\frac{1}{n}b - sfA}{\overline{r+1},\,e}$, C tertii coefficientem $\frac{\frac{1}{n}c - \overline{s-1}\,fB - tgA}{\overline{r+2},\,e}$, & ſic deinceps.

Demonſtratio.

Sunto juxta Propoſitionem tertiam,

Curvarum Ordinatæ   **& earundem areæ.**

	Curvarum Ordinatæ		& earundem areæ.
1.	$\theta eA \genfrac{}{}{0pt}{}{+\theta}{+\lambda n} fAz^n \genfrac{}{}{0pt}{}{+\theta}{+2\lambda n} gAz^{2n} \genfrac{}{}{0pt}{}{+\theta}{+3\lambda n} hAz^{3n}$ &c.	$z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$.	$Az^{\theta}R^{\lambda}$.
2	.... $\overline{\theta+n}\,eBz^n \genfrac{}{}{0pt}{}{+\overline{\theta+n}}{+\lambda n} fBz^{2n} \genfrac{}{}{0pt}{}{+\overline{\theta+n}}{+2\lambda n} gBz^{3n}$ &c.		$Bz^{\theta+n}R^{\lambda}$
3	.... $+\overline{\theta+2n},\, eCz^{2n} \genfrac{}{}{0pt}{}{+\overline{\theta+2n}}{+\lambda n} fCz^{3n}$ &c.		$Cz^{\theta+2n}R^{\lambda}$.
4	.... $+\overline{\theta+3n},\, eDz^{3n}$ &c.		$Dz^{\theta+3n}R^{\lambda}$.

Et ſi ſumma ordinatarum ponatur æqualis ordinatæ $a + bz^n + cz^{2n} + dz^{3n} +$ &c. in $z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$, ſumma arearum $z^{\theta}R^{\lambda}$ in $A + Bz^n + Cz^{2n} + Dz^{3n} +$ &c. æqualis erit areæ Curvæ cujus iſta eſt ordinata. Æquentur igitur Ordinatarum termini correſpondentes, & fiet $a = \theta eA$, $b = \genfrac{}{}{0pt}{}{\theta}{+\lambda n} fA \genfrac{}{}{0pt}{}{+\theta}{+n} eB$, $c = \genfrac{}{}{0pt}{}{\theta}{+2\lambda n} gA \genfrac{}{}{0pt}{}{+\overline{\theta+n}}{+\lambda n} fB + \overline{\theta+2n},\,eC$ &c. & inde $\frac{a}{\theta e} = A$. $\frac{b - \overline{\theta+\lambda n},\,fA}{\overline{\theta+n},\,e} = B$. $\frac{c - \overline{\theta+2\lambda n},\,gA - \overline{\theta+n+\lambda n},\,fB}{\overline{\theta+2n},\,e} = C$. Et ſic deinceps in infinitum

nitum. Pone jam $\frac{\theta}{\eta} = r$. $r + \lambda = s$. $s + \lambda = t$ &c. & in area $z^{\theta}R^{\lambda}$ in $A + Bz^{\eta} + Cz^{2\eta} + Dz^{3\eta} +$ &c. ſcribe ipſorum A, B, C, &c. valores inventos & prodibit ſeries propoſita. Q. E. D.

Et notandum eſt quod Ordinata omnis duobus modis in ſeriem reſolvitur. Nam index η vel affirmitivus eſſe poteſt vel negativus. Proponatur Ordinata $\frac{3k - lzz}{zz\sqrt{kz - lz^3 + mz^4}}$. Hæc vel ſic ſcribi poteſt $z^{-\frac{3}{2}} \times \overline{3k - lzz} \times \overline{k - lzz + mz^3}|^{-\frac{1}{2}}$, vel ſic $z \times \overline{-l + 3kz^{-2}} \times \overline{m - lz^{-1} + kz^{-3}}|^{-\frac{1}{2}}$. In caſu priore eſt $a = 3k$. $b = 0$. $c = -l$. $e = k$. $f = 0$. $g = -l$. $h = m$. $\lambda = -\frac{1}{2}$. $\eta = 1$. $\theta - 1 = -\frac{5}{2}$. $\theta = -\frac{3}{2} = r$. $s = -1$. $t = -\frac{1}{2}$. $v = 0$. In poſteriore eſt $a = -l$. $b = 0$. $c = 3k$. $e = m$. $f = -l$. $g = 0$. $h = 1$. $\lambda = -\frac{1}{2}$. $\eta = -1$. $\theta - 1 = 1$. $\theta = 2$. $r = -2$. $s = -1\frac{1}{2}$. $t = -1$. $v = \frac{1}{2}$—. Tentandus eſt caſus uterque. Et ſi ſerierum alterutra ob terminos tandem deficientes abrumpitur ac terminatur, habebitur area Curvæ in terminis finitis. Sic in exempli hujus priore caſu ſcribendo in ſerie valores ipſorum a, b, c, e, f, g, h, λ, θ, r, s, t, v, termini omnes poſt primum evaneſcunt in infinitum & area Curvæ prodit $-2\sqrt{\frac{k - lzz + mz^3}{z^3}}$. Et hæc area ob ſignum negativum adjacet abſciſſæ ultra ordinatam productæ. Nam area omnis affirmativa adjacet tam abſciſſæ quam ordinatæ, negativa vero cadit ad contrarias partes ordinatæ & adjacet abſciſſæ productæ, manente ſcilicet ſigno Ordinatæ. Hoc modo ſeries alterutra & nonnunquam utraque ſemper terminatur & finita evadit ſi Curva geometrice quadrari poteſt. At ſi Curva talem quadraturam non admittit, ſeries utraq; continuabitur in infinitum, & earum

rum altera converget & aream dabit approximando, præterquam ubi r (propter aream infinitam) vel nihil eſt vel numerus integer & negativus, vel ubi $\frac{t}{e}$ æqualis eſt unitati. Si $\frac{t}{e}$ minor eſt unitate, converget ſeries in qua index n affirmativus eſt : ſin $\frac{t}{e}$ unitate major eſt, converget ſeries altera. In uno caſu area adjacet abſciſſæ ad uſq; ordinatam ductæ, in altero adjacet abſciſſæ ultra ordinatam productæ.

Nota inſuper quod ſi Ordinata contentum eſt ſub factore rationali Q & factore ſurdo irreducibili R^{π} & factoris ſurdi latus R non dividit factorem rationalem Q; erit $\lambda - 1 = \pi$ & $R^{\lambda-1} = R^{\pi}$. Sin factoris ſurdi latus R dividit factorem rationalem ſemel, erit $\lambda - 1 = \pi + 1$ & $R^{\lambda-1} = R^{\pi+1}$: ſi dividit bis, erit $\lambda - 1 = \pi + 2$ & $R^{\lambda-1} = R^{\pi+2}$: ſi ter, erit $\lambda - 1 = \pi + 3$, & $R^{\lambda-1} = R^{\pi+3}$: & ſic deinceps.

Si ordinata eſt fractio rationalis irreducibilis cum Denominatore ex duobus vel pluribus terminis compoſito : reſolvendus eſt denominator in diviſores ſuos omnes primos. Et ſi diviſor ſit aliquis cui nullus alius eſt æqualis, Curva quadrari nequit : Sin duo vel plures ſint diviſores æquales, rejiciendus eſt eorum unus, & ſi adhuc alii duo vel plures ſint ſibi mutuo æquales & prioribus inæquales, rejiciendus eſt etiam eorum unus, & ſic in aliis omnibus æqualibus ſi adhuc plures ſint : deinde diviſor qui relinquitur vel contentum ſub diviſoribus omnibus qui relinquuntur, ſi plures ſunt, ponendum eſt pro R, & ejus quadrati reciprocum R^{-2} pro $R^{\lambda-1}$, præterquam ubi contentum illud eſt quadratum vel cubus vel quadrato quadratum, &c. quo caſu ejus latus ponen-

ponendum eſt pro R & poteſtatis index 2 vel 3 vel 4 negative ſumptus pro λ. & Ordinata ad denominatorem R^2 vel R^3 vel R^4 vel R^5 &c. reducenda.

Ut ſi ordinata ſit $\frac{z^5 + z^4 - 8z^3}{z^5 + z^4 - 5z^3 - z^2 + 8z - 4}$; quoniam hæc fractio irreducibilis eſt & denominatoris diviſores ſunt pares, nempe $z - 1$, $z - 1$, $z - 1$ & $z + 2$, $z + 2$, rejicio magnitudinis utriuſque diviſorem unum & reliquorum $z - 1$, $z - 1$, $z + 2$ contentum $z^3 - 3z + 2$ pono pro R & ejus quadrati reciprocum $\frac{1}{R^2}$ ſeu R^{-2} pro $R^{\lambda - 1}$, Dein Ordinatam ad denominatorem R^2 ſeu $R^{1-\lambda}$ reduco, & fit $\frac{z^6 - 9z^4 + 8z^3}{\overline{z^3 - 3z + 2}|\text{quad.}}$, id eſt $z^3 \times \overline{8 - 9z + z^3} \times \overline{2 - 3z + z^3}|^{-2}$ Et inde eſt $a = 8$. $b = -9$. $c = 0$. $d = -1$, &c. $e = 2$. $f = -3$. $g = 0$. $h = 1$. $\lambda - 1 = -2$. $\lambda = -1$. $n = 1$. $\theta - 1 = 3$. $\theta = 4 = r$. $s = 3$. $t = 2$. $v = 1$. Et his in ſerie ſcriptis prodit area $\frac{z^4}{z^3 - 3z + 2}$, terminis omnibus in tota ſerie poſt primum evaneſcentibus.

Si deniq; Ordinata eſt fractio irreducibilis & ejus denominator contentum eſt ſub factore rationali $\mathfrak{Q}$ & factore ſurdo irreducibili R^{π}, inveniendi ſunt lateris R diviſores omnes primi, & rejiciendus eſt diviſor unus magnitudinis cujuſq; & per diviſores qui reſtant, ſiqui ſint, multiplicandus eſt factor rationalis $\mathfrak{Q}$: & ſi factum æquale eſt lateri R vel lateris illius poteſtati alicui cujus index eſt numerus integer, eſto index ille m, & erit $\lambda - 1 = -\pi - m$, & $R^{\lambda - 1} = R^{-\pi - m}$. Ut ſi Ordinata ſit $\frac{3q^5 - q^4x + 9q^3xx - qqx^3 - 6x^5}{\overline{qq - xx}\ \sqrt{cub.\ \overline{q^3 + qqx - qxx - x^3}}}$,

quoniam factoris ſurdi latus R ſeu $q3+qqx-qxx-x3$ diviſores habet $q+x$, $q+x$, $q-x$ qui duarum ſunt magnitudinum, rejicio diviſorem unum magnitudinis utriuſq; & per diviſorem $q+x$ qui relinquitur, multiplico factorem rationalem $qq-xx$. Et quoniam factum $q3+qqx-qxx-x3$ æquale eſt lateri R, pono $m=1$. & inde, cum π ſit $\frac{1}{3}$, fit $\lambda-1=-\frac{4}{3}$. Ordinatam igitur reduco ad denominatorem $R^{\frac{-4}{3}}$ & fit $Z^{0}\times\overline{3q^6+2q^5x+8q^4xx+8q^3x^3-7qqx^4-6qx^5}$ $\times\overline{q^3+qqx-qxx-x^3}|^{-\frac{4}{3}}$. Unde eſt $a=3q^6$ $b=2q^5$ &c. $e=q^3$. $f=qq$ &c. $\theta-1=0$. $\theta=1=\eta$. $\lambda=-\frac{1}{3}$. $r=1$. $s=\frac{2}{3}$. $t=\frac{1}{3}$. $v=0$. Et his in ſerie ſcriptis prodit area $\frac{3qqx+3x^3}{\sqrt{cub.\,a3+aax-axx-x^3}}$, terminis omnibus in ſerie tota poſt tertium evaneſcentibus.

PROP. VI. THEOR. IV.

Si Curvæ abſciſſa AB ſit z, & ſcribantur R pro $e+fz^{\eta}+gz^{2\eta}+hz^{3\eta}+$&c. & S pro $k+lz^{\eta}+mz^{2\eta}+nz^{3\eta}$ &c. ſit autem ordinatim applicata $z^{\theta-1}R^{\lambda-1}S^{\mu-1}$ in $a+bz^{\eta}+cz^{2\eta}+dz^{3\eta}$ &c. & ſi terminorum, e, f, g, h, &c. & k, l, m, n, &c. rectangula ſint

ek	fk	gk	hk	&c.
el	fl	gl	hl	&c.
em	fm	gm	hm	&c.
en	fn	gn	hn	&c.

Et

Et ſi rectangulorum illorum coefficientes numerales ſint reſpective

$$\frac{1}{\eta\theta}=r. \quad r+\lambda=s. \quad s+\lambda=t. \quad t+\lambda=v. \text{ \&c.}$$

$$r+\mu=s'. \quad s+\mu=t'. \quad t+\mu=v'. \quad v+\mu=w'. \text{ \&c.}$$

$$s'+\mu=t''. \quad t'+\mu=v''. \quad v'+\mu=w''. \quad w'+\mu=x''. \text{ \&c.}$$

$$t''+\mu=v'''. \quad v''+\mu=w'''. \quad w''+\mu=x'''. \quad x''+\mu=y'''. \text{ \&c.}$$

area Curvæ erit hæc

$$z^{\theta}R^{\lambda}S^{\mu} \text{ in } \frac{\frac{1}{\eta}a}{rek} + \frac{\frac{1}{\eta}b \begin{smallmatrix}-sfk\\-s'el\end{smallmatrix} A}{\overline{r+1},ek} z^{\eta} + \frac{\frac{1}{\eta}c \begin{smallmatrix}-\overline{s+1},fk\\-\overline{s'+1},el\end{smallmatrix} B \begin{smallmatrix}-tgk\\-t'fl\\-t''em\end{smallmatrix} A}{\overline{r+2},ek} z^{2\eta}$$

$$+ \frac{\frac{1}{\eta}d \begin{smallmatrix}-\overline{s+2},fk\\-\overline{s'+2},el\end{smallmatrix} C \begin{smallmatrix}-\overline{t+1},gk\\-\overline{t'+1},fl\\-\overline{t''+1},em\end{smallmatrix} B \begin{smallmatrix}-vhk\\-v'gl\\-v''fm\\-v'''en\end{smallmatrix} A}{\overline{r+3},ek} z^{3\eta} + \text{\&c.}$$

Ubi A denotat termini primi coefficientem datam $\frac{\frac{1}{\eta}a}{rek}$ cum ſigno ſuo + vel —, B coefficientem datam ſecundi, C coefficientem datam tertii, & ſic deinceps. Terminorum vero, $a, b, c,$ &c. $e, f, g,$ &c. $k, l, m,$ &c. unus vel plures deeſſe poſſunt. Demonſtratur Propoſitio ad modum præcedentis, & quæ ibi notantur hic obtinent. Pergit autem ſeries talium Propoſitionum in infinitum, & progreſſio ſeriei manifeſta eſt.

PROP.

PROP. VII. THEOR. V.

Si pro $e+fz^{\eta}+gz^{2\eta}+$&c. ſcribatur R ut ſupra, & in Curvæ alicujus Ordinata $z^{\theta\pm\eta\sigma}R^{\lambda\pm\tau}$ maneant quantitates datæ θ, η, λ, e, f, g, &c. & pro σ ac τ ſcribantur ſucceſſive numeri quicunq; integri: & ſi detur area unius ex Curvis quæ per Ordinatas innumeras ſic prodeuntes deſignantur ſi Ordinatæ ſunt duorum nominum in vinculo radicis, vel ſi dentur areæ duarum ex Curvis ſi Ordinatæ ſunt trium nominum in vinculo radicis, vel areæ trium ex Curvis ſi Ordinatæ ſunt quatuor nominum in vinculo radicis, & ſic deinceps in infititum: dico quod dabuntur areæ curvarum omnium. Pro nominibus hic habeo terminos omnes in vinculo radicis tam deficientes quam plenos quorum indices dignitatum ſunt in progreſſione arithmetica. Sic ordinata $\sqrt{a^4-ax^3+x^4}$ ob terminos duos inter a^4 & $-ax^3$ deficientes pro quinquinomio haberi debet. At $\sqrt{a^4+x^4}$ binomium eſt, & $\sqrt{a^4+x^4-\frac{x^8}{a^4}}$ trinomium, cum progreſſio jam per majores differentias procedat. Propoſitio vero ſic demonſtratur.

CAS. I.

Sunto Curvarum duarum Ordinatæ $pz^{\theta-1}R^{\lambda-1}$ & $qz^{\theta+\eta-1}R^{\lambda-1}$, & areæ pA & qB, exiſtente R quantitate trium nominum $e+fz^{\eta}+gz^{2\eta}$. Et cum per Prop.

Pro. III. ſit $z^{\theta}R^{\lambda}$ area Curvæ cujus Ordinata eſt $\theta e + \begin{smallmatrix}\theta \\ +\lambda\eta\end{smallmatrix} f z^{\eta} + \begin{smallmatrix}\theta \\ +2\lambda\eta\end{smallmatrix} g z^{2\eta}$ in $z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$, ſubduc Ordinatas & areas priores de area & Ordinata poſteriori, & manebit $\begin{smallmatrix}\theta e \\ -p\end{smallmatrix} + \begin{smallmatrix}\theta \\ +\lambda\eta\end{smallmatrix} f z^{\eta} + \begin{smallmatrix}\theta \\ +2\lambda\eta\end{smallmatrix} g z^{2\eta}$ in $z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$ Ordinata nova Curvæ, &

$-qz^{\eta}$

$z^{\theta}R^{\lambda} - pA - qB$ ejuſdem area. Pone $\theta e = p$ & $\theta f + \lambda\eta f = q$ & Ordinata evadet $\begin{smallmatrix}\theta \\ +2\lambda\eta\end{smallmatrix} g z^{2\eta}$ in $z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$ & area $z^{\theta}R^{\lambda} - \theta e A - \theta f B - \lambda\eta f B$. Divide utramq; per $\theta g + 2\lambda\eta g$, & aream prodeuntem dic C, & aſſumpta utcunq; r, erit rC area Curvæ cujus Ordinata eſt $rz^{\theta+2\eta-1}R^{\lambda-1}$. Et qua ratione ex areis pA & qB aream rC Ordinatæ $rz^{\theta+2\eta-1}R^{\lambda-1}$ congruentem invenimus, licebit ex areis qB & rC aream quartam puta sD, Ordinatæ $sz^{\theta+3\eta-1}R^{\lambda-1}$ congruentem invenire, & ſic deinceps in infinitum. Et par eſt ratio progreſſionis ab areis B & A in partem contrariam pergentis. Si terminorum θ, $\theta+\lambda\eta$, & $\theta+2\lambda\eta$ aliquis deficit & ſeriem abrumpit, aſſumatur area pA in principio progreſſionis unius & area qB in principio alterius, & ex his duabus areis dabuntur areæ omnes in progreſſione utraque. Et contra, ex aliis duabus areis aſſumptis fit regreſſus per analyſin ad areas A & B, adeo ut ex duabus datis cæteræ omnes dentur. Q. E. O. Hic eſt caſus Curvarum ubi ipſus z index θ augetur vel diminuitur perpetua additione vel ſubductione quantitatis η. Caſus alter eſt Curvarum ubi index λ augetur vel diminuitur unitatibus.

N n n CAS.

PROP. VII. THEOR. V.

Si pro $e+fz^{\eta}+gz^{2\eta}+$&c. ſcribatur R ut ſupra, & in Curvæ alicujus Ordinata $z^{\theta\pm\iota\eta}R^{\lambda\pm\tau}$ maneant quantitates datæ θ, η, λ, e, f, g, &c. & pro ι ac τ ſcribantur ſucceſſive numeri quicunq; integri: & ſi detur area unius ex Curvis quæ per Ordinatas innumeras ſic prodeuntes deſignantur ſi Ordinatæ ſunt duorum nominum in vinculo radicis, vel ſi dentur areæ duarum ex Curvis ſi Ordinatæ ſunt trium nominum in vinculo radicis, vel areæ trium ex Curvis ſi Ordinatæ ſunt quatuor nominum in vinculo radicis, & ſic deinceps in infititum: dico quod dabuntur areæ curvarum omnium. Pro nominibus hic habeo terminos omnes in vinculo radicis tam deficientes quam plenos quorum indices dignitatum ſunt in progreſſione arithmetica. Sic ordinata $\sqrt{a^4-ax^3+x^4}$ ob terminos duos inter a^4 & $-ax^3$ deficientes pro quinquinomio haberi debet. At $\sqrt{a^4+x^4}$ binomium eſt, & $\sqrt{a^4+x^4-\frac{x^8}{a^4}}$ trinomium, cum progreſſio jam per majores differentias procedat. Propoſitio vero ſic demonſtratur.

CAS. I.

Sunto Curvarum duarum Ordinatæ $pz^{\theta-1}R^{\lambda-1}$ & $qz^{\theta+\eta-1}R^{\lambda-1}$, & areæ pA & qB, exiſtente R quantitate trium nominum $e+fz^{\eta}+gz^{2\eta}$. Et cum per

Prop.

Pro. III. ſit $z^{\theta}R^{\lambda}$ area Curvæ cujus Ordinata eſt $\theta e {+\theta \atop +\lambda n} f z^{n} {+\theta \atop +2\lambda n} g z^{2n}$ in $z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$, ſubduc Ordinatas & areas priores de area & Ordinata poſteriori, & manebit $\begin{matrix}\theta e \\ -p\end{matrix} {+\theta \atop +\lambda n} f z^{n} {+\theta \atop +2\lambda n} g z^{2n}$ in $z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$ Ordinata nova Curvæ, &
$-qz^{n}$
$z^{\theta}R^{\lambda}-pA-qB$ ejuſdem area. Pone $\theta e=p$ & $\theta f+\lambda n f=q$ & Ordinata evadet ${\theta \atop +2\lambda n} g z^{2n}$ in $z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$ & area $z^{\theta}R^{\lambda}-\theta e A-\theta f B-\lambda n f B$. Divide utramq; per $\theta g+2\lambda n g$, & aream prodeuntem dic C, & aſſumpta utcunq; r, erit rC area Curvæ cujus Ordinata eſt $rz^{\theta+2n-1}R^{\lambda-1}$. Et qua ratione ex areis pA & qB aream rC Ordinatæ $rz^{\theta+2n-1}R^{\lambda-1}$ congruentem invenimus, licebit ex areis qB & rC aream quartam puta $s\mathcal{D}$, Ordinatæ $sz^{\theta+3n-1}R^{\lambda-1}$ congruentem invenire, & ſic deinceps in infinitum. Et par eſt ratio progreſſionis ab areis B & A in partem contrariam pergentis. Si terminorum θ, $\theta+\lambda n$, & $\theta+2\lambda n$ aliquis deficit & ſeriem abrumpit, aſſumatur area pA in principio progreſſionis unius & area qB in principio alterius, & ex his duabus areis dabuntur areæ omnes in progreſſione utraque. Et contra, ex aliis duabus areis aſſumptis fit regreſſus per analyſin ad areas A & B, adeo ut ex duabus datis cæteræ omnes dentur. Q. E. O. Hic eſt caſus Curvarum ubi ipſus z index θ augetur vel diminuitur perpetua additione vel ſubductione quantitatis n. Caſus alter eſt Curvarum ubi index λ augetur vel diminuitur unitatibus.

CAS. II.

Ordinatæ $pz^{\theta-1}R^{\lambda}$ & $qz^{\theta+\eta-1}R^{\lambda}$, quibus areæ pA & qB jam reſpondeant, ſi in R ſeu $e+fz^{\eta}+gz^{2\eta}$ ducantur ac deinde ad R viciſſim applicentur, evadunt $pe+pfz^{\eta}+pgz^{2\eta}\times z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$ & $qez^{\eta}+qfz^{2\eta}+qgz^{3\eta}\times z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$. Et per Prop. III. eſt $az^{\theta}R^{\lambda}$ area Curvæ cujus Ordinata eſt $\theta ae\begin{smallmatrix}+\theta\\+\lambda\eta\end{smallmatrix}afz^{\eta}\begin{smallmatrix}+\theta\\+2\lambda\eta\end{smallmatrix}agz^{2\eta}$ in $z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$, & $bz^{\theta+\eta}R^{\lambda}$ area Curvæ cujus ordinata eſt $\begin{smallmatrix}+\theta\\+\eta\end{smallmatrix}bez^{\eta}\begin{smallmatrix}+\theta\\+\eta\\+\lambda\eta\end{smallmatrix}bfz^{2\eta}\begin{smallmatrix}+\theta\\+\eta\\+2\lambda\eta\end{smallmatrix}bgz^{3\eta}$ in $z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$. Et harum quatuor arearum ſumma eſt $pA+qB+az^{\theta}R+bz^{\theta+\eta}R^{\lambda}$ & ſumma reſpondentium ordinatarum.

$$\begin{array}{llll} \theta ae & \begin{smallmatrix}+\theta\\+\lambda\eta\end{smallmatrix}afz^{\eta} & \begin{smallmatrix}+\theta\\+2\lambda\eta\end{smallmatrix}agz^{2\eta} & \begin{smallmatrix}+\theta\\+\eta\\+2\lambda\eta\end{smallmatrix}bgz^{3\eta} \quad \text{in } z^{\theta-1}R^{\lambda-1}. \\ +pe & \begin{smallmatrix}+\theta\\+\eta\end{smallmatrix}be & \begin{smallmatrix}+\theta\\+\eta\\+\lambda\eta\end{smallmatrix}bf & +qg \\ & +pf & +pg & \\ & +qe & +qf & \end{array}$$

Si terminus primus tertius & quartus ponantur ſeorſim æquales nihilo, per primum fiet $\theta ae+pe=0$ ſeu $-\theta a=p$, per quartum $-\theta b-\eta b-2\lambda\eta b=q$, & per tertium (eliminando p & q) $\frac{2ag}{f}=b$. Unde ſecundus fit $\frac{\lambda\eta aff-4\lambda\eta age}{f}$, adeoq; ſumma quatuor Ordinatarum eſt $\frac{\lambda\eta aff-4\lambda\eta age}{f}z^{\theta+\eta-1}R^{\lambda-1}$, & ſumma totidem reſpondentium arearum eſt $az^{\theta}R^{\lambda}+\frac{2ag}{f}z^{\theta+\eta}R^{\lambda}-\theta aA-\frac{2\theta+2\eta+4\lambda\eta}{f}agB$.

Divi-

Dividantur hæ ſummæ per $\frac{\lambda naff - 4\lambda nage}{f}$, & ſi Quotum poſterius dicatur $\mathcal{D}$, erit $\mathcal{D}$ area curvæ cujus ordinata eſt Quotum prius $z^{\theta+\eta-1}R^{\lambda-1}$. Et eadem ratione ponendo omnes Ordinatæ terminos præter primum æquales nihilo poteſt area Curvæ inveniri cujus Ordinata eſt $z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$. Dicatur area iſta C, & qua ratione ex areis A & B inventæ ſunt areæ C ac $\mathcal{D}$, ex his areis C ac $\mathcal{D}$ inveniri poſſunt aliæ duæ E & F ordinatis $z^{\theta-1}R^{\lambda-2}$ & $z^{\theta+\eta-1}R^{\lambda-2}$ congruentes, & ſic deinceps in infinitum. Et per analyſin contrariam regredi licet ab areis E & F ad areas C ac $\mathcal{D}$, & inde ad areas A & B, aliaſq; quæ in progreſſione ſequuntur. Igitur ſi index λ perpetua unitatum additione vel ſubductione augeatur vel minuatur, & ex areis quæ Ordinatis ſic prodeuntibus reſpondent duæ ſimpliciſſimæ habentur; dantur aliæ omnes in infinitum. Q. E. O.

C A S. III.

Et per caſus hoſce duos conjunctos, ſi tam index θ perpetua additione vel ſubductione ipſius η quam index λ perpetua additione vel ſubductione unitatis, utcunq; augeatur vel minuatur, dabuntur areæ ſingulis prodeuntibus Ordinatis reſpondentes. Q. E. O.

C A S.

C A S. II.

Ordinatæ $pz^{\theta-1}R^{\lambda}$ & $qz^{\theta+\eta-1}R^{\lambda}$, quibus areæ pA & qB jam reſpondeant, ſi in R ſeu $e+fz^{\eta}+gz^{2\eta}$ ducantur ac deinde ad R viciſſim applicentur, evadunt $pe+pfz^{\eta}+pgz^{2\eta}\times z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$ & $qez^{\eta}+qfz^{2\eta}+qgz^{3\eta}\times z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$. Et per Prop. III. eſt $az^{\theta}R^{\lambda}$ area Curvæ cujus Ordinata eſt $\theta ae\begin{smallmatrix}+\theta\\+\lambda\eta\end{smallmatrix}afz^{\eta}\begin{smallmatrix}+\theta\\+2\lambda\eta\end{smallmatrix}agz^{2\eta}$ in $z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$, & $bz^{\theta+\eta}R^{\lambda}$ area Curvæ cujus ordinata eſt $\begin{smallmatrix}\theta\\+\eta\end{smallmatrix}bez^{\eta}\begin{smallmatrix}+\theta\\+\eta\\+\lambda\eta\end{smallmatrix}bfz^{2\eta}\begin{smallmatrix}+\theta\\+\eta\\+2\lambda\eta\end{smallmatrix}bgz^{3\eta}$ in $z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$. Et harum quatuor arearum ſumma eſt $pA+qB+az^{\theta}R+bz^{\theta+\eta}R^{\lambda}$ & ſumma reſpondentium ordinatarum.

$$\begin{array}{llll}
\theta ae & \begin{smallmatrix}+\theta\\+\lambda\eta\end{smallmatrix}afz^{\eta} & \begin{smallmatrix}+\theta\\+2\lambda\eta\end{smallmatrix}agz^{2\eta} & \begin{smallmatrix}+\theta\\+\eta\\+2\lambda\eta\end{smallmatrix}bgz^{3\eta}\ \text{in}\ z^{\theta-1}R^{\lambda-1}. \\
+pe & \begin{smallmatrix}+\theta\\+\eta\end{smallmatrix}be & \begin{smallmatrix}+\theta\\+\eta\\+\lambda\eta\end{smallmatrix}bf & +qg \\
 & +pf & +pg & \\
 & +qe & +qf &
\end{array}$$

Si terminus primus tertius & quartus ponantur ſeorſim æquales nihilo, per primum fiet $\theta ae+pe=0$ ſeu $-\theta a=p$, per quartum $-\theta b-\eta b-2\lambda\eta b=q$, & per tertium (eliminando p & q) $\frac{2ag}{f}=b$. Unde ſecundus fit $\frac{\lambda\eta aff-4\lambda\eta age}{f}$, adeoq; ſumma quatuor Ordinatarum eſt $\frac{\lambda\eta aff-4\lambda\eta age}{f}z^{\theta+\eta-1}R^{\lambda-1}$, & ſumma totidem reſpondentium arearum eſt $az^{\theta}R^{\lambda}+\frac{2ag}{f}z^{\theta+\eta}R^{\lambda}-\theta aA-\frac{2\theta+2\eta+4\lambda\eta}{f}agB$.

Divi-

Dividantur hæ ſummæ per $\frac{\lambda\eta aff - 4\lambda\eta age}{f}$, & ſi Quotum poſterius dicatur $\mathcal{D}$, erit $\mathcal{D}$ area curvæ cujus ordinata eſt Quotum prius $z^{\theta+\eta-1}R^{\lambda-1}$. Et eadem ratione ponendo omnes Ordinatæ terminos præter primum æquales nihilo poteſt area Curvæ inveniri cujus Ordinata eſt $z^{\theta-1}R^{\lambda-1}$. Dicatur area iſta *C*, & qua ratione ex areis *A* & *B* inventæ ſunt areæ *C* ac $\mathcal{D}$, ex his areis *C* ac $\mathcal{D}$ inveniri poſſunt aliæ duæ *E* & *F* ordinatis $z^{\theta-1}R^{\lambda-2}$ & $z^{\theta+\eta-1}R^{\lambda-2}$ congruentes, & ſic deinceps in infinitum. Et per analyſin contrariam regredi licet ab areis *E* & *F* ad areas *C* ac $\mathcal{D}$, & inde ad areas *A* & *B*, aliaſq; quæ in progreſſione ſequuntur. Igitur ſi index λ perpetua unitatum additione vel ſubductione augeatur vel minuatur, & ex areis quæ Ordinatis ſic prodeuntibus reſpondent duæ ſimpliciſſimæ habentur; dantur aliæ omnes in infinitum. Q. E. O.

C A S. III.

Et per caſus hoſce duos conjunctos, ſi tam index θ perpetua additione vel ſubductione ipſius η quam index λ perpetua additione vel ſubductione unitatis, utcunq; augeatur vel minuatur, dabuntur areæ ſingulis prodeuntibus Ordinatis reſpondentes. Q. E. O.

C A S. IV.

Et ſimili augmento ſi ordinata conſtat ex quatuor nominibus in vinculo radicali & dantur tres arearum, vel ſi conſtat ex quinq; nominibus & dantur quatuor arearum, & ſic deinceps: dabuntur areæ omnes quæ addendo vel ſubducendo numerum η indici θ vel unitatem indici λ generari poſſunt. Et par eſt ratio Curvarum ubi ordinatæ ex binomiis conflantur, & area una earum quæ non ſunt geometrice quadrabiles datur. Q. E. O.

PROP. VIII. THEOR. VI.

Si pro $e+fz^{\eta}+gz^{2\eta}+$&c. & $k+lz^{\eta}+mz^{2\eta}+$ &c. ſcribantur R & S ut ſupra, & in Curvæ alicujus Ordinata $z^{\theta+\eta\sigma}R^{\lambda\pm\tau}S^{\mu\pm\upsilon}$ maneant quantitates datæ θ, η, λ, μ, e, f, g, k, l, m, &c. & pro σ, τ, & υ ſcribantur ſucceſſive numeri quicunq; integri: & ſi dentur areæ duarum ex curvis quæ per ordinatas ſic prodeuntes deſignantur ſi quantitates R & S ſunt binomia, vel ſi dentur areæ trium ex curvis ſi R & S conjunctim ex quinq; nominibus conſtant, vel areæ quatuor ex curvis ſi R & S conjunctim ex ſex nominibus conſtant, & ſic deinceps in infinitum: dico quod dabuntur areæ curvarum omnium.

Demonſtratur ad modum propoſitionis ſuperioris.

PROP.

PROP. IX. THEOR. VII.

Æquantur Curvarum areæ inter ſe quarum Ordinatæ ſunt reciproce ut fluxiones Abſciſſarum.

Nam contenta ſub Ordinatis & fluxionibus Abſciſſarum erunt æqualia, & fluxiones arearum ſunt ut hæc contenta.

COROL. I.

Si aſſumatur relatio quævis inter Abſciſſas duarum Curvarum, & inde per Prop. 1. quæratur relatio fluxionum Abſciſſarum, & ponantur Ordinatæ reciproce proportionales fluxionibus, inveniri poſſunt innumeræ Curvæ quarum areæ ſibi mutuo æquales erunt.

COROL. II.

Sic enim Curva omnis cujus hæc eſt Ordinata $z^{\theta-1}$ in $\overline{e+fz^{n}+gz^{2n}+\&c.}|^{\lambda}$, aſſumendo quantitatem quamvis pro ν & ponendo $\frac{n}{\nu}=s$ & $z^{s}=x$, migrat in aliam ſibi æqualem cujus ordinata eſt $\frac{\nu}{n}x^{\frac{\nu\theta-n}{n}}$ in $\overline{e+fx^{\nu}+gx^{2\nu}+\&c.}|^{\lambda}$

COROL. III.

Et Curva omnis cujus Ordinata eſt $z^{\theta-1}$ in $\overline{a+bz^n+cz^{2n}+\&c.}\times\overline{e+fz^n+gz^{2n}+\&c.}|^{\lambda}$, aſſumendo quantitatem qvamvis pro ν & ponendo $\frac{n}{\nu}=s$ & $z^s=x$, migrat in aliam ſibi æqualem cujus ordinata eſt $\frac{\nu}{n}x^{\frac{\nu\theta-n}{n}}$ in $\overline{a+bx^{\nu}+cx^{2\nu}+\&c.}\times\overline{e+fx^{\nu}+gx^{2\nu}+\&c.}|^{\lambda}$.

COROL. IV.

Et Curva omnis cujus Ordinata eſt $z^{\theta-1}$ in $\overline{a+bz^n+cz^{2n}+\&c.}\times\overline{e+fz^n+gz^{2n}+\&c.}|^{\lambda}\times\overline{k+lz^n+mz^{2n}+\&c.}|^{\mu}$, aſſumendo quantitatem quamvis pro ν & ponendo $\frac{n}{\nu}=s$ & $z^s=x$, migrat in aliam ſibi equalem cujus ordinata eſt $\frac{\nu}{n}x^{\frac{\nu\theta-n}{n}}$ in $\overline{a+bx^{\nu}+cx^{2\nu}+\&c.}\times\overline{e+fx^{\nu}+gx^{2\nu}+\&c.}|^{\lambda}\times\overline{k+lx^{\nu}+mx^{2\nu}+\&c.}|^{\mu}$

COROL. V.

Et Curva omnis cujus Ordinata eſt $z^{\theta-1}$ in $\overline{e+fz^n+gz^{2n}+\&c.}|^{\lambda}$ ponendo $\frac{1}{z}=x$, migrat in aliam ſibi æqualem cujus ordinata eſt $\frac{1}{x^{\theta+1}}\times\overline{e+fx^{-n}+gx^{-2n}+\&c.}|^{\lambda}$ id eſt $\frac{1}{x^{\theta+1+n\lambda}}\times\overline{f+ex^n}|^{\lambda}$ ſi duo ſunt nomina in vinculo radicis vel $\frac{1}{x^{\theta+1+2n\lambda}}\times\overline{g+fx^n+ex^{2n}}|^{\lambda}$ ſi tria ſunt nomina; & ſic deinceps.

CO-

COROL. VI.

Et Curva omnis cujus Ordinata eſt $z^{\theta-1}$ in $\overline{e+fz^{\eta}+gz^{2\eta}+\&c.}|^{\lambda} \times \overline{k+lz^{\eta}+mz^{2\eta}+\&c.}|^{\mu}$ ponendo $\frac{1}{z}=x$, migrat in aliam ſibi æqualem cujus ordinata eſt $\frac{1}{x^{\theta+1}} \times \overline{e+fx^{-\eta}+gx^{-2\eta}+\&c.}|^{\lambda}$ $\times \overline{k+lx^{-\eta}+mx^{-2\eta}+\&c.}|^{\mu}$ id eſt $\frac{1}{x^{\theta+1+\eta\lambda+\eta\mu}} \times \overline{f+ex^{\eta}}|^{\lambda}$ $\times \overline{l+kx^{\eta}}|^{\mu}$ ſi bina ſunt nomina in vinculis radicum, vel $\frac{1}{x^{\theta+1+2\eta\lambda+\eta\mu}} \times \overline{g+fx^{\eta}+ex^{2\eta}}|^{\lambda} \times \overline{l+kx^{\eta}}|^{\mu}$, ſi tria ſunt nomina in vinculo radicis prioris ac duo in vinculo poſterioris: & ſic in aliis. Et nota quod areæ duæ æquales in noviſſimis hiſce duobus Corollariis jacent ad contrarias partes ordinatarum. Si areæ in alterutra curva adjacet abſciſſæ, area huic æqualis in altera curva adjacet abſciſſæ productæ.

COROL. VII.

Si relatio inter Curvæ alicujus Ordinatam y & Abſciſſam z definiatur per æquationem quamvis affectam hujus formæ, y^{α} in $e+fy^{\eta}z^{\delta}+gy^{2\eta}z^{2\delta}+hy^{3\eta}z^{3\delta}$ $+\&c. = z^{\beta}$ in $k+ly^{\eta}z^{\delta}+my^{2\eta}z^{2\delta}+\&c.$ hæc figura aſſumendo $s=\frac{\eta-\delta}{\eta}$, $x=\frac{1}{s}z^{s}$ & $\lambda=\frac{\eta-\delta}{\alpha\delta+\beta\eta}$, migrat in aliam ſibi æqualem cujus Abſciſſa x, ex data

Ordinata

Ordinata v, determinatur per æquationem non affectam $\frac{1}{s}v^{\alpha\lambda} \times \overline{e+fv^{n}+gv^{2n}+hv^{3n}+\&c.}|^{\lambda} \times \overline{k+lv+mv^{2n}+\&c.}|^{-\lambda} = x$.

COROL. VIII.

Si relatio inter Curvæ alicujus Ordinatam y & Abſciſſam z definitur per æquationem quamvis affectam hujus formæ, y^{α} in $\overline{e+fy^{n}z^{\delta}+gy^{2n}z^{2\delta}+\&c.} = z^{\beta}$ in $\overline{k+ly^{n}z^{\delta}+my^{2n}z^{2\delta}+\&c.} + z^{\gamma}$ in $\overline{p+qy^{n}z^{\delta}+ry^{2n}z^{2\delta}+\&c.}$ hæc figura aſſumendo $s=\frac{n-\delta}{n}$ $x=\frac{1}{s}z^{s}$ $\mu=\frac{\alpha\delta+\beta n}{n-\delta}$ & $\nu=\frac{\alpha\delta+\gamma n}{n-\delta}$, migrat in aliam ſibi æqualem cujus Abſciſſa x ex data Ordinata v determinatur per æquationem minus affectam v^{α} in $\overline{e+fv^{n}+gv^{2n}+\&c.} = s^{\mu}x^{\mu}$ in $\overline{k+lv^{n}+mv^{2n}+\&c.} + s^{\nu}x^{\nu}$ in $\overline{p+qv^{n}+rv^{2n}+\&c.}$

COROL. IX.

Curva omnis cujus Ordinata eſt $\pi z^{\theta-1}$ in $\overline{e\frac{+\nu}{+n}fz^{n}\frac{+\nu}{+2n}gz^{2n}+\&c.} \times \overline{e+fz^{n}+gz^{2n}\&c.}|^{\lambda-1} \times \overline{1+b\overline{ez^{\nu}+fz^{\nu+n}+gz^{\nu+2n}+\&c.}|^{\pi}}|^{\omega}$, ſi ſit $\theta=\lambda\nu$ & aſſumantur $x=\overline{ez^{\nu}+fz^{\nu+n}+gz^{\nu+2n}+\&c.}|^{\pi}$, $\sigma=\frac{\tau}{\pi}$ & $\vartheta=\frac{\lambda-\pi}{\pi}$, migrat in aliam ſibi æqualem cujus ordinata eſt $x^{\vartheta} \times \overline{a+bx^{\sigma}}|^{\omega}$. Et nota quod ordinata prior in

in hoc Corollario evadit ſimplicior ponendo $\lambda = 1$, vel ponendo $\tau = 1$ & efficiendo ut radix dignitatis extrahi poſſit cujus index eſt ω, vel etiam ponendo $\omega = -1$ & $\lambda = 1 = \tau = \sigma = \pi$ ut alios caſus prætercam.

COROL. X.

Pro $ez^{\nu} + fz^{\nu+\eta} + gz^{\nu+2\eta} +$ &c. $\nu ez^{\nu-1} + \overline{\nu+\eta}\, fz^{\nu+\eta-1} + \overline{\nu+2\eta}\, gz^{\nu+2\eta-1} +$ &c. $k + lz^{\eta} + mz^{2\eta} +$ &c. & $\eta lz^{\eta-1} + 2\eta mz^{2\eta-1} +$ &c. ſcribantur R, $\dot{r}$, S & $\dot{s}$ reſpective, & Curva omnis cujus ordinata eſt $\pi S\dot{r} + \rho R\dot{s}$ in $R^{\lambda-1}S^{\mu-1} \times \overline{aS^{\upsilon} + bR^{\tau}}|^{\omega}$, ſi ſit $\frac{\mu-\upsilon\omega}{\lambda} = \frac{\upsilon}{\tau} = \frac{\rho}{\pi}$, $\frac{\tau}{\pi} = \sigma$, $\frac{\lambda-\pi}{\pi} = \vartheta$, & $R^{\pi}S^{\rho} = x$, migrat in aliam ſibi æqualem cujus ordinata eſt $x^{\vartheta} \times \overline{a + bx^{\sigma}}|^{\omega}$. Et nota quod Ordinata prior evadit ſimplicior, ponendo unitates pro π, υ, & λ vel μ, & faciendo ut radix dignitatis extrahi poſſit cujus index eſt ω, vel ponendo $\omega = -1$ vel $\mu = 0$.

PROP. X. PROB. III.

Invenire figuras ſimpliciſſimas cum quibus Curva quævis geometrice comparari poteſt, cujus Ordinatim applicata y per æquationem non affectam ex data abſciſſa z determinatur.

 CAS.

CAS. I.

Sit Ordinata $az^{\theta-1}$, & area erit $\frac{1}{\theta}az^{\theta}$, ut ex Prop. V. ponendo $b=o=c=d=f=g=h$ & $e=1$, facile colligitur.

CAS. II.

Sit Ordinata $az^{\theta-1}\times\overline{e+fz^{\eta}+gz^{2\eta}+\&c.}|^{\lambda-1}$ & ſi curva cum figuris rectilineis geometrice comparari poteſt, quadrabitur per Prop. V. ponendo $b=o=c=d$. Sin minus convertetur in aliam curvam ſibi æqualem cujus Ordinata eſt $\frac{a}{\eta}x^{\frac{\theta-\eta}{\eta}}\times\overline{e+fx+gx^{2}+\&c.}|^{\lambda-1}$ per Corol. 2. Prop. IX. Deinde ſi de dignitatum indicibus $\frac{\theta-\eta}{\eta}$ & $\lambda-1$ per Prop. VII. rejiciantur unitates donec dignitates illæ fiant quam minimæ, devenietur ad figuras ſimpliciſſimas quæ hac ratione colligi poſſunt. Dein harum unaquæq; per Corol. 5. Prop. IX. dat aliam quæ nonnunquam ſimplicior eſt. Et ex his per Prop. III. & Corol. 9 & 10, Prop. IX. inter ſe collatis, figuræ adhuc ſimpliciores quandoq; prodeunt. Deniq; ex figuris ſimpliciſſimis aſſumptis facto regreſſu computabitur area quæſita.

CAS.

CAS. III.

Sit Ordinata $z^{\theta-1} \times \overline{a + bz^{\eta} + cz^{2\eta} + \&c.} \times \overline{e + fz^{\eta} + gz^{2\eta} + \&c.}|^{\lambda-1}$, & hæc figura ſi quadrari poteſt, quadrabitur per Prop. V. Sin minus, diſtinguenda eſt ordinata in partes $z^{\theta-1} \times a \times \overline{e + fz^{\eta} + gz^{2\eta} + \&c.}|^{\lambda-1}$, $z^{\theta-1} \times bz^{\eta} \times \overline{e + fz^{\eta} + gz^{2\eta} + \&c.}|^{\lambda-1}$, &c. & per Caſ. 2. inveniendæ ſunt figuræ ſimpliciſſimæ cum quibus figuræ partibus illis reſpondentes comparari poſſunt. Nam areæ figurarum partibus illis reſpondentium ſub ſignis ſuis + & — conjunctæ component aream totam quæſitam.

CAS. IV.

Sit Ordinata $z^{\theta-1} \times \overline{a + bz^{\eta} + cz^{2\eta} + \&c.} \times \overline{e + fz^{\eta} + gz^{2\eta} + \&c.}|^{\lambda-1} \times \overline{k + lz^{\eta} + mz^{2\eta} + \&c.}|^{\mu-1}$: & ſi Curva quadrari poteſt, quadrabitur per Prop. VI. Sin minus, convertetur in ſimpliciorem per Corol 4. Prop. IX. ac deinde comparabitur cum figuris ſimpliciſſimis per Prop. VIII. & Corol. 6, 9 & 10. Prop. IX. ut fit in Caſu 2 & 3.

CAS. V.

Si Ordinata ex variis partibus conſtat, partes ſingulæ pro ordinatis curvarum totidem habendæ ſunt, & curvæ illæ quotquot quadrari poſſunt, ſigillatim

tim quadrandæ ſunt, earumq; ordinatæ de ordinata tota demendæ. Dein Curva quam ordinatæ pars reſidua deſignat ſeorſim (ut in Caſu 2, 3, & 4,) cum figuris ſimpliciſſimis comparanda eſt cum quibus conparari poteſt. Et ſumma arearum omnium pro area Curvæ propoſitæ habenda eſt.

COROL. I.

Hinc etiam Curva omnis cujus Ordinata eſt radix quadratica affecta æquationis ſuæ, cum figuris ſimpliciſſimis ſeu rectilineis ſeu curvilineis comparari poteſt. Nam radix illa ex duabus partibus ſemper conſtat quæ ſeorſim ſpectatæ non ſunt æquanum radices affectæ. Proponatur æquatio $aayy + zzyy = 2a^3y + {}^{2}z^{3}y - z^4$ & extracta radix erit $y = \frac{a^3 + z^3 + a\sqrt{a^4 + {}^{2}az^3 - z^4}}{aa + zz}$ cujus pars rationalis $\frac{a3 + z3}{aa + zz}$ & pars irrationalis $\frac{a\sqrt{a^4 + 2az^3 - z^4}}{aa + zz}$ ſunt ordinatæ curvarum quæ per hanc Propoſitionem vel quadrari poſſunt vel cum figuris ſimpliciſſimis comparari cum quibus collationem geometricam admittunt.

COROL. II.

Et curva omnis cujus Ordinata per æquationem quamvis affectam definitur quæ per Corol. 7. Prop. IX. in æquationem non affectam migrat, vel quadratur.

dratur per hanc Propoſitionem ſi quadrari poteſt, vel comparatur cum figuris ſimpliciſſimis cum quibus comparari poteſt. Et hac ratione Curva omnis quadratur cujus æquatio eſt trium terminorum. Nam æquatio illa ſi affecta ſit, tranſmutatur in non affectam per Corol. 7. Prop. IX. ac deinde per Corol. 2 & 5. Prop. IX. in ſimpliciſſimam migrando, dat vel quadraturam figuræ ſi quadrari poteſt, vel curvam ſimpliciſſimam quacum comparatur.

COROL. III.

Et Curva omnis cujus Ordinata per æquationem quamvis affectam definitur quæ per Corol. 8. Prop. IX. in æquationem quadraticam affectam migrat; vel quadratur per hanc propoſitionem & hujus Corol. 1. ſi quadrari poteſt, vel comparatur cum figuris ſimpliciſſimis cum quibus collationem geometricam admittit.

SCHOLIUM.

Ubi quadrandæ ſunt figuræ; ad Regulas haſce generales ſemper recurrere nimis moleſtum eſſet: præſtat figuras quæ ſimpliciores ſunt & magis uſui eſſe poſſunt ſemel quadrare & quadraturas in Tabulam referre, deinde Tabulam conſulere quoties ejuſmodi Curvam aliquam quadrare oportet. Hujus autem generis ſunt Tabulæ duæ ſequentes, in quibus z denotat Abſciſſam, y Ordinatam rectan-

gulam & *t* Aream Curvæ quadrandæ, & *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, ſunt quantitates datæ cum ſignis ſuis + & —

TABULA

Curvarum ſimpliciorum quæ quadrari poſſunt.

Curvarum formæ. Curvarum areæ.

Forma prima.

$dz^{n-1} = y.$ $\frac{d}{n}z^n = t.$

Forma ſecunda.

$\frac{dz^{n-1}}{ee+2efz^n+ffz^{2n}} = y$ $\frac{dz^n}{nee+nefz^n} = t$, vel $\frac{-d}{nef+nffz^n} = t.$

Forma tertia.

1. $dz^{n-1}\sqrt{e+fz^n} = y.$ $\frac{2d}{3nf}R^3 = t$, exiſtente $R = \sqrt{e+fz^n}$
2. $dz^{2n-1}\sqrt{e+fz^n} = y.$ $\frac{-4e+6fz^n}{15nff}dR^3 = t.$
3. $dz^{3n-1}\sqrt{e+fz^n} = y.$ $\frac{16ee-24efz^n+30ffz^{2n}}{105nf^3}dR^3 = t.$
4. $dz^{4n-1}\sqrt{e+fz^n} = y.$ $\frac{-96e^3+144eefz^n-180effz^{2n}+210f^3z^{3n}}{945nf^4}dR^3 = t.$

Forma quarta.

1. $\frac{dz^{n-1}}{\sqrt{e+fz^n}} = y.$ $\frac{2d}{nf}R = t.$
2. $\frac{dz^{2n-1}}{\sqrt{e+fz^n}} = y.$ $\frac{-4e+2fz^n}{3nff}dR = t.$

3. $\frac{dz^{3n-1}}{\sqrt{e+fz^n}} = y.$ $\frac{16ee - 8efz^n + 6ffz^{2n}}{15nf^3} dR = t.$

4. $\frac{dz^{4n-1}}{\sqrt{e+fz^n}} = y.$ $\frac{-96e^3 + 48eefz^n - 36effz^{2n} + 30f^3z^{3n}}{105nf^4} dR = t.$

TABULA

Curvarum ſimpliciorum quæ cum Ellipſi & Hyperbola comparari poſſunt.

Sit jam aGD vel PGD vel GDS Sectio Conica cujus area ad Quadraturam Curvæ propoſitæ requiritur, ſitq; ejus centrum A, Axis Ka, Vertex a, Semiaxis conjugatus AP, datum Abſciſſæ principium A vel a vel α, Abſciſſa AB vel aB vel αB $= x$, Ordinata rectangula BD $= v$, & Area ABDP vel aBDG vel αBDG $= s$, exiſtente αG Ordinata ad punctum α. Jungantur KD, AD, aD. Ducatur Tangens DT occurrens Abſciſſæ AB in T, & compleatur parallelogramum ABDO. Et ſiquando ad quadraturam Curvæ propoſitæ requiruntur areæ duarum Sectionum Conicarum, dicatur poſterioris Abſciſſa ξ, Ordinata Υ, & Area σ. Sit autem $\div$ differentia duarum quantitatum ubi incertum eſt utrum poſterior de priori an prior de poſteriori ſubduci debeat. Fig. 5, 6, 7, 8.

Curva-

	Curvarum Formæ.	Sectionis Conicæ. Abſciſſa.	Sectionis Conicæ. Ordinata.	Curvarum Areæ.
	Formæ prima.			
Fig. 5.	1. $\frac{dz^{n-1}}{e+fz^n} = y.$	$z^n = x.$	$\frac{d}{e+fx} = v.$	$\frac{1}{n}s = t = \frac{\alpha GDB}{n}$
	2. $\frac{dz^{2n-1}}{e+fz^n} = y.$	$z^n = x.$	$\frac{d}{e+fx} = v.$	$\frac{d}{nf}z^n - \frac{e}{nf}s = t.$
	3. $\frac{dz^{3n-1}}{e+fz^n} = y.$	$z^n = x.$	$\frac{d}{e+fx} = v.$	$\frac{d}{2nf}z^{2n} - \frac{de}{nff}z^n + \frac{ee}{nff}s = t.$
	Forma ſecunda.			
Fig. 6, 7.	1. $\frac{dz^{\frac{1}{2}n-1}}{e+fz^n} = y.$	$\sqrt{\frac{d}{e+fz^n}} = x.$	$\sqrt{\frac{d}{f} - \frac{e}{f}xx} = v.$	$\frac{2xv \div 4s}{n} = t = \frac{4}{n}$ ADGa
	2. $\frac{dz^{\frac{3}{2}n-1}}{e+fz^n} = y.$	$\sqrt{\frac{d}{e+fz^n}} = x.$	$\sqrt{\frac{d}{f} - \frac{e}{f}xx} = v.$	$\frac{2de}{nf}z^{\frac{n}{2}} + \frac{4es - 2exv}{nf} = t.$
	3. $\frac{dz^{\frac{5}{2}n-1}}{e+fz^n} = y.$	$\sqrt{\frac{d}{e+fz^n}} = x.$	$\sqrt{\frac{d}{f} - \frac{e}{f}xx} = v.$	$\frac{2de}{3nf}z^{\frac{3n}{2}} - \frac{2dee}{nff}z^{\frac{n}{2}} + \frac{2eexv - 4ees}{nff} = t.$

Forma

Forma tertia.

Fig. 6, 7, 8. 1. $\frac{d}{z}\sqrt{e+fz^{n}}=y.\ \frac{1}{z^{n}}=xx.\ \sqrt{f+exx}=v.\ \frac{4de}{nf}\text{ in }\frac{v^{3}}{2ex}-s=t=\frac{4de}{nf}$ in aGDT, vel in APDB $\div$ TDB

Vel ſic, $\frac{1}{z^{n}}=x.\ \sqrt{fx+exx}=v.\ \frac{8dee}{nff}\text{ in }s-\frac{1}{2}xv-\frac{fv}{4e}+\frac{ffv}{4eex}=t=\frac{8dee}{nff}$ in aGDA $+\frac{ffv}{4eex}$.

2. $\frac{d}{z^{n+1}}\sqrt{e+fz^{n}}=y.\ \frac{1}{z^{n}}=xx.\ \sqrt{f+exx}=v.\ \frac{-2d}{n}s=t=\frac{2d}{n}$ APDB, ſeu $\frac{2d}{n}$ aGDB.

Vel ſic, $\frac{1}{z^{n}}=x.\ \sqrt{fx+exx}=v.\ \frac{4de}{nf}\text{ in }s-\frac{1}{2}xv-\frac{fv}{2e}=t=\frac{4de}{nf}\times$ a GDK.

3. $\frac{d}{z^{2n+1}}\sqrt{e+fz^{n}}=y.\ \frac{1}{z^{n}}=x.\ \sqrt{fx+exx}=v.\ \frac{-d}{n}s=t=\frac{d}{n}\times -$ a GDB vel BDPK.

4. $\frac{d}{z^{3n+1}}\sqrt{e+fz^{n}}=y.\ \frac{1}{z^{n}}=x.\ \sqrt{fx+exx}=v.\ \frac{3dfs-2dv^{3}}{6ne}=t.$

Forma quarta.

Fig. 6. 1. $\frac{d}{z\sqrt{e+fz^{n}}}=y.\ \frac{1}{z^{n}}=xx.\ \sqrt{f+exx}=v.\ \frac{4d}{nf}\text{ in }\frac{1}{2}xv.\div s=t=\frac{4d}{nf}$ in PAD vel in aGDA.

Vel ſic, $\frac{1}{z^{n}}=x.\ \sqrt{fx+exx}=v.\ \frac{8de}{nff}\text{ in }s-\frac{1}{2}xv-\frac{fv}{4e}=t=\frac{8de}{nff}$ in aGDA.

2. $\frac{d}{z^{n+1}\sqrt{e+fz^{n}}}=y.\ \frac{1}{z^{n}}=xx.\ \sqrt{f+exx}=v.\ \frac{2d}{ne}\text{ in }s-xv=t=\frac{2d}{ne}$ in POD, vel in AODGa.

Vel ſic, $\frac{1}{z^{n}}=x.\ \sqrt{fx+exx}=v.\ \frac{4d}{nf}\text{ in }\frac{1}{2}xv\div s=t=\frac{4d}{nf}$ in aDGa.

3. $\frac{d}{z^{2n+1}\sqrt{e+fz^n}} = y.\ \frac{1}{z^n} = x.\ \sqrt{fx+exx} = v.\ \frac{d}{ne}$ in $3s \div 2xv = t = \frac{d}{ne}$ in 3aDGa ÷ ΔaDB.

4. $\frac{d}{z^{3n+1}\sqrt{e+fz^n}} = y.\ \frac{1}{z^n} = x.\ \sqrt{fx+exx} = v.\ \frac{10dfxv-15dfs-2dexxv}{6nee} = t.$

Forma quinta.

1. $\frac{dz^{n-1}}{e+fz^n+gz^{2n}} = y.\ \sqrt{\frac{d}{e+fz^n+gz^{2n}}} = x.\ \sqrt{\frac{d}{g}+\frac{ff-4eg}{4gg}xx} = v.\ \frac{xv-2s}{n} = t.$

Vel ſic, $\sqrt{\frac{dz^{2n}}{e+fz^n+gz^{2n}}} = x.\ \sqrt{\frac{d}{e}+\frac{ff-4eg}{4ee}xx} = v.\ \frac{2s-xv}{n} = t.$

2. $\frac{dz^{2n-1}}{e+fz^n+gz^{2n}} = y. \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\frac{d}{e+fz^n+gz^{2n}}} = x.\ \sqrt{\frac{d}{g}+\frac{ff-4eg}{4gg}xx} = v. \\ fz^n+gz^{2n} = \xi.\ \frac{1}{e+\xi} = r. \end{array} \right\} \frac{d\sigma+2fs-fxv}{2ng} = t.$

Forma ſexta, ubi ſcribitur p pro $\sqrt{ff-4eg}$.

1. $\frac{dz^{\frac{1}{2}n-1}}{e+fz^n+gz^{2n}} = y. \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\frac{2dg}{f-p+2gz^n}} = x.\ \sqrt{d+\frac{-f+p}{2g}xx} = v. \\ \sqrt{\frac{2dg}{f+p+2gz^n}} = \xi.\ \sqrt{d+\frac{-f+p}{2g}\xi\xi} = r. \end{array} \right\} \frac{2xv-4s-2\xi r+4\sigma}{np} = t.$

2. $\frac{dz^{\frac{1}{2}n-1}}{e+fz^n+gz^{2n}} = y. \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\frac{2dez^n}{fz^n-pz^n+2e}} = x.\ \sqrt{d+\frac{-f+p}{2e}xx} = v. \\ \sqrt{\frac{2dez^n}{fz^n+pz^n+2e}} = \xi.\ \sqrt{d+\frac{-f-p}{2e}\xi\xi} = r. \end{array} \right\} \frac{4s-2xv-4\sigma+2\xi r}{np} = t.$

Forma

Forma ſeptima.

1. $\frac{d}{z}\sqrt{e+fz^n+gz^{2n}}=y.\left\{\begin{array}{l} z^n=x.\sqrt{e+fx+gxx}=v. \\ \frac{1}{z^n}=\xi.\sqrt{g+f\xi+e\xi\xi}=\Upsilon. \end{array}\right\}\frac{4dee\xi\Upsilon+2def\Upsilon-2dffv-8dee\sigma+4dfgs}{4neg-nff}=t.$

Fig. 6, 7. 2. $dz^{n-1}\sqrt{e+fz^n+gz^{2n}}=y.\ z^n=x.\ \sqrt{e+fx+gxx}=v.\ \frac{d}{n}s=t=\frac{d}{n}$ in $_\alpha$GDB.

3. $dz^{2n-1}\sqrt{e+fz^n+gz^{2n}}=y.\ z^n=x.\ \sqrt{e+fx+gxx}=v.\ \frac{d}{3ng}v^3-\frac{df}{2ng}s=t.$

4. $dz^{3n-1}\sqrt{e+fz^n+gz^{2n}}=y.\ z^n=x.\ \sqrt{e+fx+gxx}=v.\frac{6dgx-5df}{24ngg}v^3+\frac{5dff-4deg}{16ngg}s=t.$

Forma octava.

Fig. 6. 1. $\frac{dz^{n-1}}{\sqrt{e+fz^n+gz^{2n}}}=y.\ z^n=x.\sqrt{e+fx+gxx}=v.\frac{8dgs-4dgxv-2dfv}{4neg-nff}=t=\frac{8dg}{4neg-nff}$ in αGDB$\pm\Delta$DBA.

2. $\frac{dz^{2n-1}}{\sqrt{e+fz^n+gz^{2n}}}=y.\ z^n=x.\ \sqrt{e+fx+gxx}=v.\ \frac{-4dfs+2dfxv+4dev}{4neg-nff}=t.$

3. $\frac{dz^{3n-1}}{\sqrt{e+fz^n+gz^{2n}}}=y.\ z^n=x.\ \sqrt{e+fx+gxx}=v.\ \frac{\begin{smallmatrix}3dff\\-4deg\end{smallmatrix}s\begin{smallmatrix}-2dff\\+4deg\end{smallmatrix}xv-2defv}{4negg-nffg}=t.$

4. $\frac{dz^{4n-1}}{\sqrt{e+fz^n+gz^{2n}}}=y.\ z^n=x.\ \sqrt{e+fx+gxx}=v.\frac{\begin{smallmatrix}36defg\\-15deff\end{smallmatrix}s\begin{smallmatrix}+8degg\\-2dffg\end{smallmatrix}xxv\begin{smallmatrix}-28defg\\+10deff\end{smallmatrix}xv\begin{smallmatrix}+10deeg\\-16deef\end{smallmatrix}v}{24neg^3-6nffg}=t.$

Forma

Forma nona.

1. $\frac{dz^{n-1}\sqrt{e+fz^n}}{g+hz^n}=y.\ \sqrt{\frac{d}{g+hz^n}}=x.\sqrt{\frac{df}{h}+\frac{eh-fg}{h}xx}=v.\ \frac{\substack{4fg\\-4eh}s\substack{-2fg\\+2nh}xv.+\frac{2dfv}{x}}{nfh}=t.$

2. $\frac{dz^{2n-1}\sqrt{e+fz^n}}{g+hz^n}=y.\ \sqrt{\frac{d}{g+hz^n}}=x.\sqrt{\frac{df}{h}+\frac{eh-fg}{h}xx}=v.\ \frac{\substack{4egh\\-4fgg}s\substack{-2egh\\+2fgg}xv+\frac{2}{3}dh\frac{v^3}{x^3}-2dfg\frac{v}{x}}{nfhh}=t.$

Forma decima.

Fig. 6, 7. 1. $\frac{dz^{n-1}}{g+hz^n\sqrt{e+fz^n}}=y.\ \sqrt{\frac{d}{g+hz^n}}=x.\ \sqrt{\frac{df}{h}+\frac{eh-fg}{h}xx}=v.\ \frac{2xv-4s}{nf}=t=\frac{4}{nf}$ ADGa.

2. $\frac{dz^{2n-1}}{g+hz^n\sqrt{e+fz^n}}=y.\ \sqrt{\frac{d}{g+hz^n}}=x.\ \sqrt{\frac{df}{h}+\frac{eh-fg}{h}xx}=v.\ \frac{4gs-2gxv+\frac{2dv}{x}}{nfh}=t.$

Forma undecima.

1. $dz^{-1}\sqrt{\frac{e+fz^n}{g+hz^n}}=y.\left\{\begin{matrix}\sqrt{g+hz^n}=x.\sqrt{\frac{eh-fg}{h}+\frac{f}{h}xx}=v.\\ \sqrt{h+gz^{-n}}=\xi.\sqrt{\frac{fg-eh}{g}+\frac{e}{g}\xi\xi}=\Upsilon.\end{matrix}\right\}\frac{dxv3z^{-n}-4dfs-4de\sigma}{nfg-neh}=t.$

2. $dz^{n-1}\sqrt{\frac{e+fz^n}{g+hz^n}}=y.\ \sqrt{g+hz^n}=x.\ \sqrt{\frac{eh-fg}{h}+\frac{f}{h}xx}=v.\frac{2d}{nh}s=t.$

3. $dz^{2n-1}\sqrt{\frac{e+fz^n}{g+hz^n}}=y.\ \sqrt{g+hz^n}=x.\ \sqrt{\frac{eh-fg}{h}+\frac{f}{h}xx}=v.\frac{dhxv^3\substack{-3dfg\\-deh}s}{2nfhh}=t.$

In

In Tabulis hiſce, ſeries Curvarum cujuſq; formæ utrinq; in infinitum continuari poteſt. Scilicet in Tabula prima, in numeratoribus arearum formæ tertiæ & quartæ, numeri coefficientes initialium terminorum (2,—4, 16,—96,868, &c.) generantur multiplicando numeros—,2,—4,—6,—8,—10,&c: in ſe continuo, & ſubſequentium terminorum coefficientes ex initialibus derivantur multiplicando ipſos gradatim, in Forma quidem tertia, per $-\frac{3}{2}$ $-\frac{5}{4}$, $-\frac{7}{6}$, $-\frac{9}{8}$, $-\frac{11}{10}$ &c. in quarta vero per $-\frac{1}{2}$, $-\frac{3}{4}$, $-\frac{5}{6}$, $-\frac{7}{8}$, $-\frac{9}{10}$, &c. Et Denominatorum coefficientes 3, 15, 105, &c. prodeunt multiplicando numeros 1, 3, 5, 7, 9, &c. in ſe continue.

In ſecunda vero Tabula, ſeries Curvarum formæ primæ, ſecundæ, quintæ, ſexta, nonæ & decimæ ope ſolius diviſionis, & formæ reliquæ ope propoſitionis tertiæ & quartæ, utrinq; producuntur in infinitum.

Quinetiam hæ ſeries mutando ſignum numeri n variari ſolent. Sic enim, *e.g.* Curva $\frac{d}{z}\sqrt{e+fz^n}=y$, evadit $\frac{d}{z^{\frac{1}{2}n+1}}\sqrt{f+ez^n}$

PROP. IX. THEOR. VIII.

Sit ADIC Curva quævis Abſciſſam habens AB$=z$ & Ordinatam BD$=y$, & ſit AEKC Curva alia cujus Ordinata BE æqualis eſt prioris areæ *Fig.* 9.

A D B ad unitatem applicatæ, & A F L C Curva tertia cujus Ordinata B F æqualis eſt ſecundæ areæ A E B ad unitatem applicatæ, & A G M C Curva quarta cujus Ordinata B G æqualis eſt tertiæ areæ A F B ad unitatem applicatæ, & A H N C Curva quinta cujus Ordinata B H æqualis eſt tertiæ areæ A G B ad unitatem applicatæ, & ſic deinceps in infinitum. Et ſunto *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *&c.* Areæ Curvarum Ordinatas habentium y, zy, z^2y z^3y, z^4y, & Abſciſſam communem z.

Detur Abſciſſa quævis A C $= t$, ſitq; BC $= t - z = x$, & ſunto *P*, *Q*, *R*, *S*, *T* areæ Curvarum Ordinatas habentium x, xy, xxy, x^3y, x^4y & Abſciſſam communem x.

Terminenter autem hæ areæ omnes ad Abſciſſam totam datam AC, nec non ad Ordinatam poſitione datam & infinite productam CI: & erit arearum ſub initio poſitarum prima A D I C $=$ A $=$ P, ſecunda AEKC $= tA - B = Q$. Tertia AFLC $= \frac{ttA - 2tB + C}{2} = \frac{1}{2}$ *R*. Quarta A G M C $= \frac{t^3A - 3ttB + 3tC - D}{6} = \frac{1}{6}$. Quinta A H N C $= \frac{t^4A - 4t^3B + 6ttC - 4tD + E}{24} = \frac{1}{24}T$.

CO-

COROL.

Unde ſi Curvæ quarum Ordinatæ ſunt y, zy, z^2y, z^3y, &c. vel y, xy, x^2y, x^3y, &c. quadrari poſſunt, quadræbuntur etiam Curvæ ADIC, AEKC, AFLC, AGMC, &c. & habebuntur Ordinatæ BE, BF, BG, BH, areis Curvarum proportionales.

SCHOLIUM.

Quantitatum fluentium fluxiones eſſe primas, ſecundas, tertias, quartas, aliaſq; diximus ſupra. Hæ fluxiones ſunt ut termini ſerierum infinitarum convergentium. Ut ſi z^n ſit quantitas fluens & fluendo evadat $\overline{z+o}|^n$, deince reſolvatur in ſeriem convergentem $z^n + noz^{n-1} + \frac{nn-n}{2}ooz^{n-2} + \frac{n^3-3nn+2n}{6}o^3z^{n-3}$ + &c. terminus primus hujus ſerieri z^n erit quantitas illa fluens, ſecundus noz^{n-1} erit ejus incrementum primum ſeu differentia prima cui naſcenti proportionalis eſt ejus fluxio prima, tertius $\frac{nn-n}{2}oz^{n-2}$ erit ejus incrementum ſecundum ſeu differentia ſecunda cui naſcenti proportionalis eſt ejus fluxio ſecunda, quartus $\frac{n^3-3nn+2n}{6}o^3z^{n-3}$ erit ejus incrementum tertium ſeu differentia tertia cui naſcenti fluxio tertia proportionalis eſt, & ſic deinceps in infinitum.

Exponi

Exponi autem poſſunt hæ fluxiones per Curvarum Ordinatas BD, BE, BF, BG, BH, &c. Ut ſi Ordinata BE $(=\frac{ADB}{1})$ ſit quantitas fluens, erit ejus fluxio prima ut ordinata BD. Si BF $(=\frac{AEB}{1})$ ſit quantitas fluens, erit ejus fluxio prima ut Ordinata BE & fluxio ſecunda ut Ordinata BD. Si BH $(=\frac{AGB}{1})$ ſit quantitas fluens. erunt ejus fluxiones, prima, ſecunda, tertia & quarta, ut Ordinatæ BG, BF, BE, BD reſpective.

Et hinc in æquationibus quæ quantitates tantum duas incognitas involvunt, quarum una eſt quantitas uniformiter fluens & altera eſt fluxio quælibet quantitatis alterius fluentis, inveniri poteſt fluens illa altera per quadraturam Curvarum. Exponatur enim fluxio ejus per Ordinatam BD, & ſi hæc ſit fluxio prima, quæratur area $ADB = BE \times 1$, ſi fluxio ſecunda, quæratur area $AEB = BF \times 1$, ſi fluxio tertia, quæratur area $AFB = BG \times 1$, &c. & area inventa erit exponens fluentis quæſitæ.

Sed & in æquationibus quæ fluentem & ejus fluxionem primam ſine altera fluente, vel duas ejuſdem fluentis fluxiones, primam & ſecundam, vel ſecundam & tertiam, vel tertiam & quartam, &c. ſine alterutra fluente involvunt: inveniri poſſunt fluentes per quadraturam Curvarum. Sit æquatio $aav = av + vv$, exiſtente $v = BE$, $\dot v = BD$, $z = AB$ & $\dot z = 1$, & æquatio illa complendo dimenſiones fluxionum, evadet $aav = avz + vv\dot z$, ſeu $\frac{aa\dot v}{av+vv} = \dot z$. Jam fluat v uniformiter & ſit

ſit ejus fluxio $\dot{v} = 1$ & erit $\frac{aa}{av+vv} = \dot{z}$, & quadrando Curvam Cujus Ordinata eſt $\frac{aa}{av+vv}$ & Abſciſſa v, habebitur fluens z. Adhæc ſit æquatio $aa\dot{v} = a\dot{v} + \dot{v}\ddot{v}$ exiſtente $v = BF$, $\dot{v} = BE$, $\ddot{v} = BD$ & $z = AB$ & per relationem inter $\ddot{v}$ & $\dot{v}$ ſeu BD & BE invenietur relatio inter AB & BE ut in exemplo ſurperiore: Deinde per hanc relationem invenietur relatio inter AB & BF quadrando Curvarum AEB.

Æquationes quæ tres incognitas quantitates involvunt aliquando reduci poſſunt ad æquationes quæ duas tantum involvunt, & in his caſibus fluentes invenientur ex fluxionibus ut ſupra. Sit æquatio $a - bx^m = cxy^n\dot{y} + dy^{2n}\dot{y}\ddot{y}$. Ponatur $y^n\dot{y} = \dot{v}$ & erit $a - bx^m cx\dot{v} + d\dot{v}\ddot{v}$. Hæc æquatio quadrando Curvam cujus Abſciſſa eſt x & Ordinata $\dot{v}$ dat aream v & æquatio altera $y^n\dot{y} = \dot{v}$ regrediendo ad fluentes dat $\frac{1}{n+1}y^{n+1} = v$. Unde habetur fluens y.

Quinetiam in æquationibus quæ tres incognitas involvunt & ad æquationes quæ duas tantum involvunt reduci non poſſunt, fluentes quandoq; prodeunt per quadraturam Curvarum. Sit æquatio $ax^m + bx^n|^p = rex^{r-1}y^s + sexr\dot{y}y^{s-1} - f\dot{y}y^s$, exiſtente $\dot{x} = 1$. Et pars poſterior $rex^{r-1}y^s + sex^r\dot{y}y^{s-1} - f\dot{y}y^s$, regrediendo ad fluentes, fit $ex^ry^s - \frac{f}{s+1}y^{s+1}$, quæ

proinde eſt ut area Curvæ cujus Abſciſſa eſt x & Ordinata $\overline{ax^m + bx^n}|^p$, & inde datur fluens y.

Sit æquatio $\dot{x} \times \overline{ax^m + bx^n}|^p = \frac{d\dot{y}y^{n-1}}{\sqrt{e+fy^n}}$. Et fluens cujus fluxio eſt $\dot{x} \times \overline{ax^m + bx^n}|^p$ erit ut area Curvæ cujus Abſciſſa eſt x & Ordinata eſt $\overline{ax^m + bx^n}|^p$. Item fluens cujus fluxio eſt $\frac{d\dot{y}y^{n-1}}{\sqrt{e+fy^n}}$ erit ut area Curvæ cujus Abſciſſa eſt y & Ordinata $\frac{dy^{n-1}}{\sqrt{e+fy^n}}$, id eſt (per Caſum 1. Formæ quartæ Tab. I.) ut area $\frac{2d}{nf}\sqrt{e+fy^n}$. Pone ergo $\frac{2d}{nf}\sqrt{e+fy^n}$ æqualem areæ Curvæ cujus Abſciſſa eſt x & Ordinata $\overline{ax^m + bx^n}|^p$ & habebitur fluens y.

Et nota quod fluens omnis quæ ex fluxione prima colligitur augeri poteſt vel minui quantitate quavis non fluente. Quæ ex fluxione ſecunda colligitur augeri poteſt vel minui quantitate quavis cujus fluxio ſecunda nulla eſt. Quæ ex fluxione tertia colligitur augeri poteſt vel minui quantitate quavis cujus fluxio tertia nulla eſt. Et ſic deinceps in infinitum.

Poſtquam fluentes ex fluxionibus collectæ ſunt ſi de veritate Concluſionis dubitatur, fluxiones fluentium inventarum viciſſim colligendæ ſunt & cum fluxionibus ſub initio propoſitis comparandæ. Nam ſi prodeunt æquales Concluſio recte ſe habet: ſin minus,

minus, corrigendæ ſunt fluentes ſic, ut earum fluxiones fluxionibus ſub initio propoſitis æquentur. Nam & Fluens pro lubitu aſſumi poteſt & aſſumptio corrigi ponendo fluxionem fluentis aſſumptæ æqualem fluxioni propoſitæ, & terminos homologos inter ſe comparando.

Et his principiis via ad majora ſternitur.

FINIS.

O 966 367-10